

εργασία 4, μηχανοτρονική

περιλαμβάνεται παράρτημα με διορθώσεις στους προσδιορισμούς του χώρου κατάστασης για το ηλεκτρικό σύστημα, αναφορές των εργασιών 2 και 3

ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΣΑΡΙΔΑΚΗΣ (MT53)

24/05/2020, ΧΑΝΙΑ

Contents

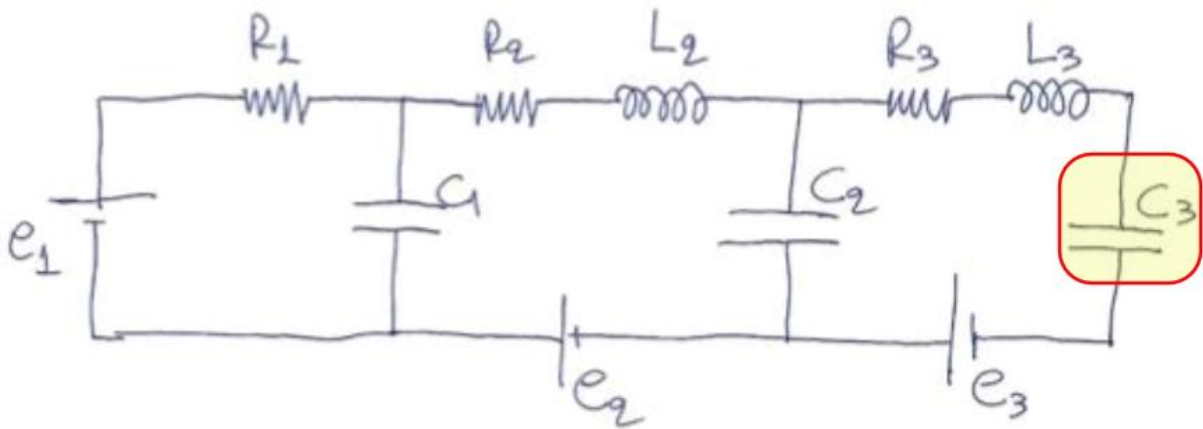
1	ερώτημα (Α).....	3
1.1	συνάρτηση μεταφοράς νωθρής απόκρισης	4
1.2	μέθοδος Ziegler – Nichols 1 ^η	5
1.2.1	σχεδίαση κατευθυντή P.....	6
1.2.2	σχεδίαση κατευθυντή PI.....	6
1.2.3	σχεδίαση κατευθυντή PID	6
1.3	σύγκριση και σχολιασμός	7
2	ερώτημα (Β).....	8
2.1	συνάρτηση μεταφοράς ταλαντωτικής απόκρισης	9
2.2	μέθοδος Ziegler – Nichols 2 ^η	10
2.2.1	σχεδίαση κατευθυντή P.....	14
2.2.2	σχεδίαση κατευθυντή PI.....	14
2.2.3	σχεδίαση κατευθυντή PID	14
2.3	σύγκριση και σχολιασμός	14

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

3	ηλεκτρικό σύστημα.....	17
3.1	χώρος κατάστασης.....	17
3.1.1	μοντελοποίηση	17
3.1.2	αντικαταστάσεις	20
3.2	υπολογισμοί.....	21
3.2.1	αποκρίσεις για είσοδο βαθμίδα.....	22
3.2.2	αποκρίσεις για είσοδο βαθμίδα μη-μοναδιαία	23
3.2.3	αποκρίσεις για κρουστική είσοδο	25
3.2.4	αποκρίσεις για ημιτονοειδή είσοδο.....	27

3.2.5	πόλοι συστήματος	29
3.2.6	λόγοι απόσβεσης	29
3.2.7	φυσικές συχνότητες.....	29
3.2.8	χρονικές σταθερές	29
3.2.9	μηδενιστές συστήματος	30
3.2.10	κέρδη μόνιμης κατάστασης.....	31
3.2.11	φυσικές συχνότητες με απόσβεση	31
3.2.12	μεμονωμένες συναρτήσεις μεταφοράς	32
3.2.13	γραφικός υπολογισμός χαρακτηριστικών μεγεθών.....	34
4	μηχανικό σύστημα.....	36
4.1	χώρος κατάστασης.....	36
4.1.1	μοντελοποίηση	36
4.1.2	αντικαταστάσεις	38
4.2	υπολογισμοί.....	41
4.2.1	αποκρίσεις για είσοδο βαθμίδα	42
4.2.2	αποκρίσεις για είσοδο ημιτονοειδή	43
4.2.3	πόλοι συστήματος	45
4.2.4	λόγοι απόσβεσης	45
4.2.5	φυσικές συχνότητες.....	45
4.2.6	χρονικές σταθερές	45
4.2.7	μηδενιστές του συστήματος.....	46
4.2.8	κέρδη μόνιμης κατάστασης.....	50
4.2.9	συντελεστές κέρδους.....	50
4.2.10	φυσικές συχνότητες με απόσβεση	51
4.2.11	μεμονωμένες συναρτήσεις μεταφοράς	51
4.2.12	γραφικός υπολογισμός χαρακτηριστικών μεγεθών.....	54

1 ερώτημα (A)



$$R_i \in [2, 22] \text{ k}\Omega = (14000, 18000, 10000)$$

$$C_i \in [10, 100] \text{ }\mu\text{F} = (0.00082, 0.00046, 0.000064)$$

$$L_i \in [10, 100] \text{ mH} = (0.0550, 0.0775)$$

<https://github.com/float3rs/m>

<https://github.com/float3rs/m/blob/master/4/electrical.m>

$$\dot{z} \equiv \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \\ \dot{z}_5 \end{bmatrix} = A \cdot z + B \cdot v$$

$$\equiv \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1 R_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_2} & -\frac{R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{C_2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_3} & -\frac{R_3}{L_3} & -\frac{1}{L_3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +\frac{1}{C_1 R_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

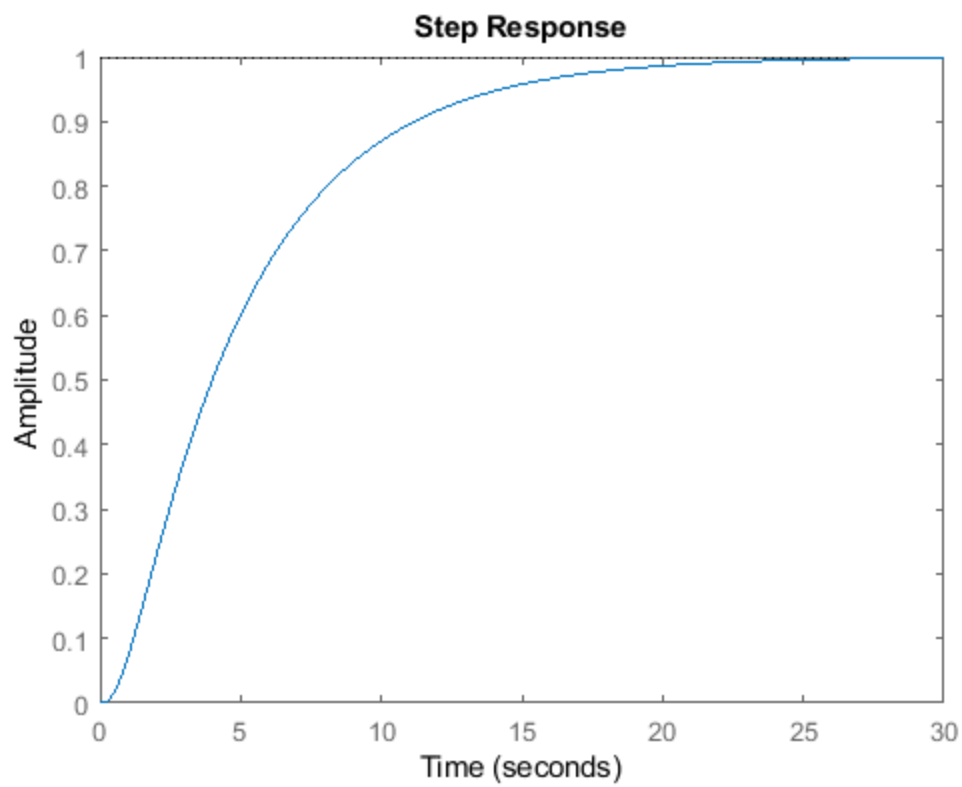
$$y \equiv \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \\ v_{R1} \\ v_{R2} \\ v_{R3} \\ v_{L2} \\ v_{L3} \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = C \cdot z + D \cdot v \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_3 & 0 \\ 1 & -R_2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -R_3 & -1 \\ -\frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{R_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

1.1 συνάρτηση μεταφοράς νωθρής απόκρισης

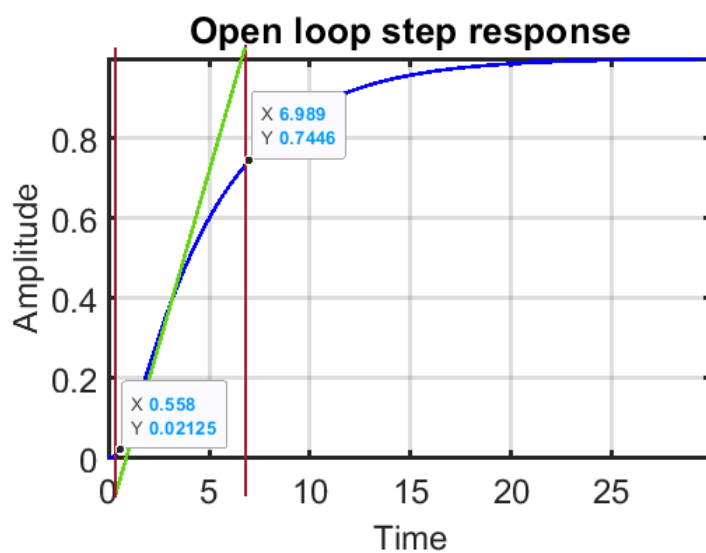
είσοδος	έξοδος
e_1	V_{C3}

6.942e10

$s^5 + 4.563e05 s^4 + 4.223e10 s^3 + 2.742e11 s^2 + 3.685e11 s + 6.942e10$



1.2 μέθοδος Ziegler – Nichols 1^η



θ	t_D
0.1838	0.5580

1.2.1 σχεδίαση κατευθυντή P

$$K_P = \frac{1}{t_D \theta} = 9,7527$$

```
>> con_P = tf(KP,1)

con_P =

    9.753

Static gain.
```

1.2.2 σχεδίαση κατευθυντή PI

$$K_P = \frac{0.9}{t_D \theta} = 8,7774 \quad \left| \quad T_I = 3.3t_d = 1.8414 \right.$$

```
>> con_PI = parallel(tf(KP,1),tf(KI,[1 0]))

con_PI =

    8.777 s + 4.767
    -----
           s

Continuous-time transfer function.
```

1.2.3 σχεδίαση κατευθυντή PID

$$K_P = \frac{1.2}{t_D \theta} = 11.7032 \quad \left| \quad T_I = 2.0t_d = 1.1160 \quad \left| \quad T_D = 0.5t_d = 0.2790 \right. \right.$$

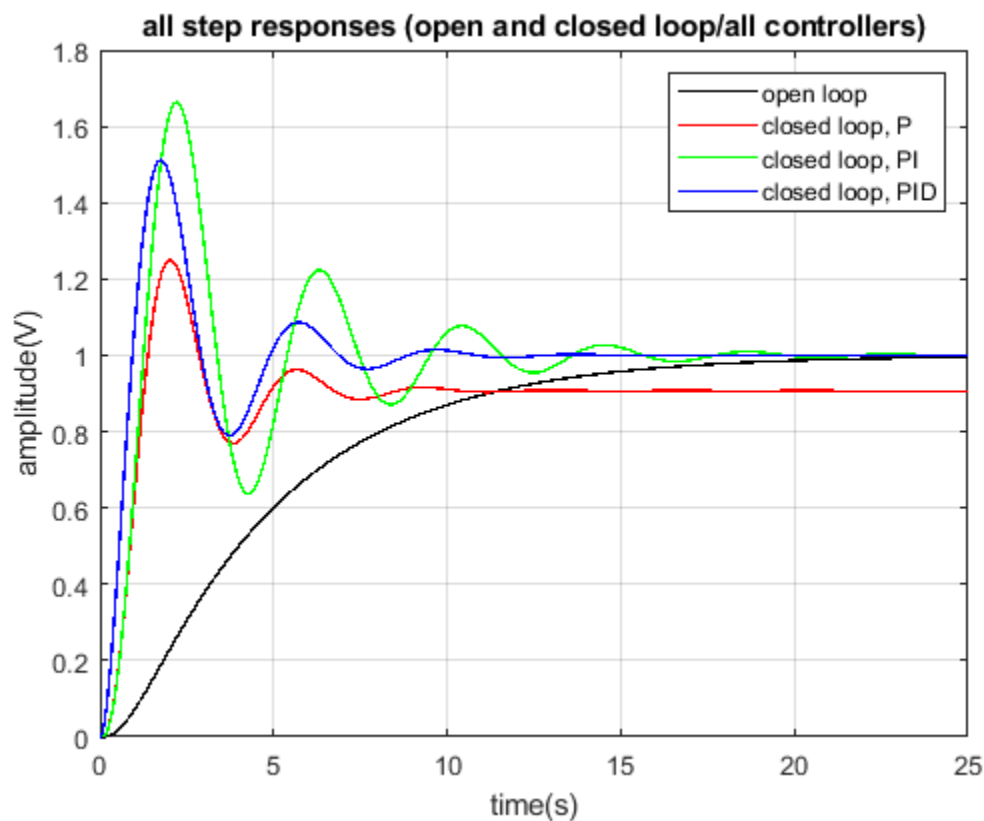
```
>> con_PID = parallel(parallel(tf(KP,1),tf(KI,[1 0])),tf([KD 0],1))

con_PID =

    3.265 s^2 + 11.7 s + 10.49
    -----
           s

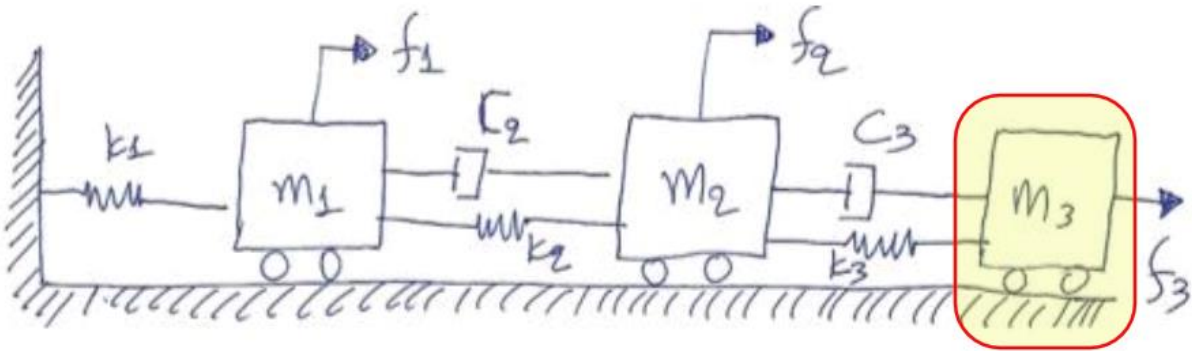
Continuous-time transfer function.
```

1.3 σύγκριση και σχολιασμός



Στην περίπτωση του ανοιχτού βρόχου παρατηρεί κανείς τη νωθρή απόκριση της τάσης V_{C3} στα άκρα του πυκνωτή C_3 για είσοδο e_1 βαθμίδα μέτρου 1. Παρατηρεί κανείς ότι η τελική τιμή μέτρου 1 επιτυγχάνεται για $t > 20s$. Για ΣΕΚΒ με χρήση αναλογικού κατευθυντή P, η τελική τιμή της τάσης επιτυγχάνεται ταχύτερα, για $t < 15s$, ωστόσο το μέτρο της δεν είναι εκείνο του ανοιχτού βρόχου, κυμαινόμενο στο $V \approx 0.9V$. Η προσθήκη ολοκληρωτικού κατευθυντή I για ΣΕΚΒ με χρήση P-I σε παράλληλη μεταξύ τους σύνδεση, εξασφαλίζει τελική τιμή τάσης ίση με εκείνη του τελικού βρόχου, ωστόσο η επίτευξη της επιτυγχάνεται έπειτα από σειρά ταλαντώσεων και δίχως ελάττωση του χρόνου που απαιτείται για την εξασφάλιση της. Τέλος, η προσθήκη και διαφορικού κατευθυντή D για ΣΕΚΒ με χρήση P-I-D σε παράλληλη μεταξύ τους σύνδεση φαίνεται να δίνει τα βέλτιστα αποτελέσματα, αφού και η τελική τιμή ομοιάζει εκείνη του ανοιχτού βρόχου και ο χρόνος που απαιτείται για την εξασφάλιση της ομοιάζει εκείνον του ΣΕΚΒ με χρήση P, εμφανώς ταχύτερα σε σχέση με την περίπτωση του ανοιχτού βρόχου.

2 ερώτημα (B)



$$m_i \in [10, 100] \text{ kg} = (64, 82, 46)$$

$$k_i \in [5000, 15000] \text{ Nt/m} = (13000, 9000, 11000)$$

$$c_i \in [100, 200] \text{ m/s} = (150, 175)$$

<https://github.com/float3rs/m>

<https://github.com/float3rs/m/blob/master/4/mechanical.m>

$$\dot{z} \equiv \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \\ \dot{z}_5 \\ \dot{z}_6 \end{bmatrix} = A \cdot z + B \cdot v$$

$$\equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1 + k_2}{m_1} & -\frac{c_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{k_2 + k_3}{m_2} & -\frac{c_2 + c_3}{m_2} & \frac{k_3}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{k_3}{m_3} & \frac{c_3}{m_3} & -\frac{k_3}{m_3} & -\frac{c_3}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

$$y \equiv \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ f_{k1} \\ f_{c1} \\ f_{k2} \\ f_{c2} \\ f_{k3} \\ f_{c3} \end{bmatrix} = C \cdot z + D \cdot v \equiv$$

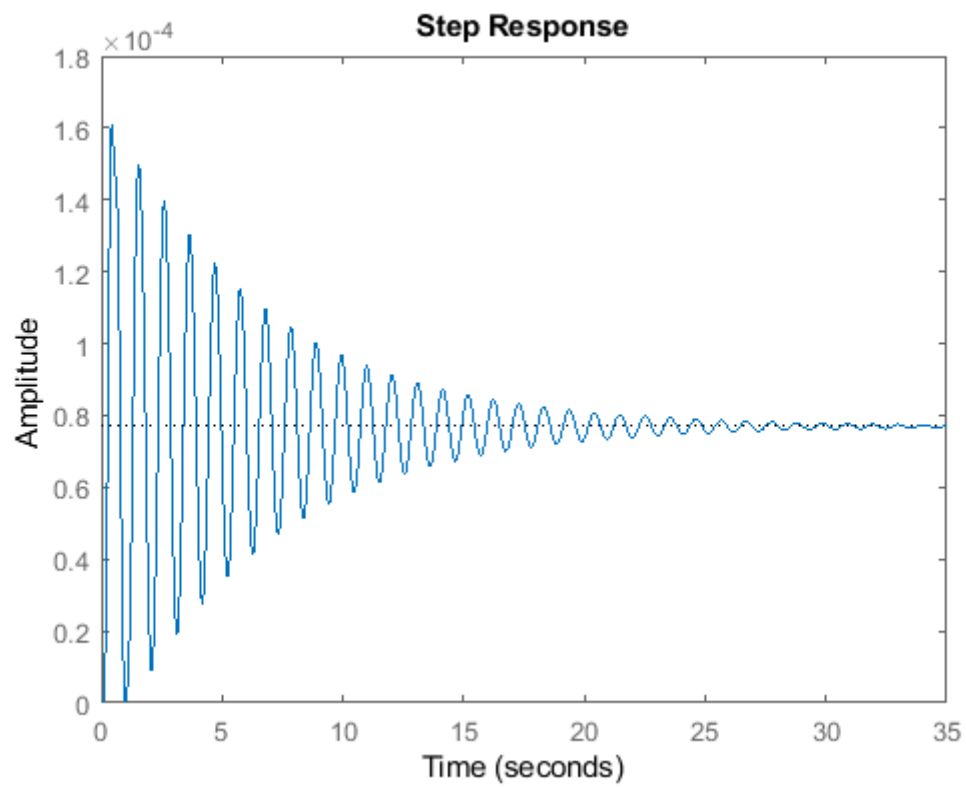
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1 + k_2}{m_1} & -\frac{c_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & 0 & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{k_2 + k_3}{m_2} & -\frac{c_2 + c_3}{m_2} & \frac{k_3}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} \\ 0 & 0 & \frac{k_3}{m_3} & \frac{c_3}{m_3} & -\frac{k_3}{m_3} & -\frac{c_3}{m_3} \\ k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_2 & 0 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_3 & 0 & -c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

2.1 συνάρτηση μεταφοράς ταλαντωτικής απόκρισης

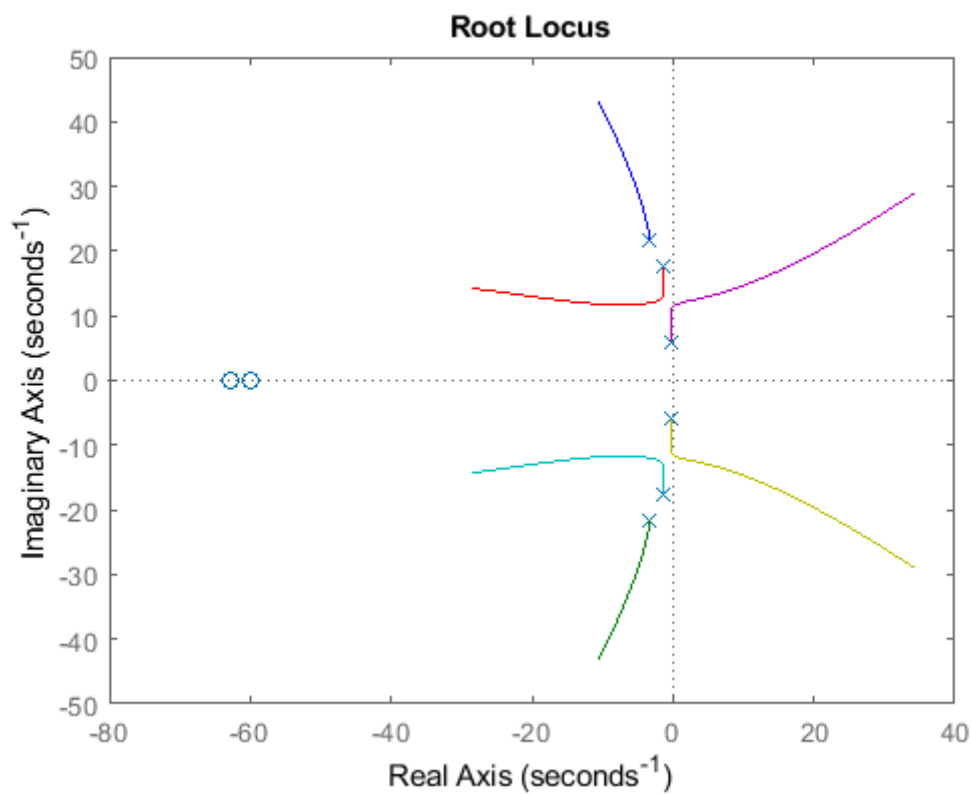
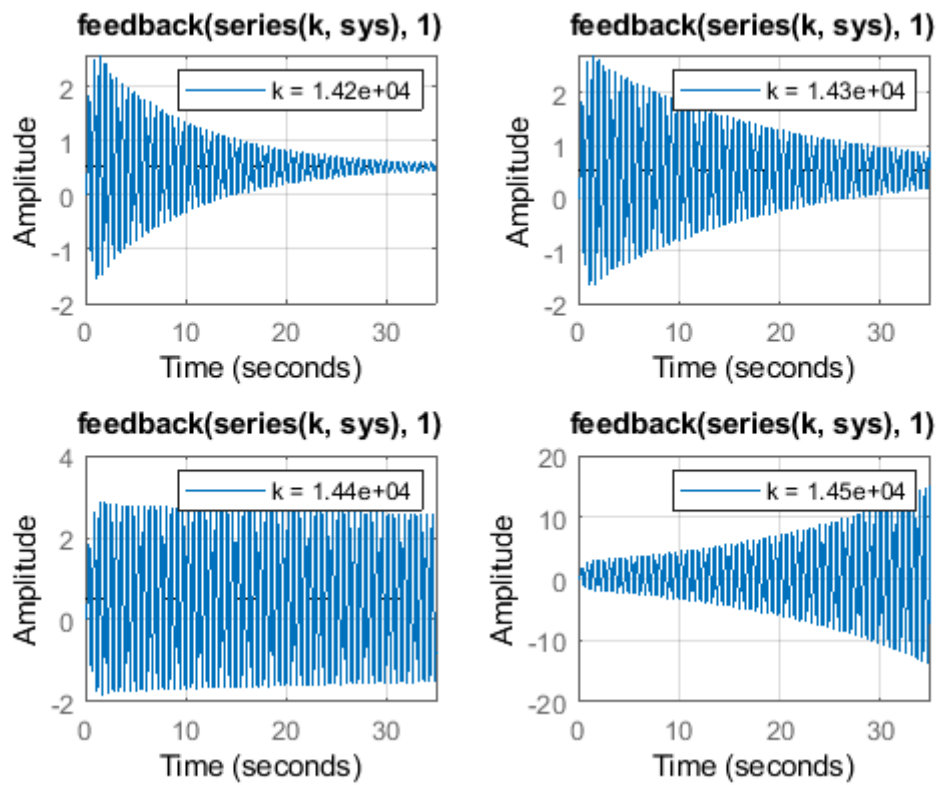
είσοδος	έξοδος
f_1	x_3

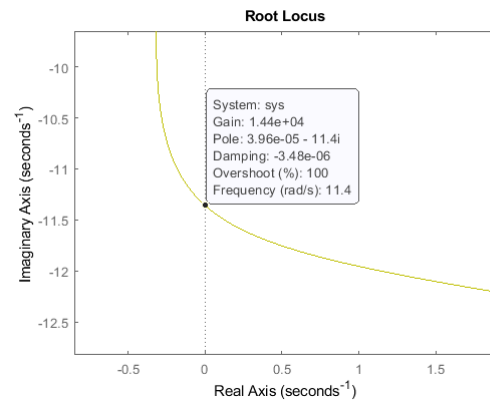
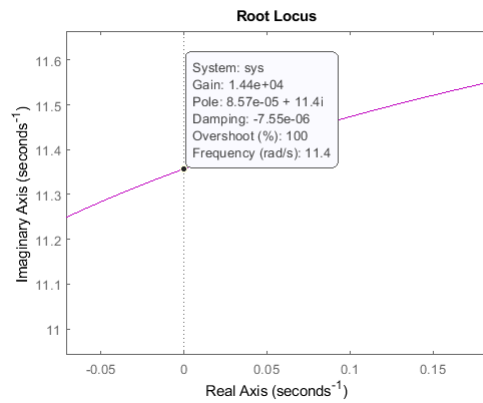
$$0.1087 s^2 + 13.36 s + 410.1$$

$$s^6 + 10.11 s^5 + 847.7 s^4 + 4143 s^3 + 1.783e05 s^2 + 1.737e05 s + 5.331e06$$



2.2 μέθοδος Ziegler – Nichols 2^η





```
>> sys = tf(num{1}(3,:),den)
```

```
sys =
```

$$0.1087 s^2 + 13.36 s + 410.1$$

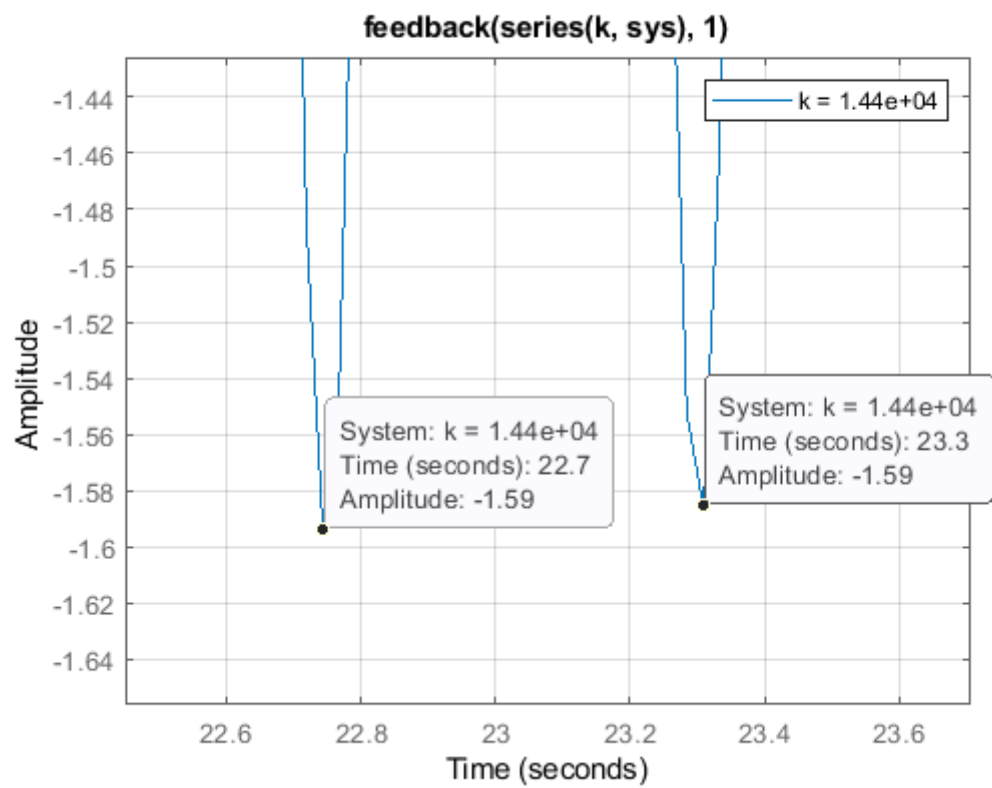
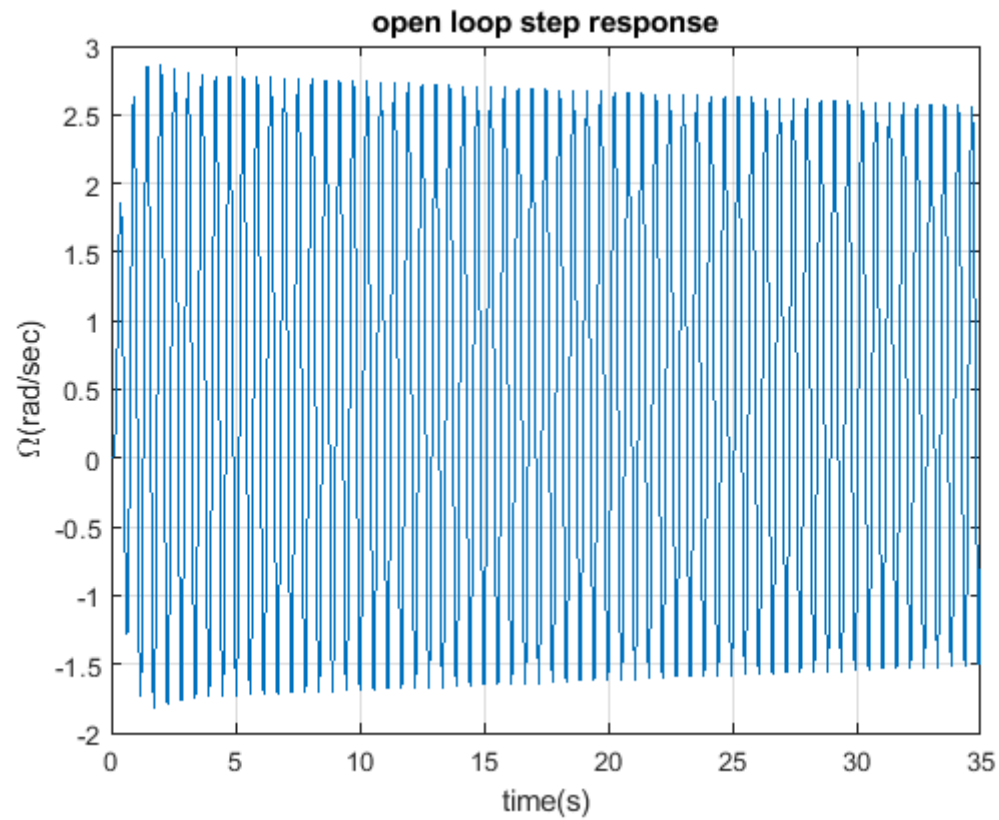
$$s^6 + 10.11 s^5 + 847.7 s^4 + 4143 s^3 + 1.783e05 s^2 + 1.737e05 s + 5.331e06$$

Continuous-time transfer function.

```
>> p = rlocus(sys, 1.44e+04)
```

```
p =
```

```
-3.4517 +22.8284i  
-3.4517 -22.8284i  
-1.6007 +12.6887i  
-1.6007 -12.6887i  
-0.0034 +11.3524i  
-0.0034 -11.3524i
```



2.2.1 σχεδίαση κατευθυντή P

$$K_P = 0.50\widetilde{K}_P = 7200$$

```
con_P =
    7200
Static gain.
```

2.2.2 σχεδίαση κατευθυντή PI

$$K_P = 0.45\widetilde{K}_P = 6480 \quad \left| \quad T_I = \frac{\tilde{T}}{1.2} = 0.5000 \right.$$

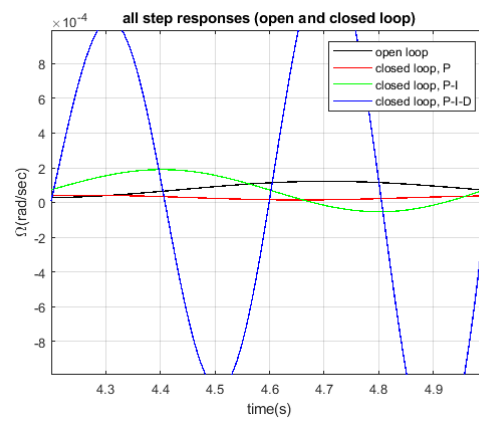
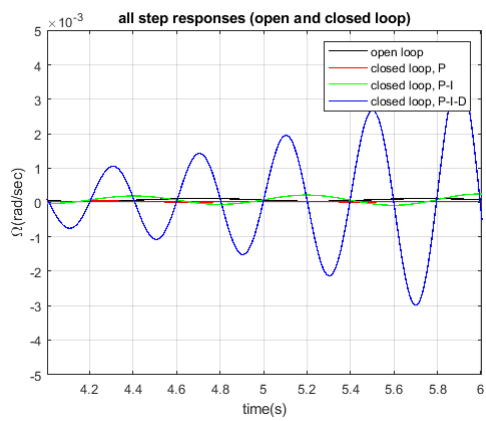
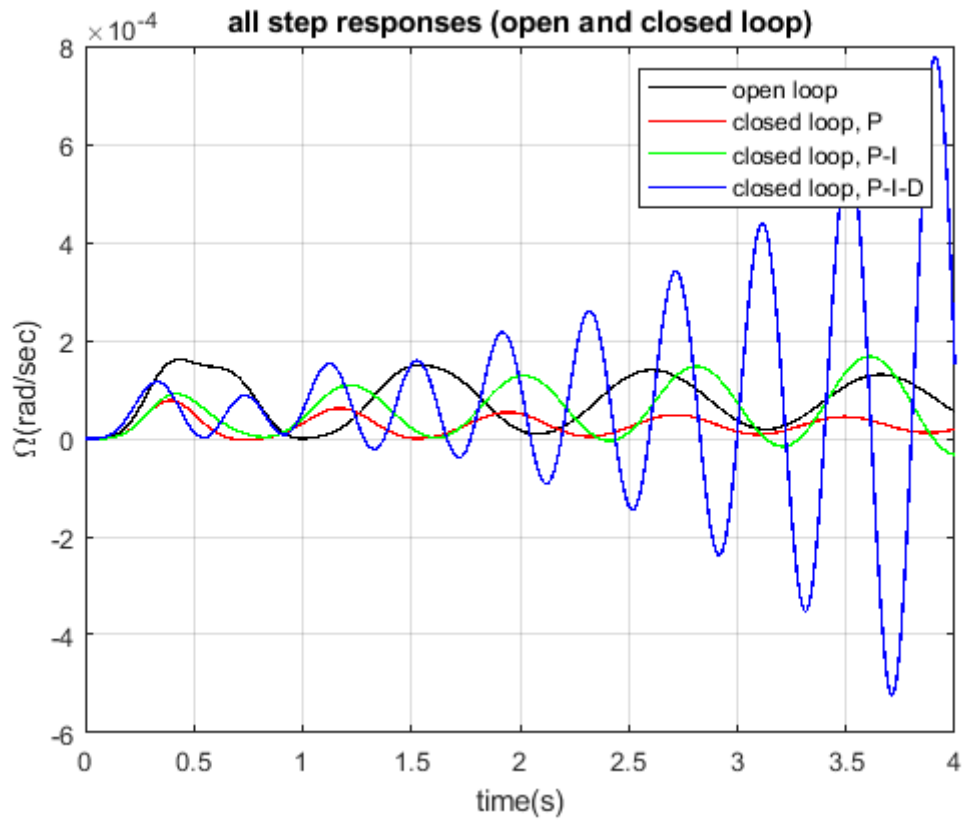
```
con_PI =
    6480 s + 1.296e04
    -----
           s
Continuous-time transfer function.
```

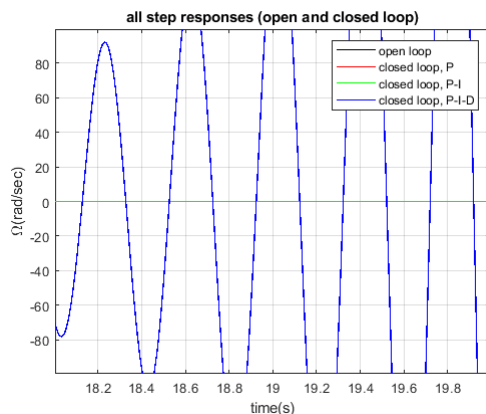
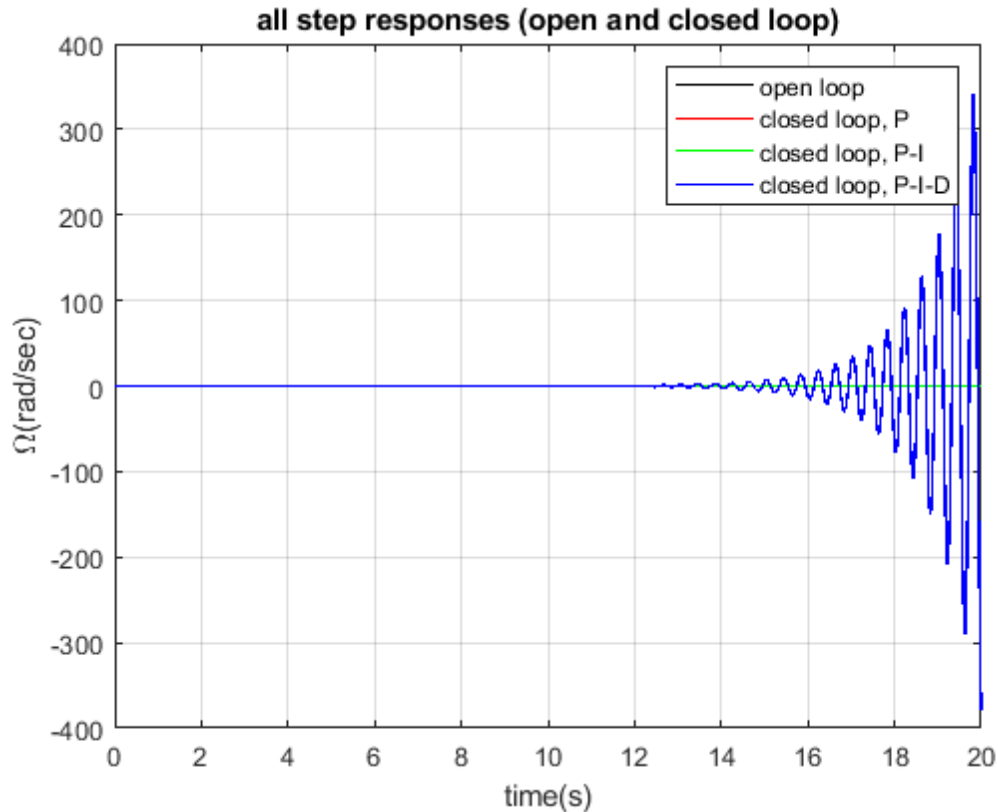
2.2.3 σχεδίαση κατευθυντή PID

$$K_P = 0.60\widetilde{K}_P = 8640 \quad \left| \quad T_I = \frac{\tilde{T}}{2.0} = 0.300 \quad \left| \quad T_D = \frac{\tilde{T}}{8.0} = 0.0750 \right. \right.$$

```
con_PID =
    648 s^2 + 8640 s + 2.88e04
    -----
           s
Continuous-time transfer function.
```

2.3 σύγκριση και σχολιασμός





Στην περίπτωση του ανοιχτού βρόχου παρατηρεί κανείς την ταλαντωτική απόκριση της θέσης x_3 του σώματος m_3 για είσοδο f_1 βαθμίδας μέτρου 1. Παρατηρεί κανείς ότι η τελική τιμή μέτρου 1 επιτυγχάνεται έπειτα από φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο συνεχώς αυξανόμενη. Για ΣΕΚΒ με χρήση αναλογικού κατευθυντή P, η τελική τιμή της τάσης επιτυγχάνεται ταχύτερα, με το μέτρο της να πλησιάζει σε τιμή εκείνου του ανοιχτού βρόχου. Η προσθήκη ολοκληρωτικού κατευθυντή I για ΣΕΚΒ με χρήση P-I σε παράλληλη μεταξύ τους σύνδεση, αυξάνει το πλάτος των φθίνουσών ταλαντώσεων με την τελική τιμή της επιτάχυνσης να απομακρύνεται σε τιμή από εκείνη του ανοιχτού βρόχου, σε σχέση με τη χρήση μόνο κατευθυντή P. Τέλος, η προσθήκη και διαφορικού κατευθυντή D για ΣΕΚΒ με χρήση P-I-D σε παράλληλη μεταξύ τους σύνδεση φαίνεται να δημιουργεί αστάθεια στο σύστημα, με διαρκώς αυξανόμενες ταλαντώσεις.

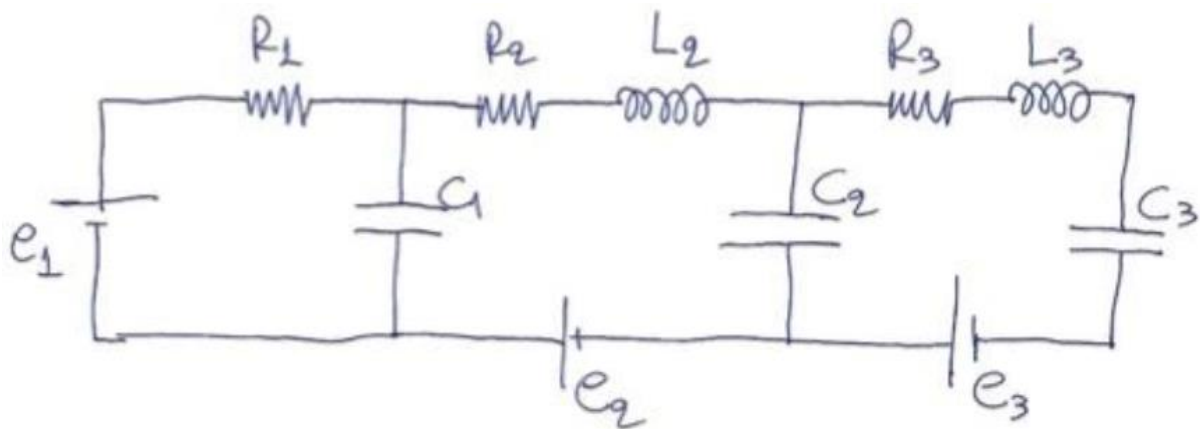
παράρτημα

σχετικές αναφορές εργασιών 2 και 3

ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΣΑΡΙΔΑΚΗΣ (MT53)

24/05/2020, ΧΑΝΙΑ

3 ηλεκτρικό σύστημα



3.1 χώρος κατάστασης

είσοδοι: e_1, e_2, e_3

έξοδοι: $V_{C1}, V_{C2}, V_{C3}, V_{R1}, V_{R2}, V_{R3}, V_{L1}, V_{L2}, V_{L3}, i_1, i_2, i_3, i_4, i_5$

τάση: v

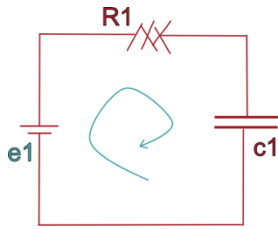
ένταση: i

3.1.1 μοντελοποίηση

ηλεκτρικά σήματα (συναρτήσεις – μιας ή περισσότερων μεταβλητών – που «μεταφέρουν» πληροφορία για το φυσικό φαινόμενο): τάσεις, ένταση ρευμάτων.

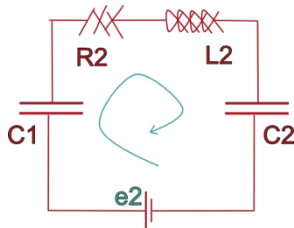
3.1.1.1 διαφορικές εξισώσεις

φυσικός νόμος που διέπει το σύστημα: 2ος νόμος Kirchhoff $\sum v_i = 0$
από το μηχανικό σύστημα στο διάγραμμα ελευθέρου σώματος:



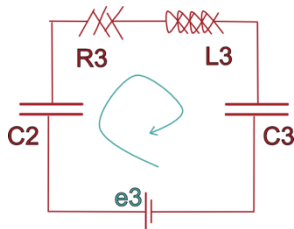
$$\sum v_1 = 0 \leftrightarrow i_1 R_1 + v_{c1} = e_1$$

$$i_4 = C_1 \frac{dv_{c1}}{dt}$$



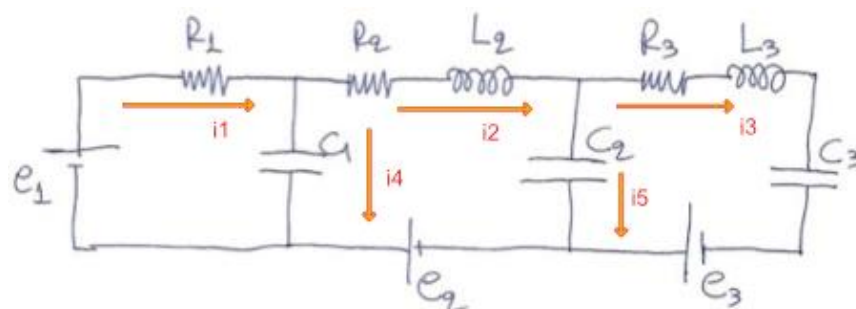
$$\sum v_2 = 0 \leftrightarrow i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + v_{c2} - v_{c1} = e_2$$

$$i_5 = C_2 \frac{dv_{c2}}{dt}$$



$$\sum v_3 = 0 \leftrightarrow i_3 R_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + v_{c3} - v_{c2} = e_3$$

$$i_3 = C_3 \frac{dv_{c3}}{dt}$$



$$i_1 = i_2 + i_4$$

$$i_2 = i_3 + i_5$$

3.1.1.2 μεταβλητές κατάστασης

- βαθμοί ελευθερίας (πλήθος ανεξάρτητων μεταβλητών για προσδιορισμό θέσης): 3
- τάξη συστήματος (πλήθος δομικών στοιχείων «αποθήκευσης ενέργειας»): 5

ορισμός μεταβλητών κατάστασης (i_L και v_C):

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
v_{C1}	i_2	v_{C2}	i_3	v_{C3}

3.1.1.3 διάνυσμα εισόδων v

$$v = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

3.1.1.4 διάνυσμα εξόδων y

$$y = [v_{C1} \quad v_{C2} \quad v_{C3} \quad v_{R1} \quad v_{R2} \quad v_{R3} \quad v_{L2} \quad v_{L3} \quad i_1 \quad i_2 \quad i_3 \quad i_4 \quad i_5]$$

εξίσωση κατάστασης: $\dot{z} = A \cdot z + B \cdot v$

εξίσωση εξόδου: $y = C \cdot z + D \cdot v$

$$i_1 R_1 = e_1 - v_{C1} \Leftrightarrow i_1 = \frac{e_1 - v_{C1}}{R_1}$$

$$i_4 = i_1 - i_2 \Leftrightarrow C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{e_1 - v_{C1}}{R_1} - i_2 \Leftrightarrow \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1}{C_1} \left(\frac{e_1 - v_{C1}}{R_1} - i_2 \right)$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = e_2 - i_2 R_2 - v_{C2} + v_{C1} \Leftrightarrow \frac{di_2}{dt} = \frac{1}{L_2} (e_2 - i_2 R_2 - v_{C2} + v_{C1})$$

$$L_3 \frac{di_3}{dt} = e_3 - i_3 R_3 - v_{C3} + v_{C2} \Leftrightarrow \frac{di_3}{dt} = \frac{1}{L_3} (e_3 - i_3 R_3 - v_{C3} + v_{C2})$$

v_{C1}	z_1
v_{C2}	z_3
v_{C3}	z_5
v_{R1}	$i_1 R_1 = \frac{e_1 - v_{C1}}{R_1} R_1 = e_1 - v_{C1} \equiv e_1 - z_1$
v_{R2}	$i_2 R_2 \equiv z_2 R_2$
v_{R3}	$i_3 R_3 \equiv z_4 R_3$
v_{L2}	$L_2 \frac{di_2}{dt} = e_2 - i_2 R_2 - v_{C2} + v_{C1} \equiv e_2 - z_2 R_2 - z_3 + z_1$
v_{L3}	$L_3 \frac{di_3}{dt} = e_3 - i_3 R_3 - v_{C3} + v_{C2} \equiv e_3 - z_4 R_3 - z_5 + z_3$
i_1	$\frac{e_1 - v_{C1}}{R_1} \equiv \frac{e_1 - z_1}{R_1}$
i_2	z_2
i_3	z_4

i_4	$i_4 = i_1 - i_2 = \frac{e_1 - v_{C1}}{R_1} - i_2 \equiv \frac{e_1 - z_1}{R_1} - z_2$
i_5	$i_5 = i_2 - i_3 \equiv z_2 - z_3$

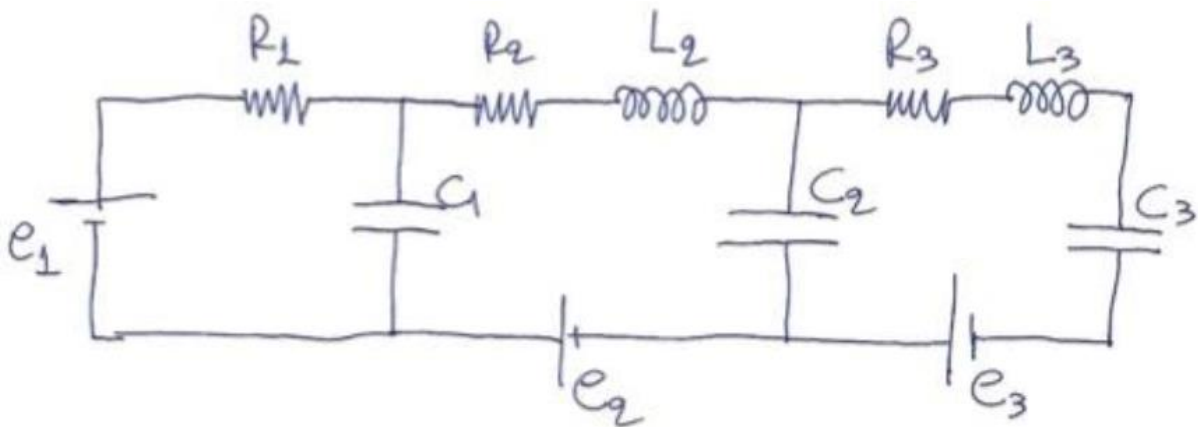
3.1.2 αντικαταστάσεις

$$\dot{z} \equiv \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \\ \dot{z}_5 \end{bmatrix} = A \cdot z + B \cdot v$$

$$\equiv \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1 R_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_2} & -\frac{R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{C_2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_3} & -\frac{R_3}{L_3} & -\frac{1}{L_3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +\frac{1}{C_1 R_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

$$y \equiv \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \\ v_{C3} \\ v_{R1} \\ v_{R2} \\ v_{R3} \\ v_{L2} \\ v_{L3} \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = C \cdot z + D \cdot v \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_3 & 0 \\ 1 & -R_2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -R_3 & -1 \\ -\frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{R_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

3.2 υπολογισμοί

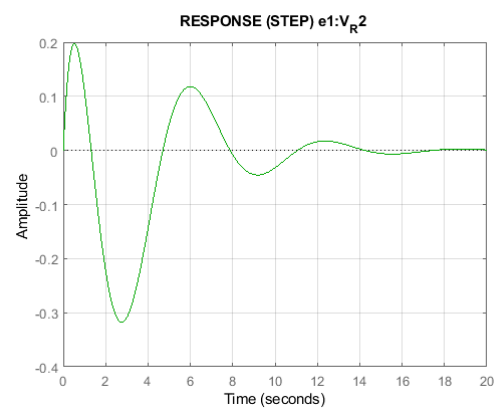
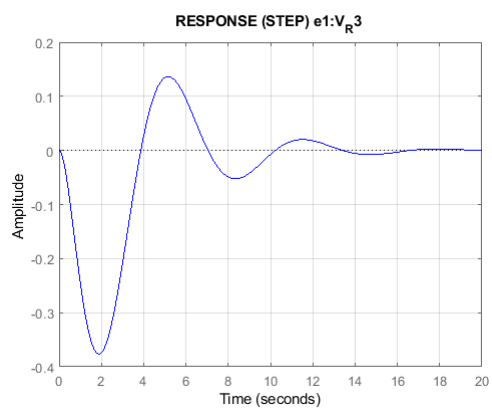
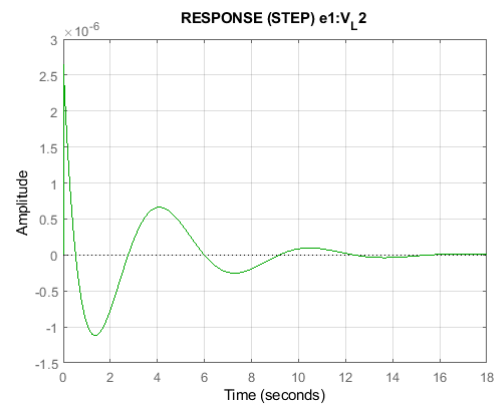
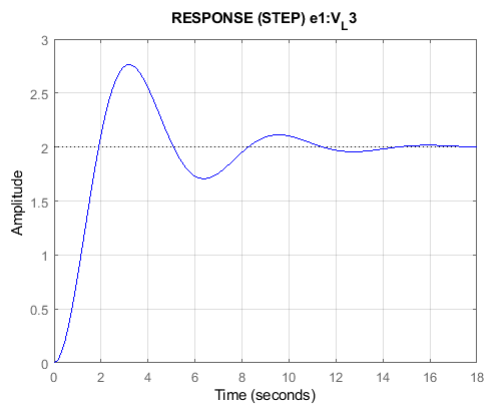
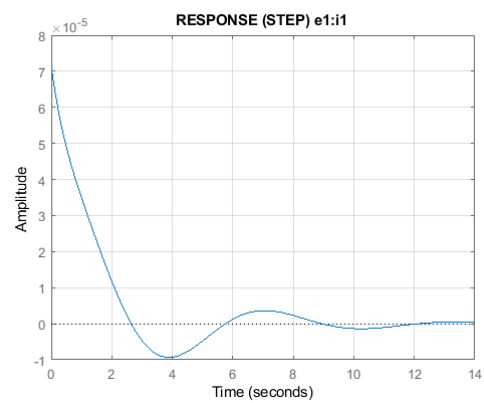
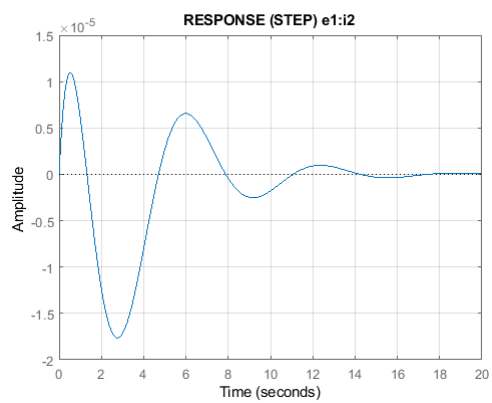
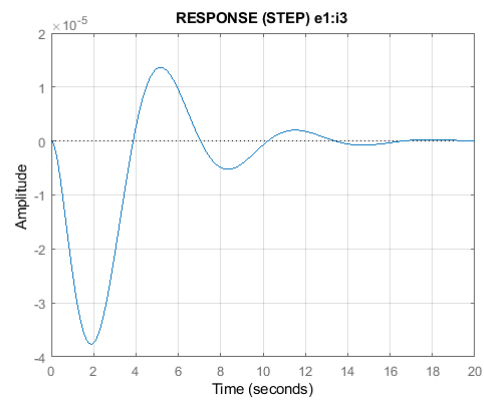
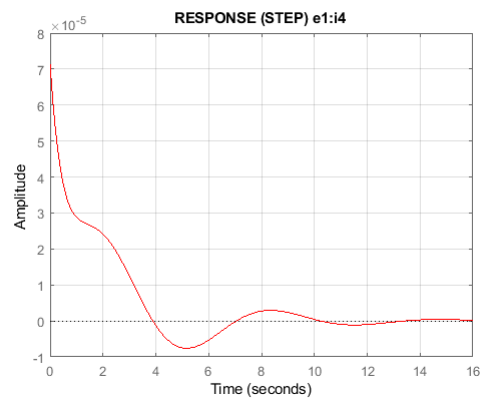


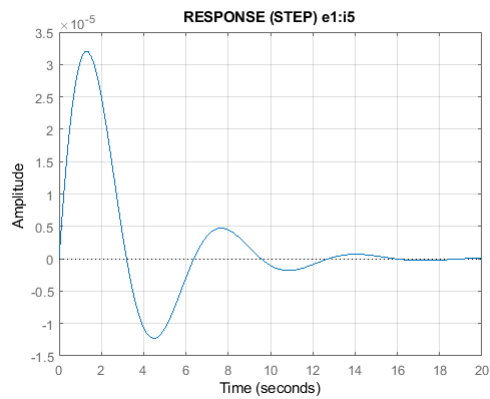
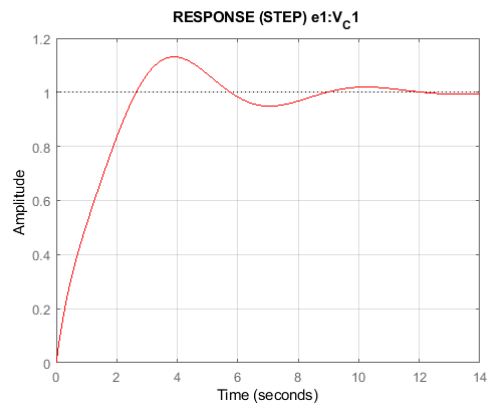
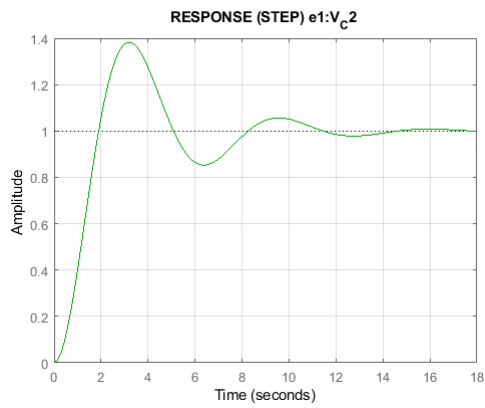
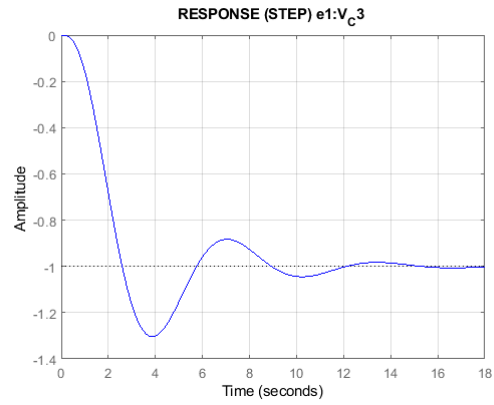
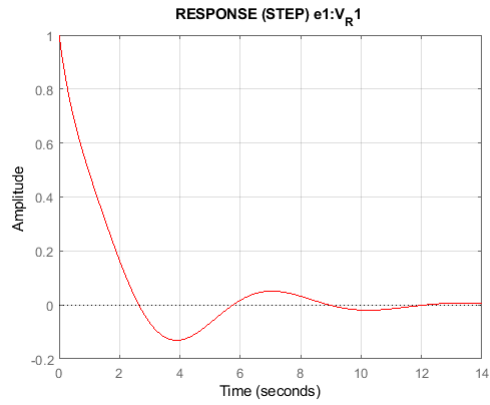
- α. αποκρίσεις μόνο για είσοδο e_1 βαθμίδα μέτρου 1
- β. αποκρίσεις μόνο για είσοδο e_2 βαθμίδα μέτρου 12
- γ. αποκρίσεις μόνο για κρουστική είσοδο e_3
- δ. αποκρίσεις μόνο για ημιτονοειδή είσοδο e_2 όπου $V_p - p = 12 V$, $\bar{V} = 3 V$
- ε. πόλους του συστήματος
- ζ. μηδενιστές του συστήματος
- η. κέρδη μόνιμης κατάστασης του συστήματος
- θ. συντελεστές κέρδους του συστήματος
- ι. λόγους απόσβεσης του συστήματος
- κ. φυσικές συχνότητες του συστήματος
- λ. χρονικές σταθερές του συστήματος
- μ. φυσικές συχνότητες με απόσβεση του συστήματος
- ν. διαγράμματα απόκρισης συχνότητας για 2 οποιεσδήποτε μεμονωμένες συναρτήσεις μεταφοράς
- ξ. γραφικά τα χαρακτηριστικά μεγέθη της μεταβατικής της απόκρισης σε είσοδο μοναδιαία βαθμίδα για 1 από τις 2 ΣΜ του προηγούμενου ερωτήματος

$$\begin{aligned}
 R_i &\in [2, 22] \text{ k}\Omega = (14000, 18000, 10000) \\
 C_i &\in [10, 100] \text{ }\mu\text{F} = (0.00082, 0.00046, 0.000064) \\
 L_i &\in [10, 100] \text{ mH} = (0.0550, 0.0775)
 \end{aligned}$$

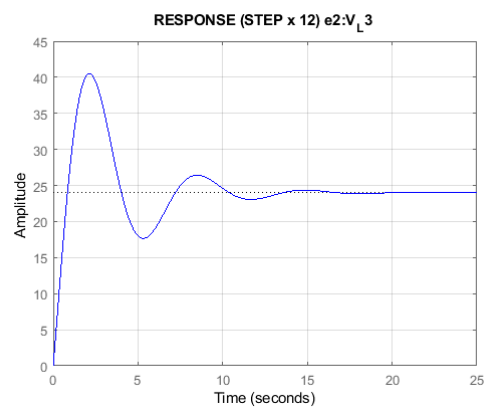
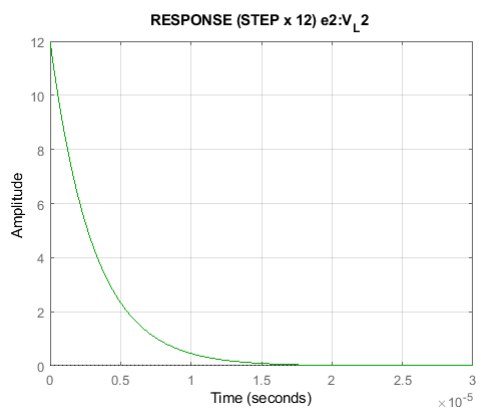
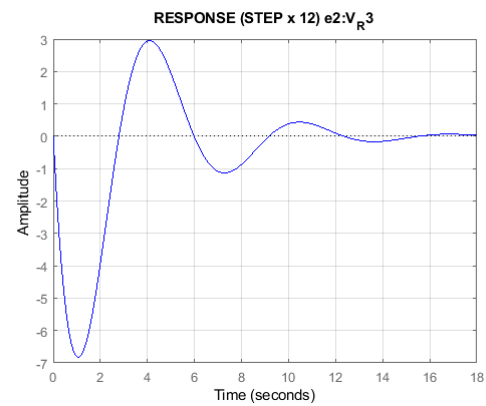
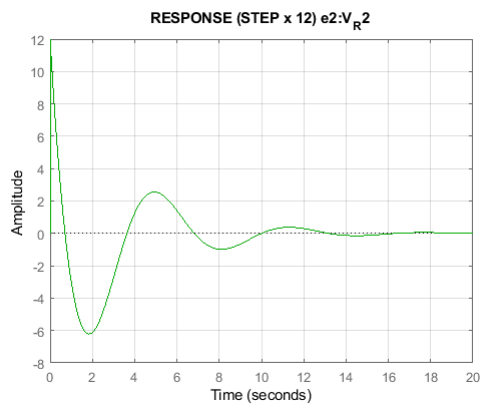
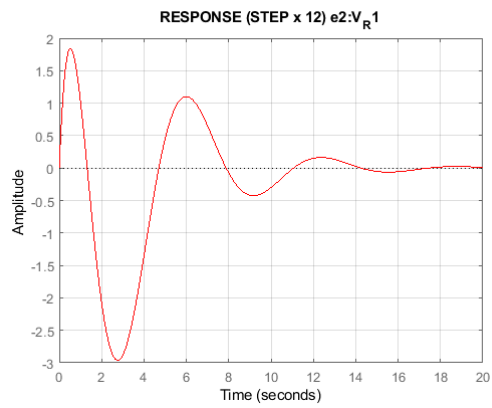
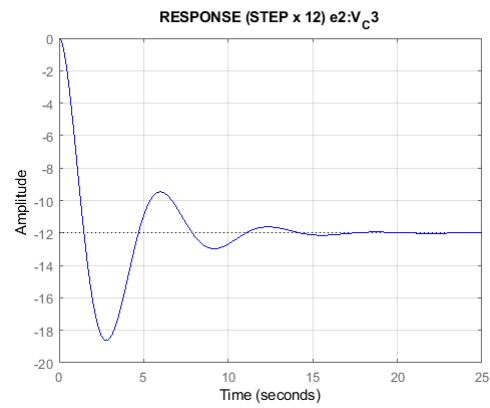
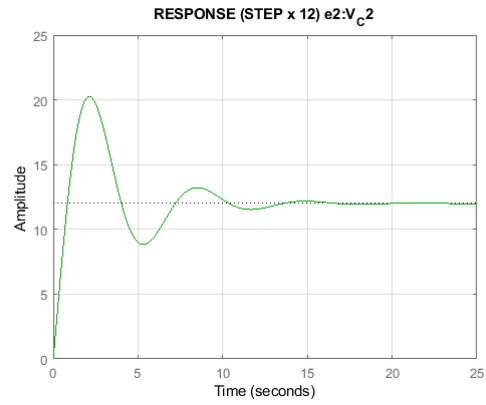
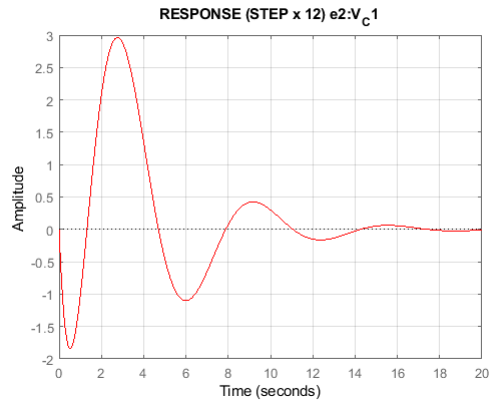
<https://github.com/float3rs/m>
<https://github.com/float3rs/m/blob/master/3/electrical.m>

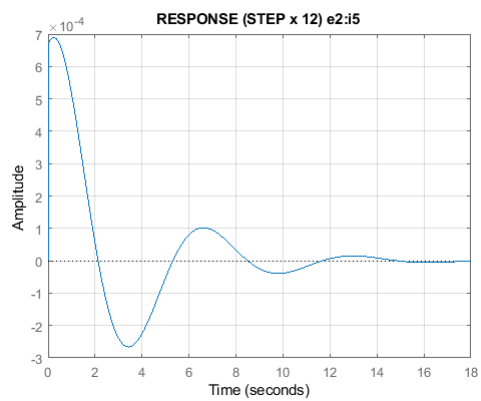
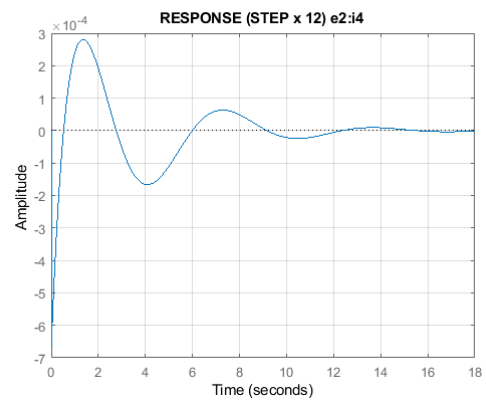
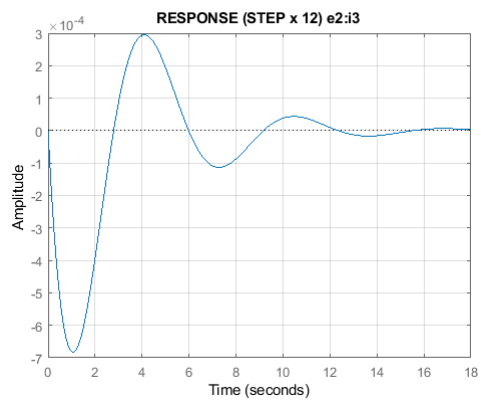
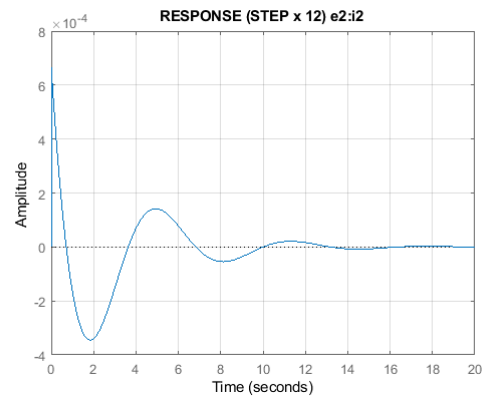
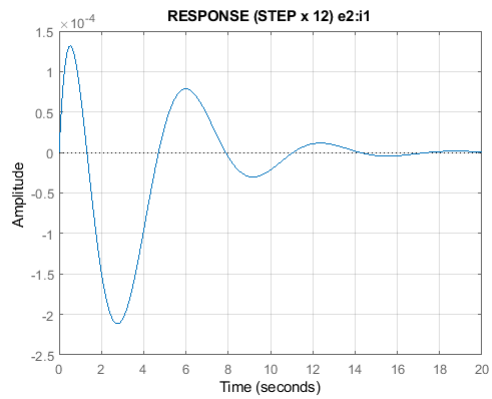
3.2.1 αποκρίσεις για είσοδο βαθμίδα



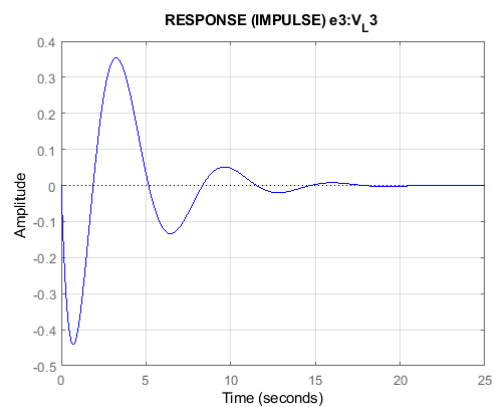
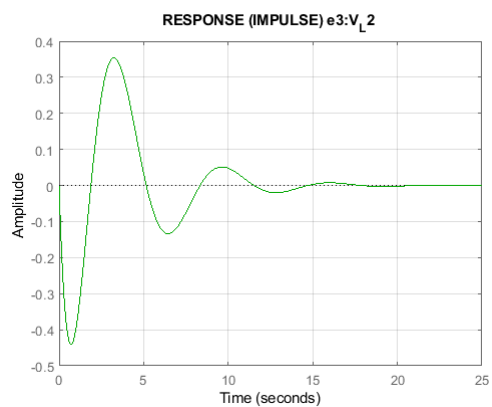
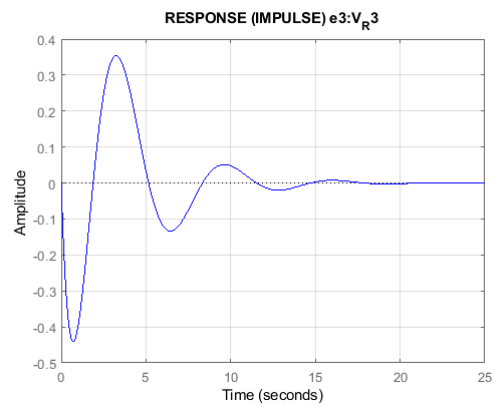
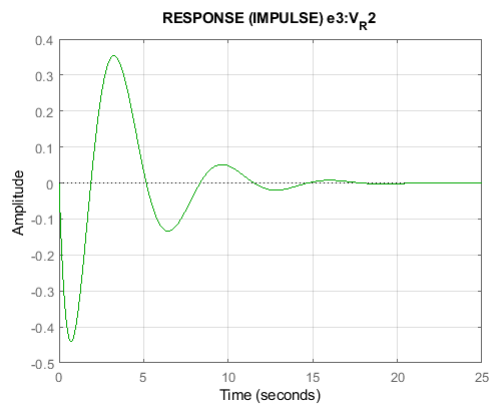
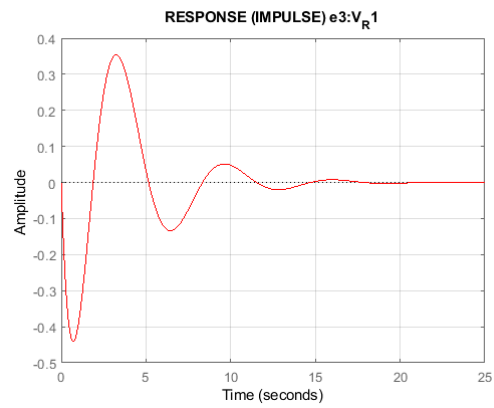
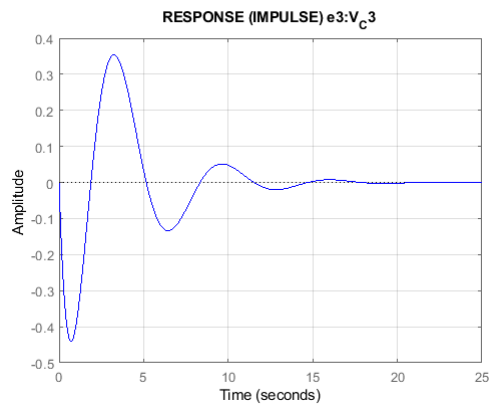
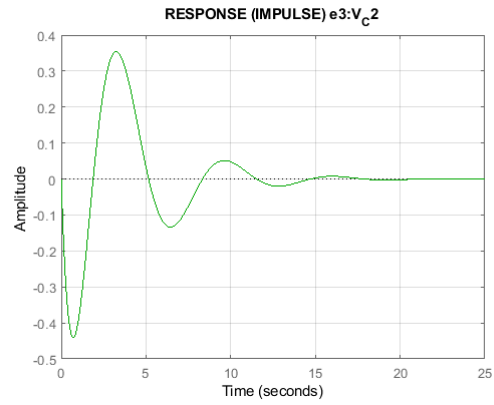
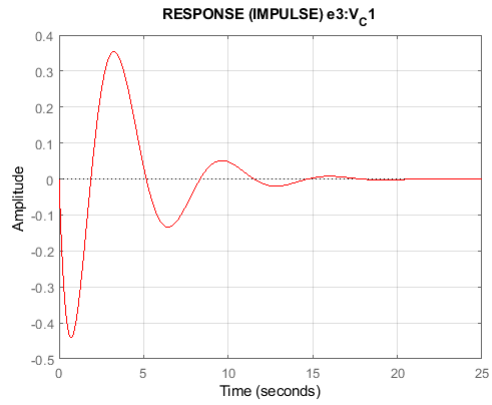


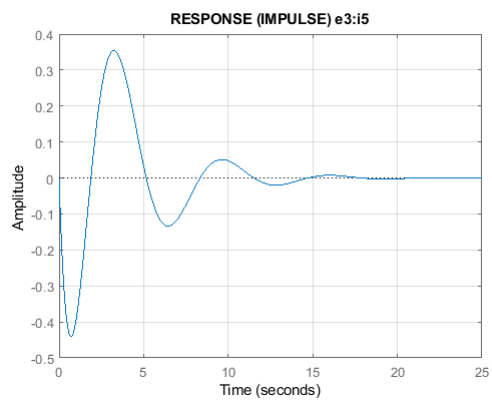
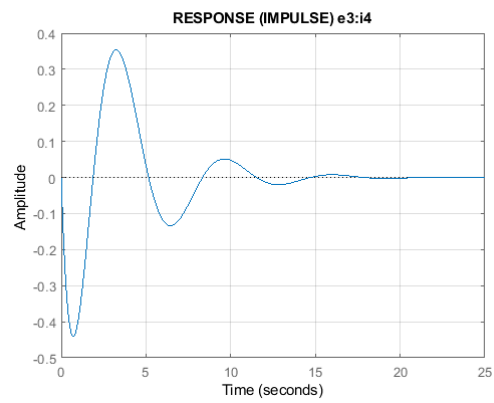
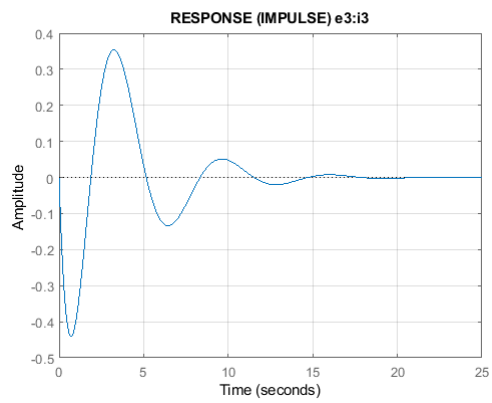
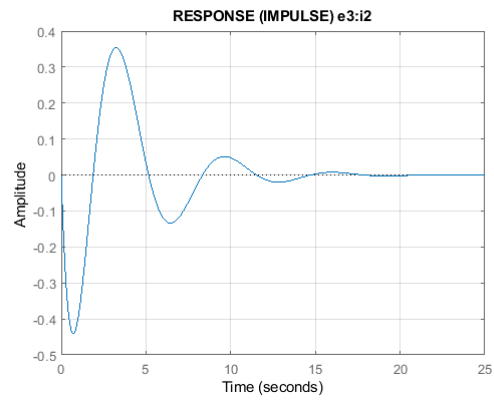
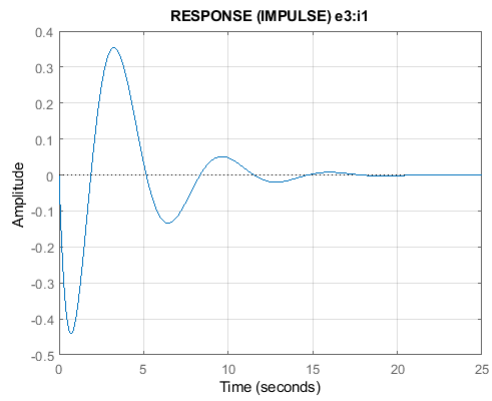
3.2.2 αποκρίσεις για είσοδο βαθμίδα μη-μοναδιαία



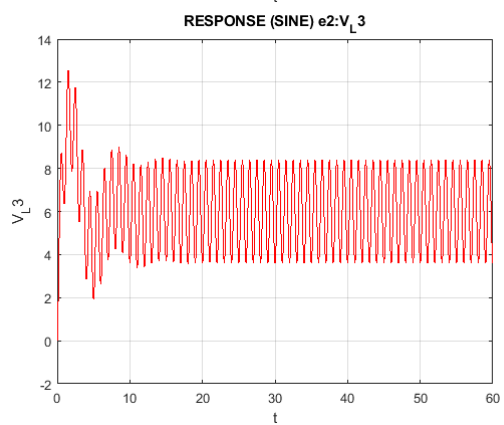
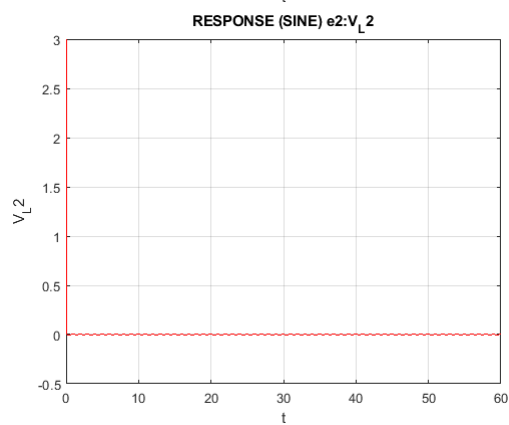
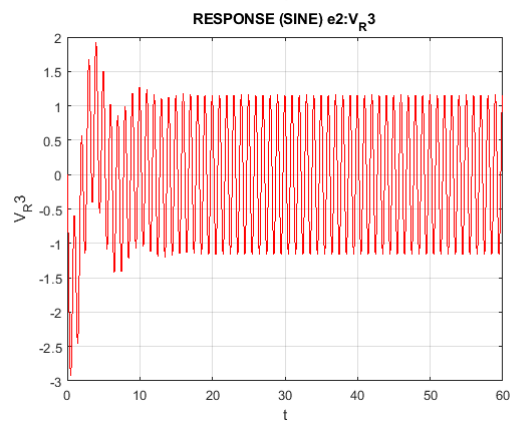
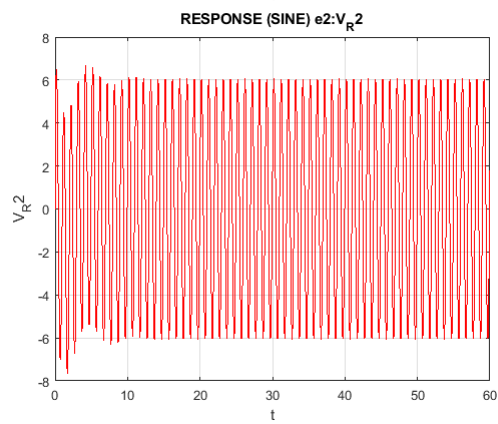
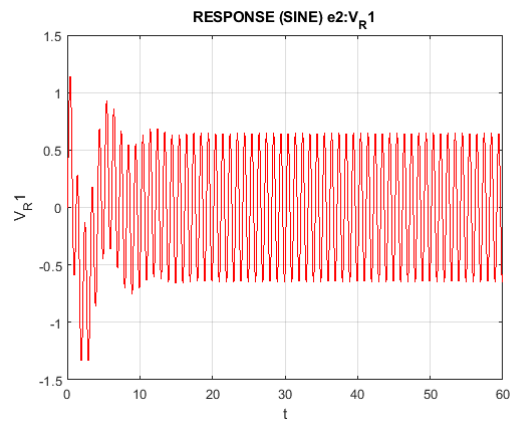
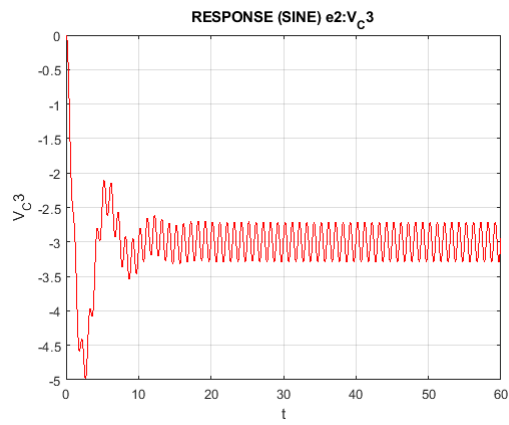
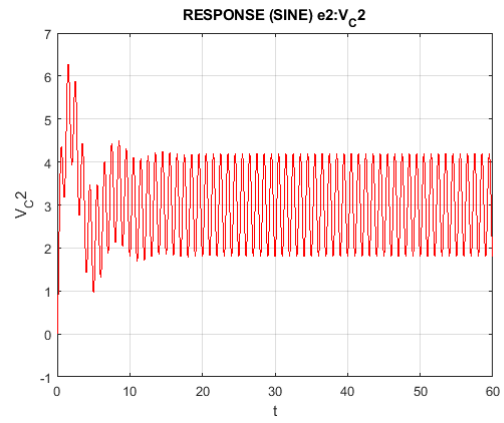
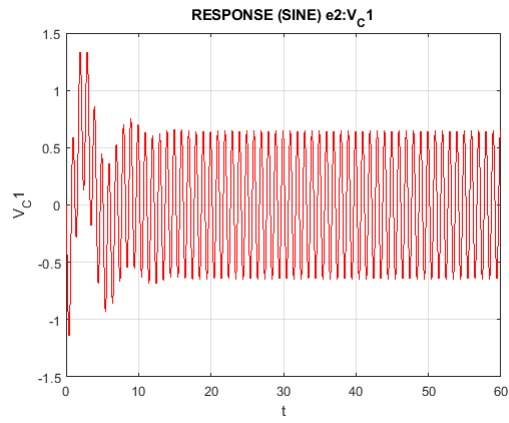


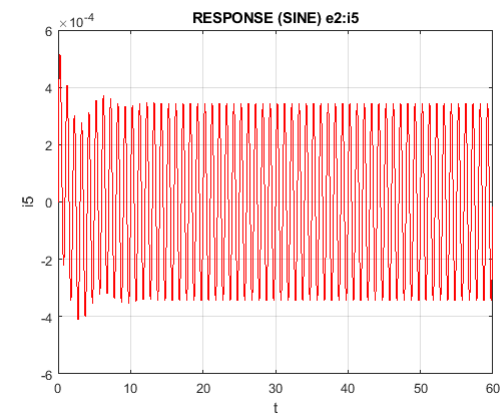
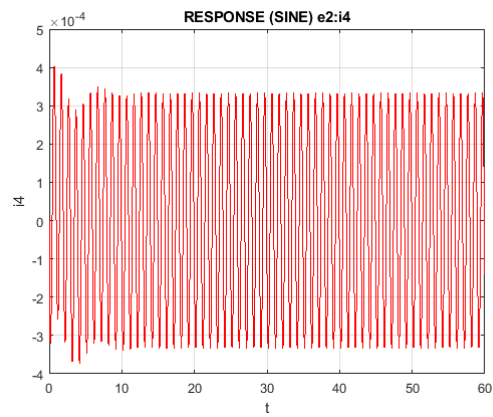
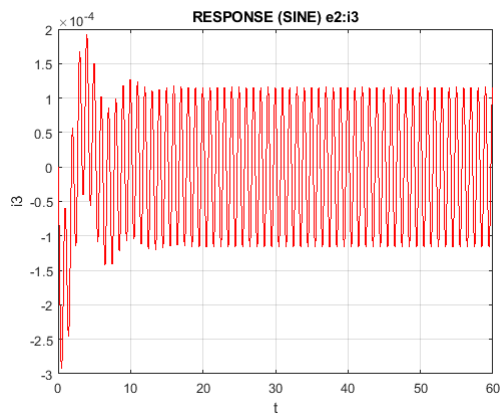
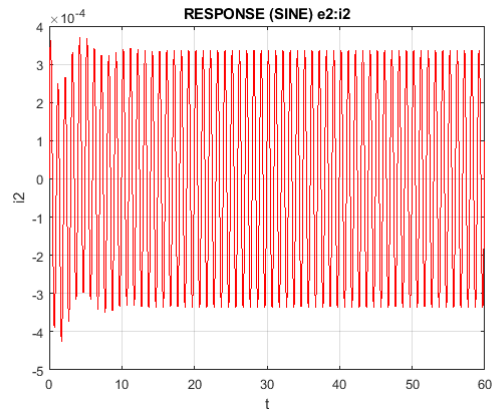
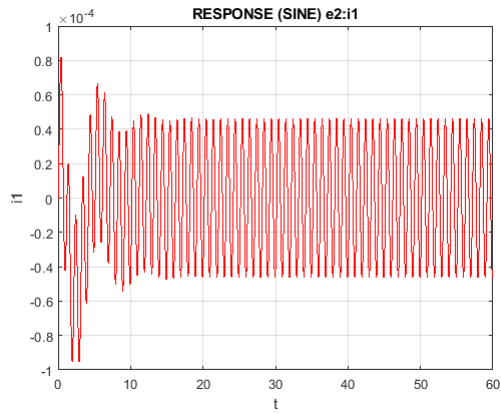
3.2.3 αποκρίσεις για κρουστική είσοδο





3.2.4 αποκρίσεις για ημιτονοειδή είσοδο





- 3.2.5 πόλοι συστήματος
- 3.2.6 λόγοι απόσβεσης
- 3.2.7 φυσικές συχνότητες
- 3.2.8 χρονικές σταθερές

Pole	Damping	Frequency (rad/TimeUnit)	Time Constant (TimeUnit)
-3.27e+05	1.00e+00	3.27e+05	3.06e-06
-1.29e+05	1.00e+00	1.29e+05	7.75e-06
-3.00e-01 + 9.87e-01i	2.91e-01	1.03e+00	3.33e+00
-3.00e-01 - 9.87e-01i	2.91e-01	1.03e+00	3.33e+00

-1.54e+00 1.00e+00 1.54e+00 6.48e-01

3.2.9 μηδενιστές συστήματος

3.2.9.1 είσοδος: 1

z1 =

1.0e+05 *

Columns 1 through 5

-3.2727 + 0.0000i	-1.2903 + 0.0000i	Inf + 0.0000i	-3.2727 + 0.0000i	-1.2903 + 0.0000i
-1.2903 + 0.0000i	-0.0000 + 0.0000i	Inf + 0.0000i	-1.2903 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
-0.0000 + 0.0000i	Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i	-0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
-0.0000 - 0.0000i	Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i	-0.0000 - 0.0000i	Inf + 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i	-0.0000 + 0.0000i	Inf + 0.0000i

Columns 6 through 10

0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i	-2.5806 + 0.0000i	-3.2727 + 0.0000i	-1.2903 + 0.0000i
Inf + 0.0000i	-1.2903 + 0.0000i	-0.0000 + 0.0000i	-1.2903 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
Inf + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i	Inf + 0.0000i	-0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
Inf + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i	Inf + 0.0000i	-0.0000 - 0.0000i	Inf + 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i	-0.0000 + 0.0000i	Inf + 0.0000i

Columns 11 through 13

0.0000 + 0.0000i	-3.2727 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
Inf + 0.0000i	-1.2903 + 0.0000i	-1.2903 + 0.0000i
Inf + 0.0000i	-0.0000 + 0.0000i	-0.0000 + 0.0000i
Inf + 0.0000i	-0.0000 - 0.0000i	Inf + 0.0000i
Inf + 0.0000i	-0.0000 + 0.0000i	Inf + 0.0000i

3.2.9.2 είσοδος: 2

z2 =

1.0e+05 *

Columns 1 through 11

-1.2903	-1.2903	-0.0000	-1.2903	-1.2903	0	0	-2.5806	-1.2903	-1.2903	-0.0000
0.0000	-0.0000	Inf	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000
-0.0000	-0.0000	Inf	-0.0000	0.0000	Inf	-1.2903	-0.0000	-0.0000	0.0000	Inf
Inf	Inf	Inf	Inf	0.0000	Inf	-0.0000	Inf	Inf	0.0000	Inf
Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	0.0000	Inf	Inf	Inf	Inf

Columns 12 through 13

-1.2903	0
0.0000	-1.2903
0.0000	-0.0000
0.0000	-0.0000
Inf	Inf

3.2.9.3 είσοδος: 3

z3 =

1.0e+05 *

Columns 1 through 11

0.0000	-3.2727	-3.2727	0.0000	0	0	-0.0000	0	0.0000	0	0
Inf	-0.0000	-0.0000	Inf	-0.0000	-3.2727	0.0000	-3.2727	Inf	-0.0000	-3.2727
Inf	0.0000	-0.0000	Inf	Inf	-0.0000	-0.0000	0.0075	Inf	Inf	-0.0000
Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	-0.0000	Inf	-0.0075	Inf	Inf	-0.0000
Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	-0.0000	Inf	Inf	Inf

Columns 12 through 13

0	0
-0.0000	0
Inf	-3.2727
Inf	-0.0000
Inf	Inf

3.2.10 κέρδη μόνιμης κατάστασης

3.2.10.1 είσοδος: 1

kss_1 =

1.0000
1.0000
-1.0000
0.0000
0.0000
0
0
2.0000
0.0000
0.0000
0
0.0000
0

3.2.10.2 είσοδος: 2

kss_2 =

0.0000
1.0000
-1.0000
-0.0000
0.0000
0
0
2.0000
-0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0

3.2.10.3 είσοδος: 3

kss_3 =

0.0000
0.0000
1.0000
-0.0000
0
0
-0.0000
0
-0.0000
0
0
0
0

3.2.11 φυσικές συχνότητες με απόσβεση

wd =

0
0

0.9871
0.9871
0

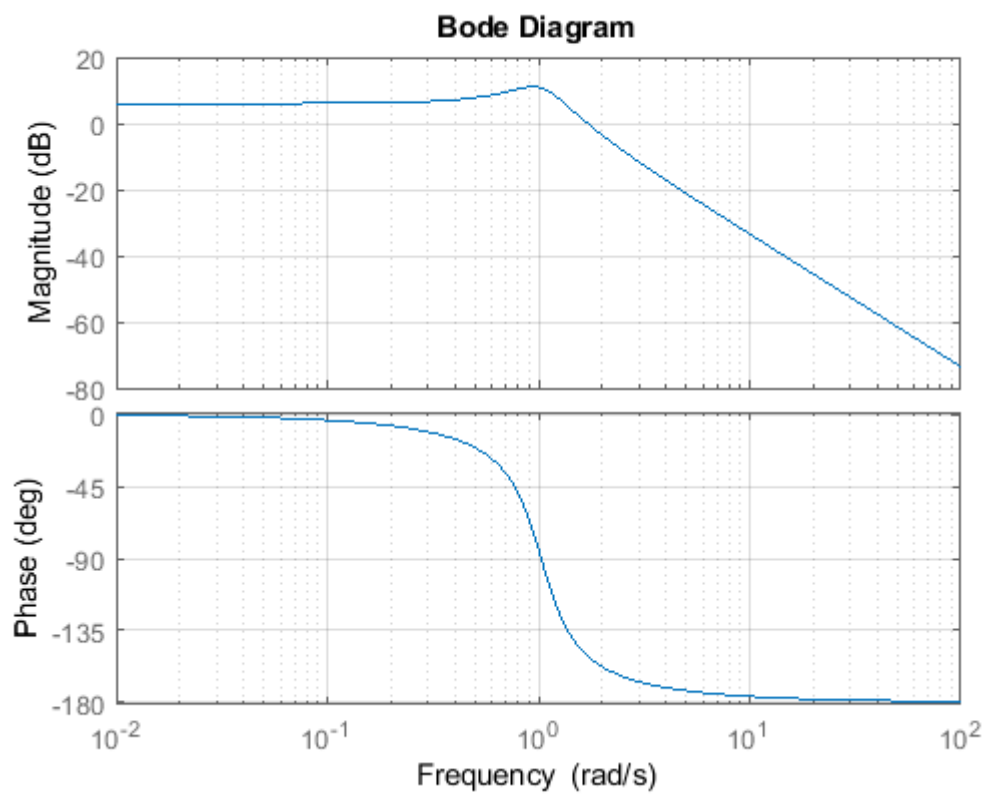
3.2.12 μεμονωμένες συναρτήσεις μεταφοράς
3.2.12.1 είσοδος: 1, έξοδος: 3 – τάση πυκνωτή 3

sysA_03 =

-6.942e10

s^5 + 4.563e05 s^4 + 4.223e10 s^3 + 9.058e10 s^2 + 8.413e10 s + 6.942e10

Continuous-time transfer function.



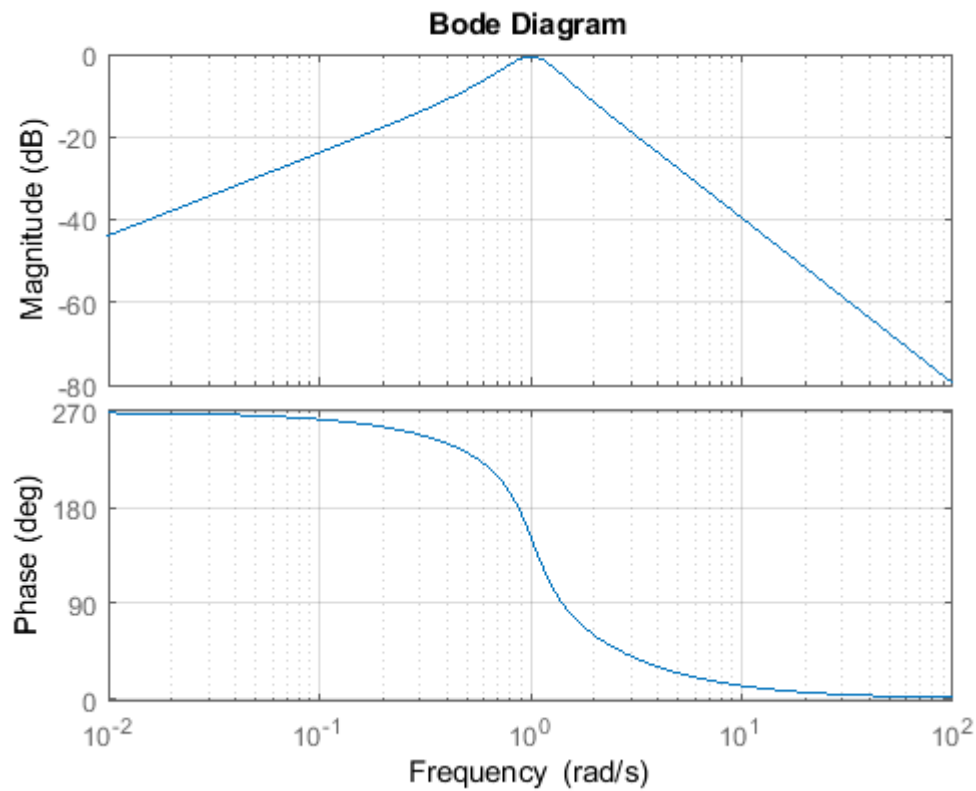
3.2.12.2 είσοδος: 1, έξοδος: 3 – τάση πυκνωτή 3

sysA_06 =

-4.443e10 s

s^5 + 4.563e05 s^4 + 4.223e10 s^3 + 9.058e10 s^2 + 8.413e10 s + 6.942e10

Continuous-time transfer function.

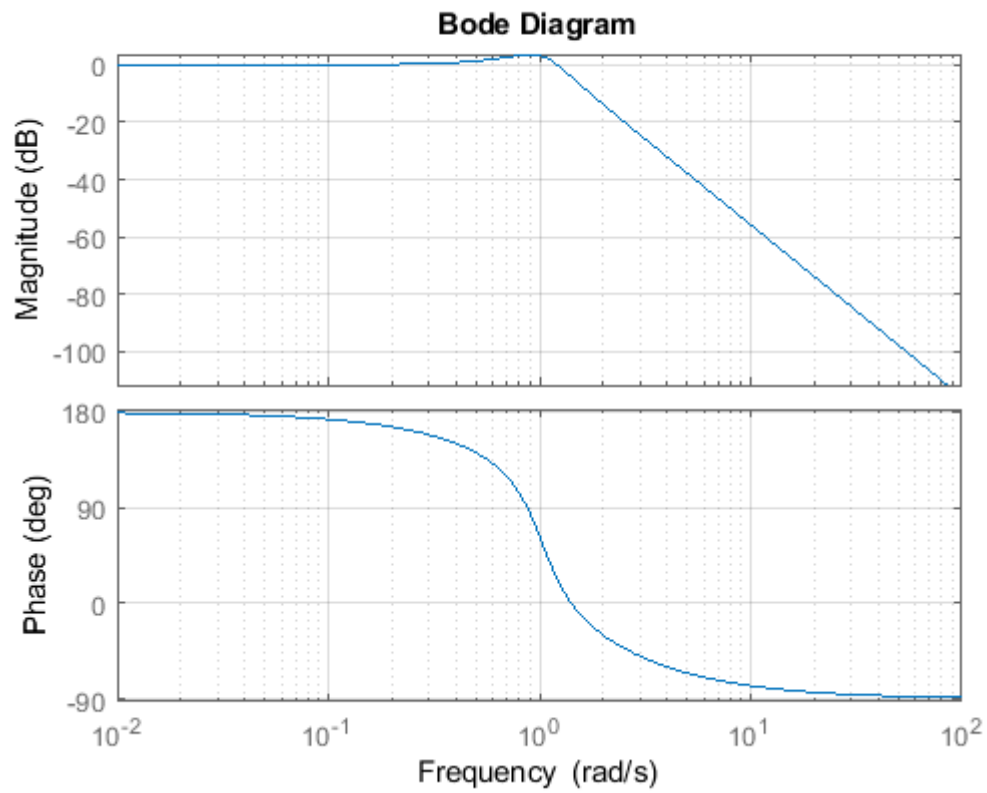


3.2.12.3 είσοδος: 1, έξοδος: 3 – τάση πυκνωτή 3

sysA_08 =

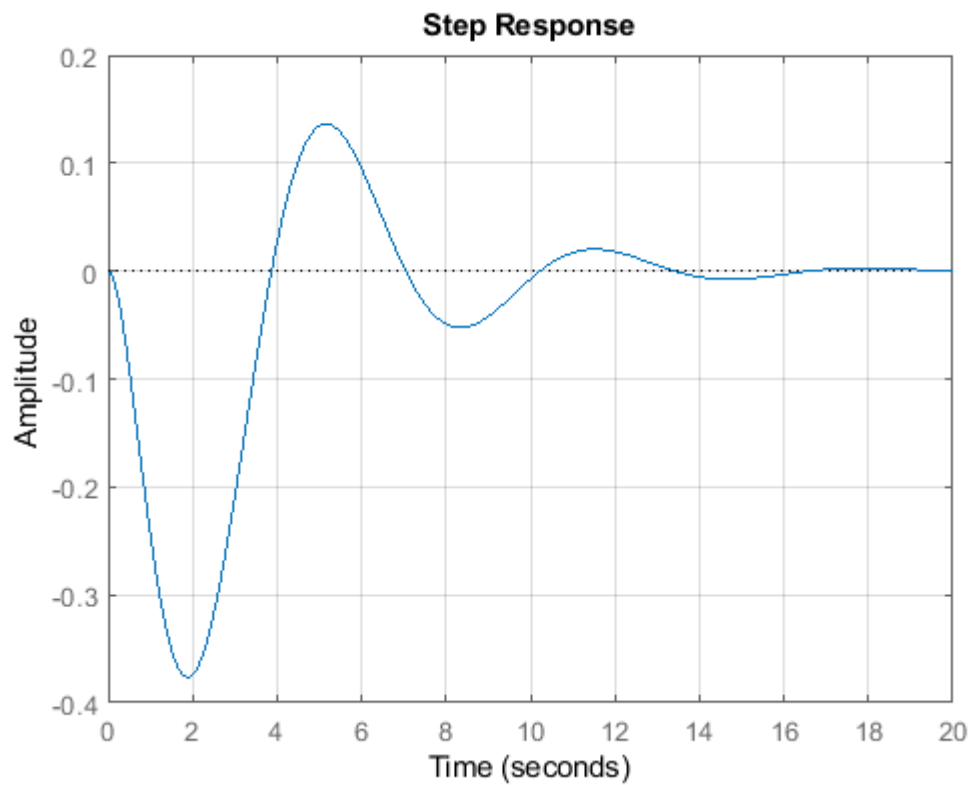
$$\frac{3.443e05 \, s^2 + 8.885e10 \, s + 1.388e11}{s^5 + 4.563e05 \, s^4 + 4.223e10 \, s^3 + 9.058e10 \, s^2 + 8.413e10 \, s + 6.942e10}$$

Continuous-time transfer function.



3.2.13 γραφικός υπολογισμός χαρακτηριστικών μεγεθών

3.2.13.1 είσοδος: 1, έξοδος: 6 – τάση αντίστασης 3



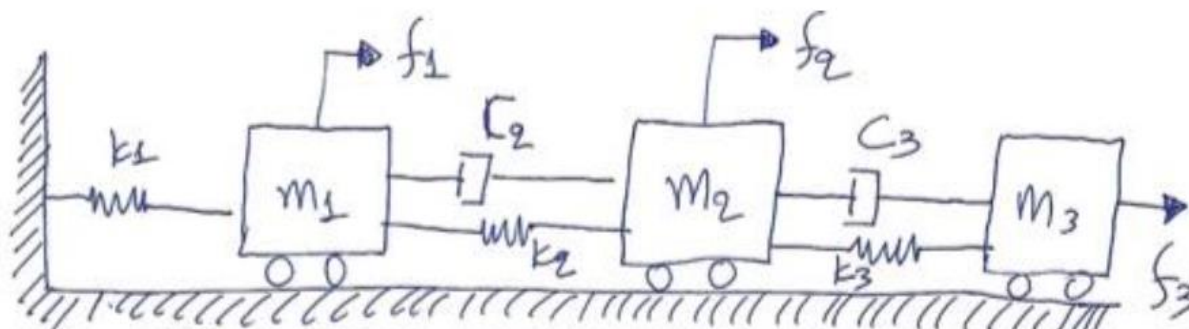
```
stepinfo(sysA_06)
```

```
ans =
```

```
struct with fields:
```

```
    RiseTime: 0
SettlingTime: 14.9422
SettlingMin: -0.3763
SettlingMax: 0.1363
    Overshoot: Inf
    Undershoot: Inf
        Peak: 0.3763
    PeakTime: 1.9088
```

4 μηχανικό σύστημα



4.1 χώρος κατάστασης

είσοδοι: f_1, f_2, f_3

έξοδοι: $x_1, x_2, x_3, u_1, u_2, u_3, a_1, a_2, a_3, f_{k1}, f_{k2}, f_{k3}, f_{k4}, f_{k5}$

ταχύτητα: u

επιτάχυνση: a

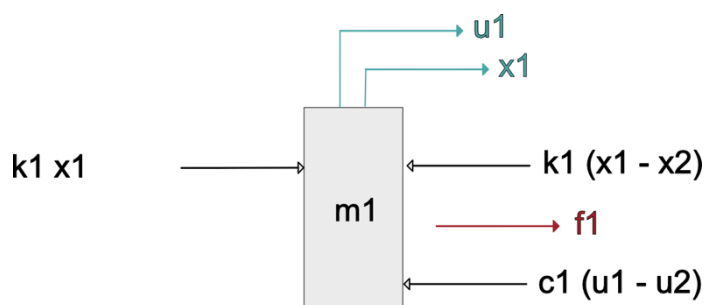
4.1.1 μοντελοποίηση

μηχανολογικά σήματα (συναρτήσεις – μιας ή περισσότερων μεταβλητών – που «μεταφέρουν» πληροφορία για το φυσικό φαινόμενο): ταχύτητα, επιτάχυνση.

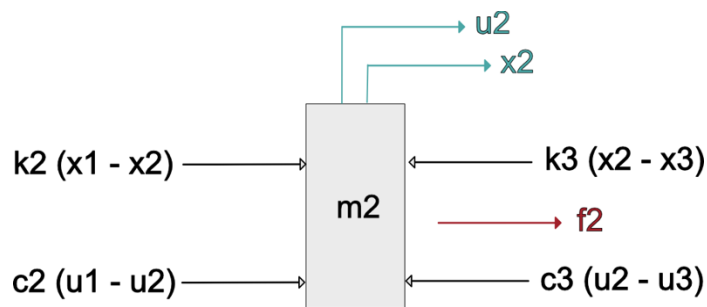
4.1.1.1 διαφορικές εξισώσεις

φυσικός νόμος που διέπει το σύστημα: 2^{ος} νόμος Newton $\sum f = ma$
από το μηχανικό σύστημα στο διάγραμμα ελεύθερου σώματος:

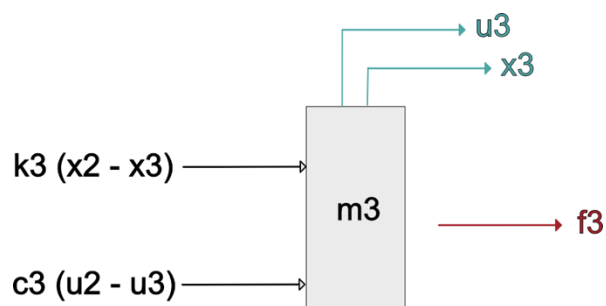
- παραδοχή θετικής φοράς: \rightarrow
- ελατήρια σταθεράς k
- αποσβεστήρες σταθεράς c



$$\sum f = m_1 a_1 \leftrightarrow m_1 a_1 = f_1 - k_1 x_1 - k_2 (x_1 - x_2) - c_2 (u_1 - u_2)$$



$$\sum f = m_2 a_2 \leftrightarrow m_2 a_2 = f_2 + k_2 (x_1 - x_2) + c_2 (u_1 - u_2) - k_3 (x_2 - x_3) - c_3 (u_2 - u_3)$$



$$\sum f = m_3 a_3 \leftrightarrow m_3 a_3 = f_3 + k_3 (x_2 - x_3) + c_3 (u_2 - u_3)$$

4.1.1.2 μεταβλητές κατάστασης

- βαθμοί ελευθερίας (πλήθος ανεξάρτητων μεταβλητών για προσδιορισμό θέσης): 3
- τάξη συστήματος (πλήθος δομικών στοιχείων «αποθήκευσης ενέργειας»): 6

ορισμός μεταβλητών κατάστασης (x και u):

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6
x_1	u_1	x_2	u_2	x_3	u_3

4.1.1.3 διάνυσμα εξόδων v

$$v = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

4.1.1.4 διάνυσμα εξόδων y

$$y = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad f_{k1} \quad f_{k2} \quad f_{c2} \quad f_{k3} \quad f_{c3}]$$

$$\text{εξίσωση κατάστασης:} \quad \dot{z} = A \cdot z + B \cdot v$$

$$\text{εξίσωση εξόδου:} \quad y = C \cdot z + D \cdot v$$

1. $m_1 \dot{z}_2 = f_1 - k_1 z_1 - k_2(z_1 - z_3) - c_2(z_2 - z_4)$
2. $m_2 \dot{z}_4 = f_2 - k_2(z_1 - z_3) + c_2(z_2 - z_4) - k_3(z_3 - z_5) - c_3(z_4 - z_6)$
3. $m_3 \dot{z}_6 = f_3 + k_3(z_3 - z_5) + c_3(z_4 - z_6)$

x_1	z_1
x_2	z_3
x_3	z_5
u_1	z_2
u_2	z_4
u_3	z_6
a_1	$\ddot{x}_1 = \dot{u}_1 = \frac{1}{m_1} [f_1 - k_1 z_1 - k_2(z_1 - z_3) - c_2(z_2 - z_4)] \equiv \dot{z}_2$
a_2	$\ddot{x}_2 = \dot{u}_2 = \frac{1}{m_2} [f_2 - k_2(z_1 - z_3) + c_2(z_2 - z_4) - k_3(z_3 - z_5) - c_3(z_4 - z_6)] \equiv \dot{z}_4$
a_3	$\ddot{x}_3 = \dot{u}_3 = \frac{1}{m_2} [f_3 + k_3(z_3 - z_5) + c_3(z_4 - z_6)] \equiv \dot{z}_6$
f_{k1}	$k_1 x_1 \equiv k_1 z_1$
f_{k2}	$k_2(x_1 - x_2) \equiv k_2(z_1 - z_3)$
f_{c2}	$c_2(u_1 - u_2) = c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \equiv c_2(z_2 - z_4)$
f_{k3}	$k_3(x_2 - x_3) \equiv k_2(z_3 - z_5)$
f_{c3}	$c_3(u_2 - u_3) = c_3(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) \equiv c_3(z_4 - z_6)$

4.1.2 αντικαταστάσεις

$$\dot{z} \equiv \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \\ \dot{z}_5 \\ \dot{z}_6 \end{bmatrix} = A \cdot z + B \cdot v$$

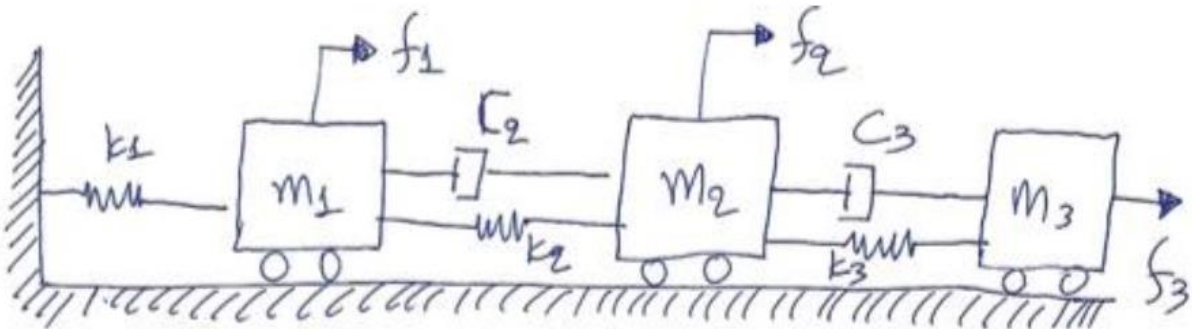
$$\equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1 + k_2}{m_1} & -\frac{c_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{k_2 + k_3}{m_2} & -\frac{c_2 + c_3}{m_2} & \frac{k_3}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{k_3}{m_3} & \frac{c_3}{m_3} & -\frac{k_3}{m_3} & -\frac{c_3}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

$$y \equiv \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ f_{k1} \\ f_{c1} \\ f_{k2} \\ f_{c2} \\ f_{k3} \\ f_{c3} \end{bmatrix} = C \cdot z + D \cdot v \equiv$$

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 -\frac{k_1 + k_2}{m_1} & -\frac{c_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & 0 & 0 \\
 \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{k_2 + k_3}{m_2} & -\frac{c_2 + c_3}{m_2} & \frac{k_3}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} \\
 0 & 0 & \frac{k_3}{m_3} & \frac{c_3}{m_3} & -\frac{k_3}{m_3} & -\frac{c_3}{m_3} \\
 k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 k_2 & 0 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & c_2 & 0 & -c_2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & k_3 & 0 & -k_3 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & c_3 & 0 & -c_3
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix}
 +
 \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 \frac{1}{m_1} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{1}{m_2} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{1}{m_3} \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

4.2 υπολογισμοί

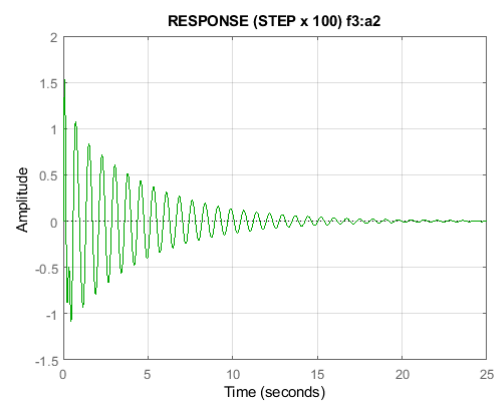
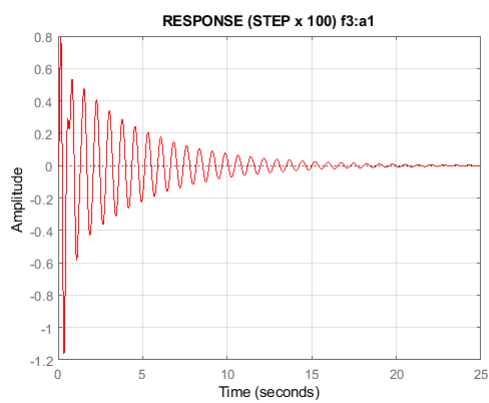
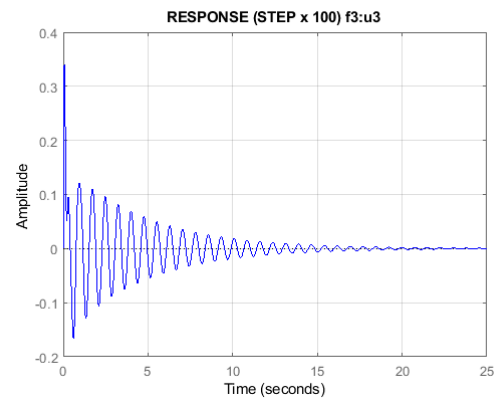
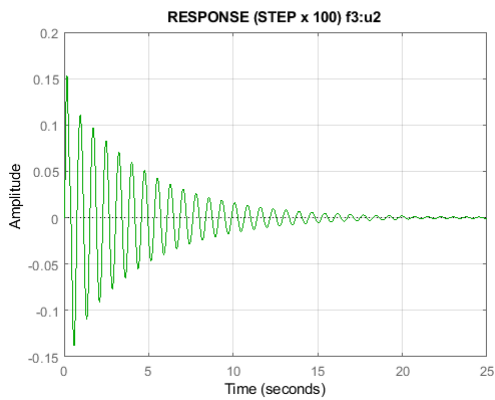
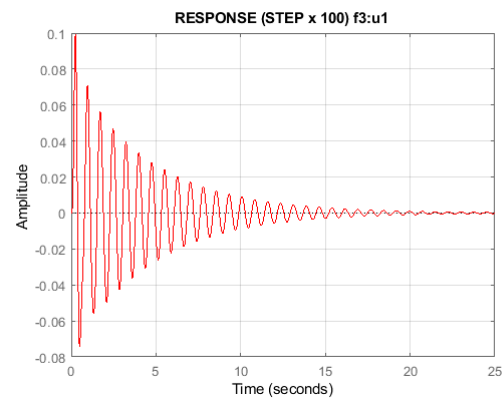
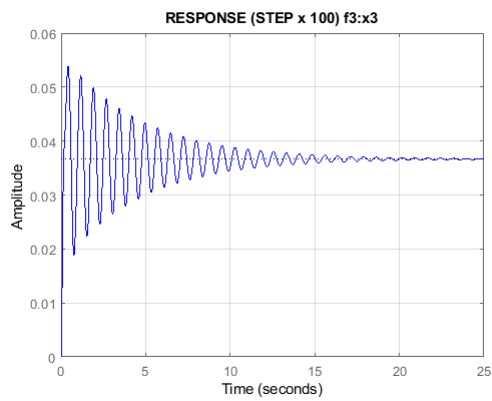
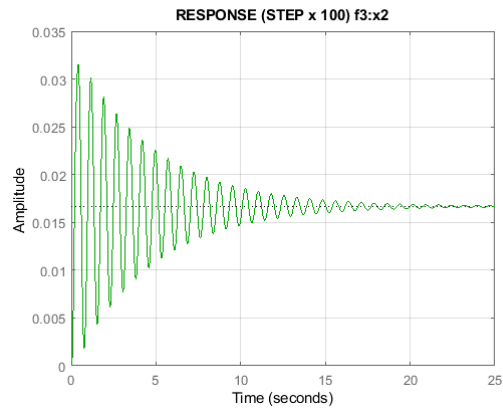
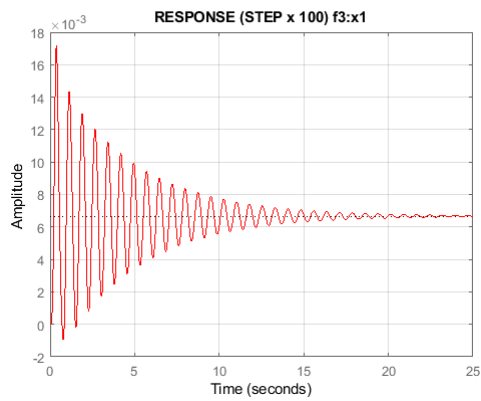


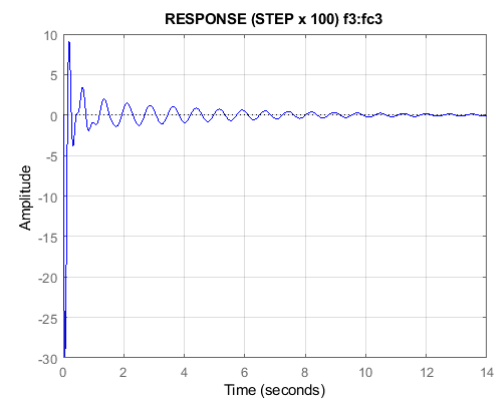
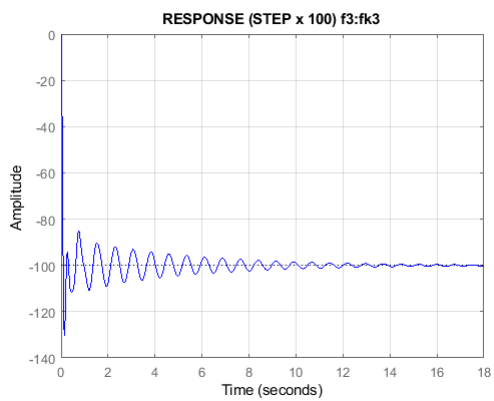
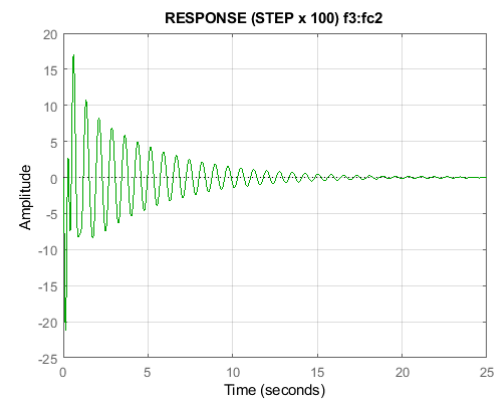
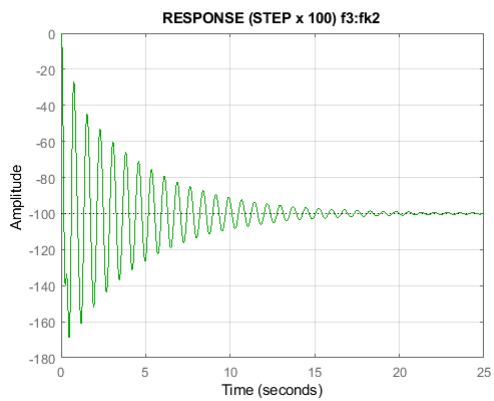
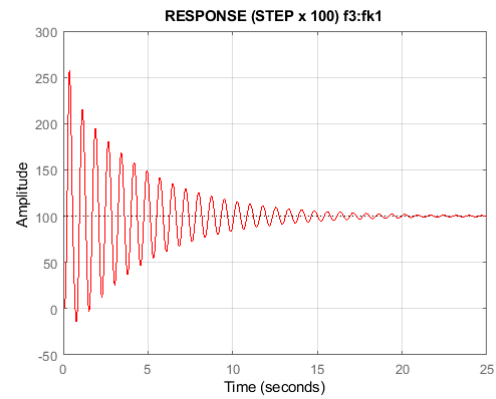
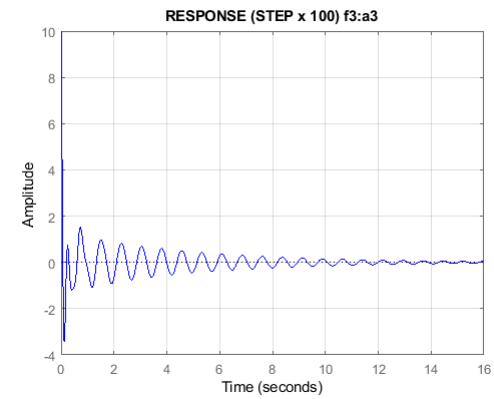
- (α) αποκρίσεις μόνο για είσοδο f_3 βαθμίδα μέτρου 100
- (β) αποκρίσεις μόνο για ημιτονοειδή είσοδο f_1 όπου $f_p - p = 100\text{Nt}$, $\bar{f} = 0\text{Nt}$
- (γ) πόλους του συστήματος
- (δ) μηδενιστές του συστήματος
- (ε) κέρδη μόνιμης κατάστασης του συστήματος
- (ζ) συντελεστές κέρδους του συστήματος
- (η) λόγους απόσβεσης του συστήματος
- (θ) φυσικές συχνότητες του συστήματος
- (ι) χρονικές σταθερές του συστήματος
- (κ) φυσικές συχνότητες με απόσβεση του συστήματος
- (λ) χρονικές σταθερές του συστήματος
- (μ) φυσικές συχνότητες με απόσβεση του συστήματος
- (ν) διαγράμματα απόκρισης συχνότητας για 2 οποιεσδήποτε μεμονωμένες συναρτήσεις μεταφοράς
- (ξ) γραφικά τα χαρακτηριστικά μεγέθη της μεταβατικής της απόκρισης σε είσοδο μοναδιαία βαθμίδα για 1 από τις 2 ΣΜ του προηγούμενου ερωτήματος

$$\begin{aligned}
 m_i &\in [10, 100] \text{ kg} = (10, 55, 100) \\
 k_i &\in [5000, 15000] \text{ Nt/m} = (5000, 10000, 15000) \\
 c_i &\in [100, 200] \text{ m/s} = (100, 200)
 \end{aligned}$$

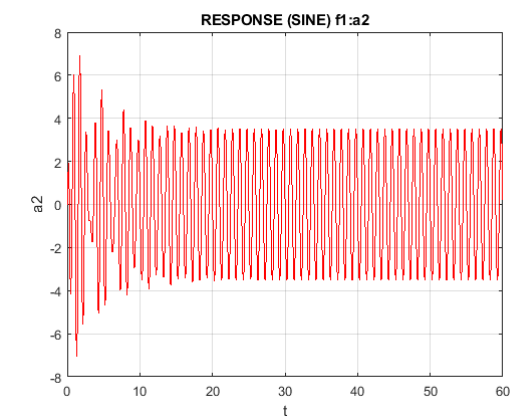
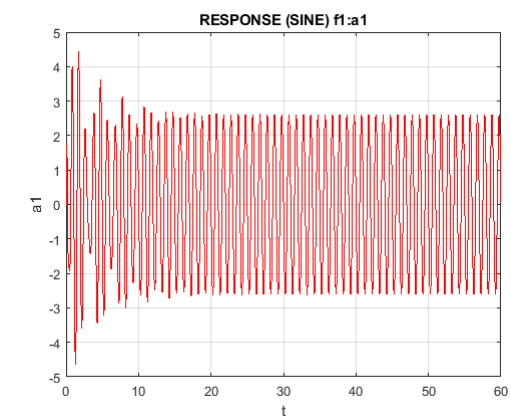
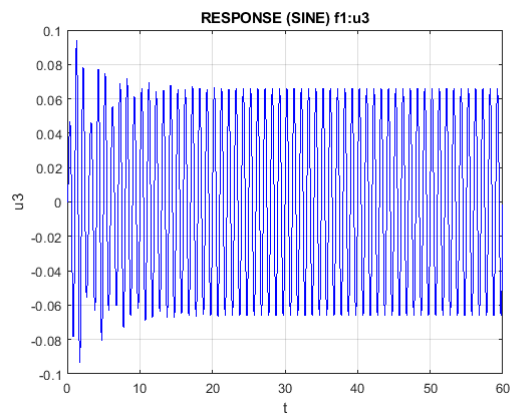
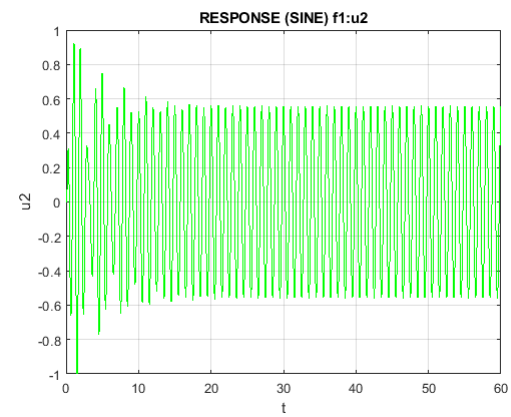
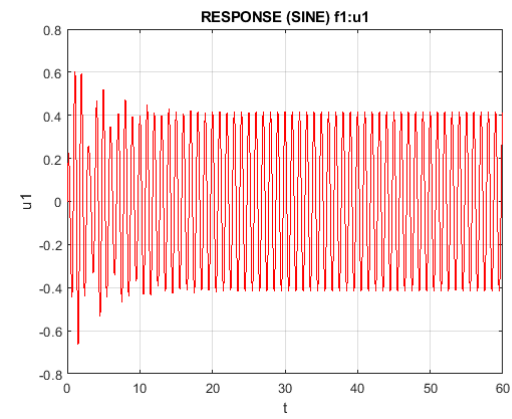
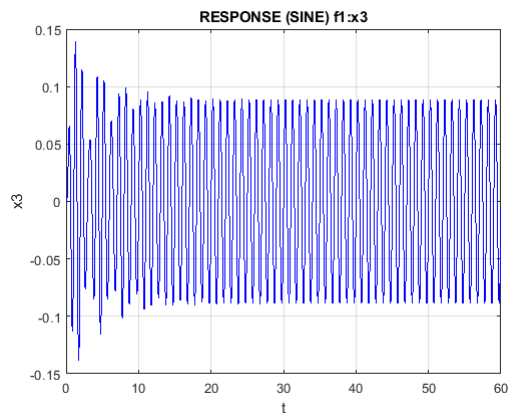
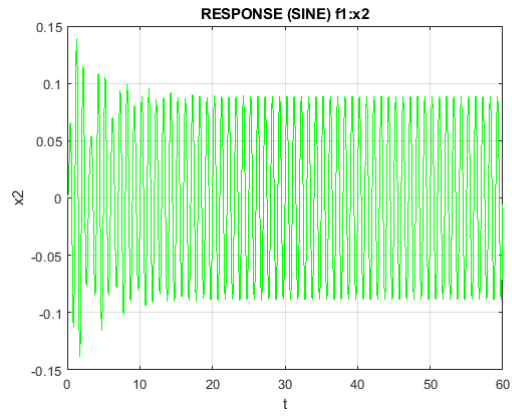
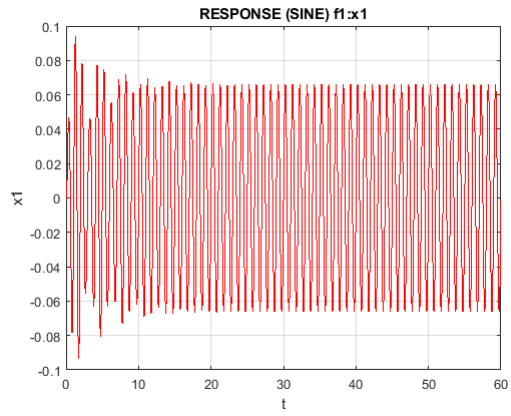
<https://github.com/float3rs/m>
<https://github.com/float3rs/m/blob/master/3/mechanical.m>

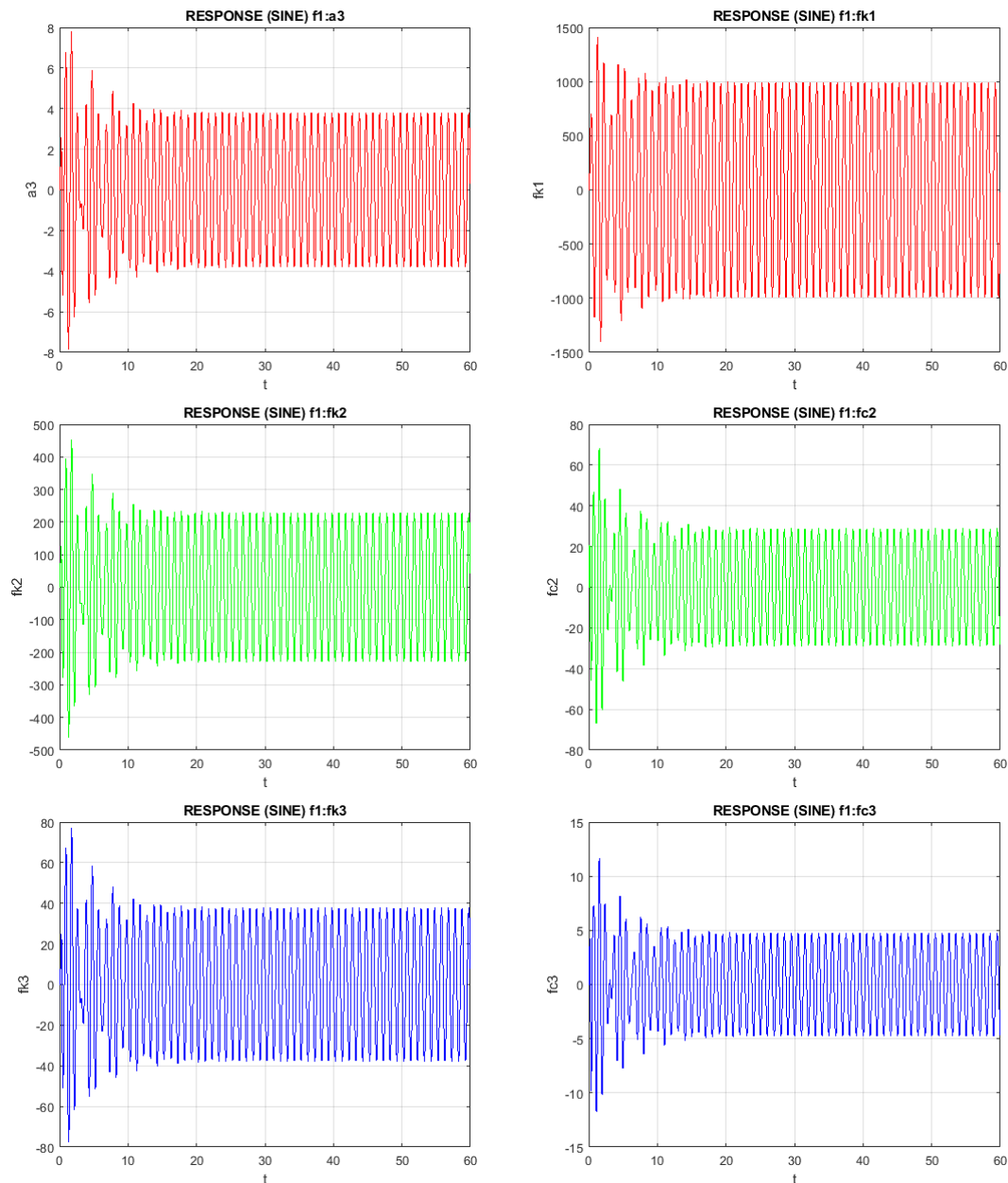
4.2.1 αποκρίσεις για είσοδο βαθμίδα





4.2.2 αποκρίσεις για είσοδο ημιτονοειδή





- 4.2.3 πόλοι συστήματος
- 4.2.4 λόγοι απόσβεσης
- 4.2.5 φυσικές συχνότητες
- 4.2.6 χρονικές σταθερές

Pole	Damping	Frequency	Time
Constant		(rad/TimeUnit)	(TimeUnit)
$-6.36e+00 + 2.45e+01i$	$2.51e-01$	$2.53e+01$	$1.57e-01$
$-6.36e+00 - 2.45e+01i$	$2.51e-01$	$2.53e+01$	$1.57e-01$
$-2.15e+00 + 1.75e+01i$	$1.22e-01$	$1.77e+01$	$4.65e-01$

-2.15e+00 - 1.75e+01i	1.22e-01	1.77e+01	4.65e-01
-2.17e-01 + 8.26e+00i	2.62e-02	8.26e+00	4.61e+00
-2.17e-01 - 8.26e+00i	2.62e-02	8.26e+00	4.61e+00

4.2.7 μηδενιστές του συστήματος

4.2.7.1 είσοδος 1

z1 =

Columns 1 through 2

-6.2796 +24.2595i	-50.0000 + 0.0000i
-6.2796 -24.2595i	-5.0000 +21.7945i
-1.4477 +11.9446i	-5.0000 -21.7945i
-1.4477 -11.9446i	Inf + 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i

Columns 3 through 4

-50.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
-50.0000 + 0.0000i	-6.2796 +24.2595i
Inf + 0.0000i	-6.2796 -24.2595i
Inf + 0.0000i	-1.4477 +11.9446i
Inf + 0.0000i	-1.4477 -11.9446i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i

Columns 5 through 6

0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
-50.0000 + 0.0000i	-50.0000 + 0.0000i
-5.0000 +21.7945i	-50.0000 + 0.0000i
-5.0000 -21.7945i	Inf + 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i

Columns 7 through 8

0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
-6.2796 +24.2595i	-50.0000 + 0.0000i
-6.2796 -24.2595i	-5.0000 +21.7945i
-1.4477 +11.9446i	-5.0000 -21.7945i
-1.4477 -11.9446i	Inf + 0.0000i

Columns 9 through 10

```

0.0000 + 0.0000i -6.2796 +24.2595i
0.0000 + 0.0000i -6.2796 -24.2595i
-50.0000 + 0.0000i -1.4477 +11.9446i
-50.0000 + 0.0000i -1.4477 -11.9446i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i

```

Columns 11 through 12

```

-5.9091 +23.5795i -5.9091 +23.5795i
-5.9091 -23.5795i -5.9091 -23.5795i
0.0000 + 0.0000i -0.0000 + 0.0001i
-0.0000 + 0.0000i -0.0000 - 0.0001i
    Inf + 0.0000i  0.0001 + 0.0000i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i

```

Columns 13 through 14

```

-50.0000 + 0.0000i -50.0000 + 0.0000i
-0.0000 + 0.0000i  0.0000 + 0.0000i
-0.0000 - 0.0000i  0.0000 - 0.0000i
    Inf + 0.0000i -0.0000 + 0.0000i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i

```

4.2.7.2 είσοδος 2

z2 =

Columns 1 through 2

```

-50.0000 + 0.0000i -5.0000 +21.7945i
-5.0000 +21.7945i -5.0000 -21.7945i
-5.0000 -21.7945i -1.0000 +15.7797i
    Inf + 0.0000i -1.0000 -15.7797i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i

```

Columns 3 through 4

```

-50.0000 + 0.0000i  0.0000 + 0.0000i
-1.0000 +15.7797i -50.0000 + 0.0000i
-1.0000 -15.7797i -5.0000 +21.7945i
    Inf + 0.0000i -5.0000 -21.7945i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i

```

Columns 5 through 6

0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
-5.0000 +21.7945i	-50.0000 + 0.0000i
-5.0000 -21.7945i	-1.0000 +15.7797i
-1.0000 +15.7797i	-1.0000 -15.7797i
-1.0000 -15.7797i	Inf + 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i

Columns 7 through 8

0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
-50.0000 + 0.0000i	-5.0000 +21.7945i
-5.0000 +21.7945i	-5.0000 -21.7945i
-5.0000 -21.7945i	-1.0000 +15.7797i
Inf + 0.0000i	-1.0000 -15.7797i

Columns 9 through 10

0.0000 + 0.0000i	-50.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i	-5.0000 +21.7945i
-50.0000 + 0.0000i	-5.0000 -21.7945i
-1.0000 +15.7797i	Inf + 0.0000i
-1.0000 -15.7797i	Inf + 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i

Columns 11 through 12

-5.0000 +21.7945i	-5.0000 +21.7945i
-5.0000 -21.7945i	-5.0000 -21.7945i
-0.0000 +12.2474i	-0.0000 +12.2474i
-0.0000 -12.2474i	-0.0000 -12.2474i
Inf + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i

Columns 13 through 14

-1.0000 +15.7797i	-1.0000 +15.7797i
-1.0000 -15.7797i	-1.0000 -15.7797i
-0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i	-0.0000 + 0.0000i
Inf + 0.0000i	-0.0000 - 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i

4.2.7.3 είσοδος 3

z3 =

Columns 1 through 2


```

-50.0000 + 0.0000i -50.0000 + 0.0000i
-50.0000 + 0.0000i -1.0000 +15.7797i
    Inf + 0.0000i -1.0000 -15.7797i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i

```

Columns 3 through 4

```

-3.2870 +19.5630i    0.0000 + 0.0000i
-3.2870 -19.5630i -50.0000 + 0.0000i
-0.4403 +11.2635i -50.0000 - 0.0000i
-0.4403 -11.2635i      Inf + 0.0000i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i

```

Columns 5 through 6

```

    0.0000 + 0.0000i    0.0000 + 0.0000i
-50.0000 + 0.0000i -3.2870 +19.5630i
-1.0000 +15.7797i -3.2870 -19.5630i
-1.0000 -15.7797i -0.4403 +11.2635i
    Inf + 0.0000i -0.4403 -11.2635i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i

```

Columns 7 through 8

```

    0.0000 + 0.0000i    0.0000 + 0.0000i
    0.0000 + 0.0000i    0.0000 + 0.0000i
-50.0000 + 0.0000i -50.0000 + 0.0000i
-50.0000 + 0.0000i -1.0000 +15.7797i
    Inf + 0.0000i -1.0000 -15.7797i
    Inf + 0.0000i      Inf + 0.0000i

```

Columns 9 through 10

```

    0.0000 + 0.0000i -50.0000 + 0.0000i
    0.0000 + 0.0000i -50.0000 + 0.0000i
-3.2870 +19.5630i      Inf + 0.0000i
-3.2870 -19.5630i      Inf + 0.0000i
-0.4403 +11.2635i      Inf + 0.0000i
-0.4403 -11.2635i      Inf + 0.0000i

```

Columns 11 through 12

```

-50.0000 + 0.0000i -50.0000 + 0.0000i
-0.0000 +12.2474i    0.0000 +12.2474i
-0.0000 -12.2474i    0.0000 -12.2474i
    Inf + 0.0000i -0.0000 + 0.0000i

```

Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i

Columns 13 through 14

-2.6196 +18.5868i	-2.6196 +18.5868i
-2.6196 -18.5868i	-2.6196 -18.5868i
-0.1985 + 8.7959i	-0.1985 + 8.7959i
-0.1985 - 8.7959i	-0.1985 - 8.7959i
Inf + 0.0000i	-0.0000 + 0.0000i
Inf + 0.0000i	Inf + 0.0000i

4.2.8 κέρδη μόνιμης κατάστασης

4.2.8.1 είσοδος: 1

kss_1 =

0.0001
0.0001
0.0001
0
0
0
0
0
0
1.0000
-0.0000
-0.0000
0.0000
0.0000

4.2.8.2 είσοδος: 2

kss_2 =

0.0001
0.0002
0.0002
0
0
0
0
0
0
1.0000
-1.0000
0.0000
-0.0000
-0.0000

4.2.8.3 είσοδος: 3

kss_3 =

0.0001
0.0002
0.0004
0
0
0
0
0
0
1.0000
-1.0000
-0.0000
-1.0000
-0.0000

4.2.9 συντελεστές κέρδους

4.2.9.1 είσοδος: 1

k1 =

0.0100
0.0364
0.3636
0.0100
0.0364
0.3636

4.2.9.2 είσοδος: 2

k2 =

0.0364
0.0182
0.1818
0.0364
0.0182
0.1818

4.2.9.3 είσοδος: 3

k3 =

1.0e+03 *
0.0004
0.0002
0.0001
0.0004

0.0100	0.0364	0.0002
0.0364	0.0182	0.0001
0.3636	0.1818	0.0004
150.0000	545.4545	0.0002
100.0000	-181.8182	0.0001
2.0000	-3.6364	5.4545
181.8182	90.9091	-1.8182
3.6364	1.8182	-0.0364
		-0.5000
		-0.0100

4.2.10 φυσικές συχνότητες με απόσβεση

wd =

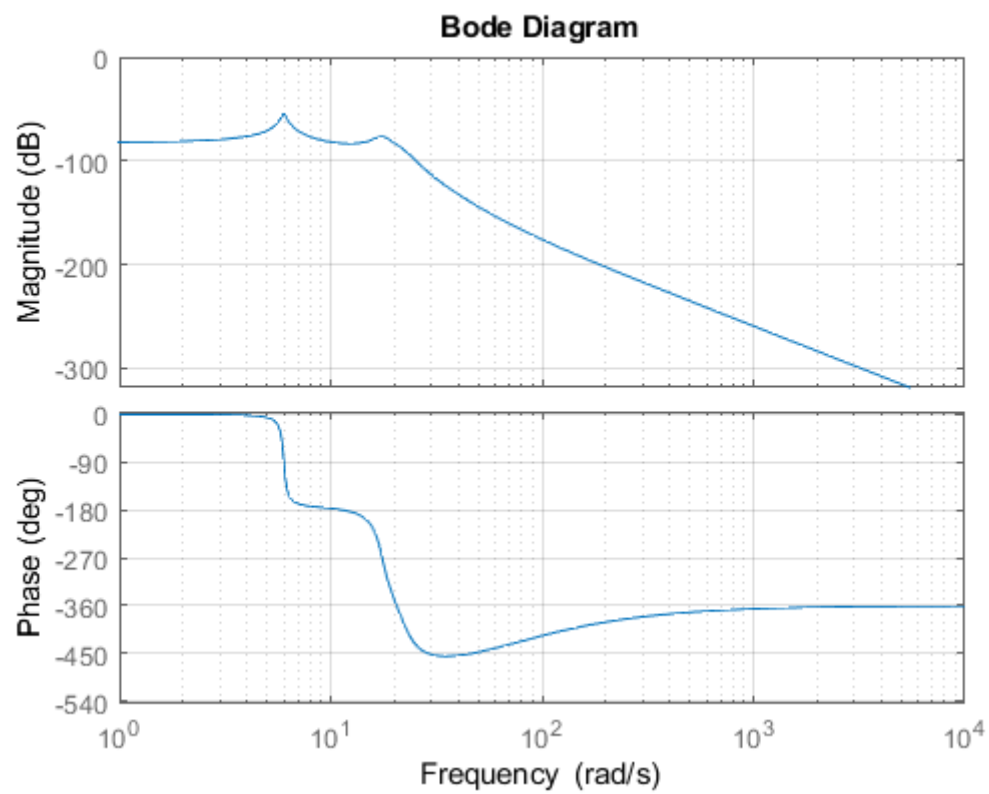
24.5002
24.5002
17.5220
17.5220
8.2611
8.2611

4.2.11 μεμονωμένες συναρτήσεις μεταφοράς

4.2.11.1 είσοδος: 3, έξοδος: 1 – θέση σώματος 1 (υποερώτημα α)

num(1)/den =

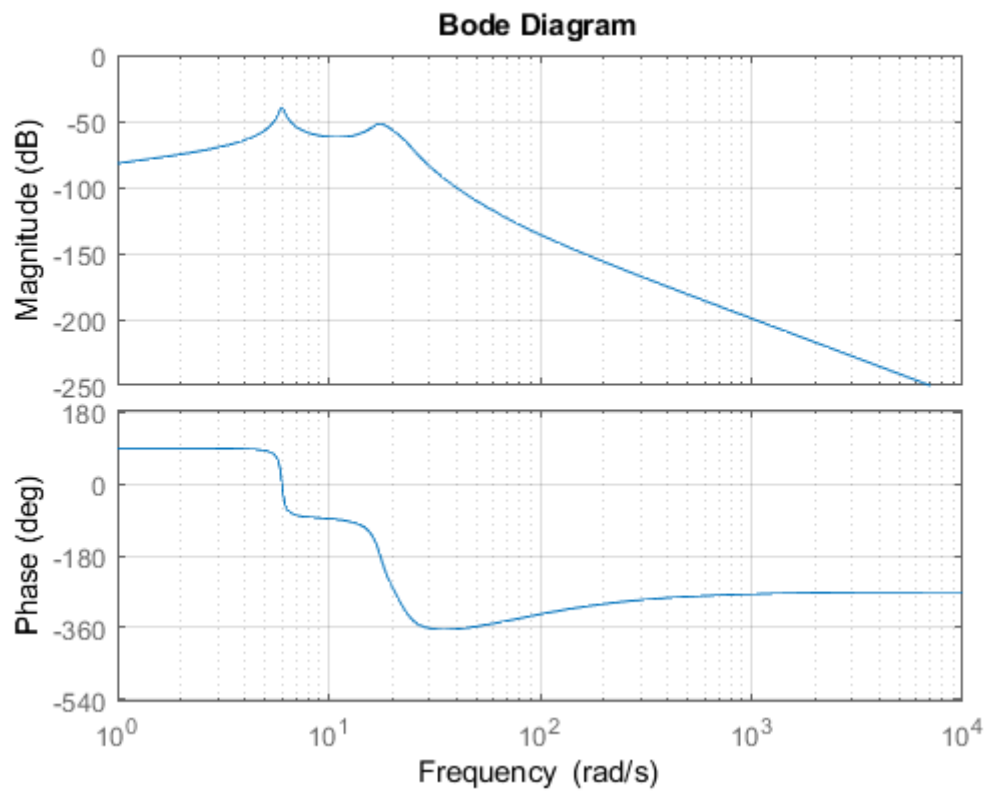
$$\frac{0.1087 s^2 + 13.36 s + 410.1}{s^6 + 10.11 s^5 + 847.7 s^4 + 4143 s^3 + 1.783e05 s^2 + 1.737e05 s + 5.331e06}$$



4.2.11.2 είσοδος: 3, έξοδος: 4 – ταχύτητα σώματος 1 (υποερώτημα α)

num(2)/den =

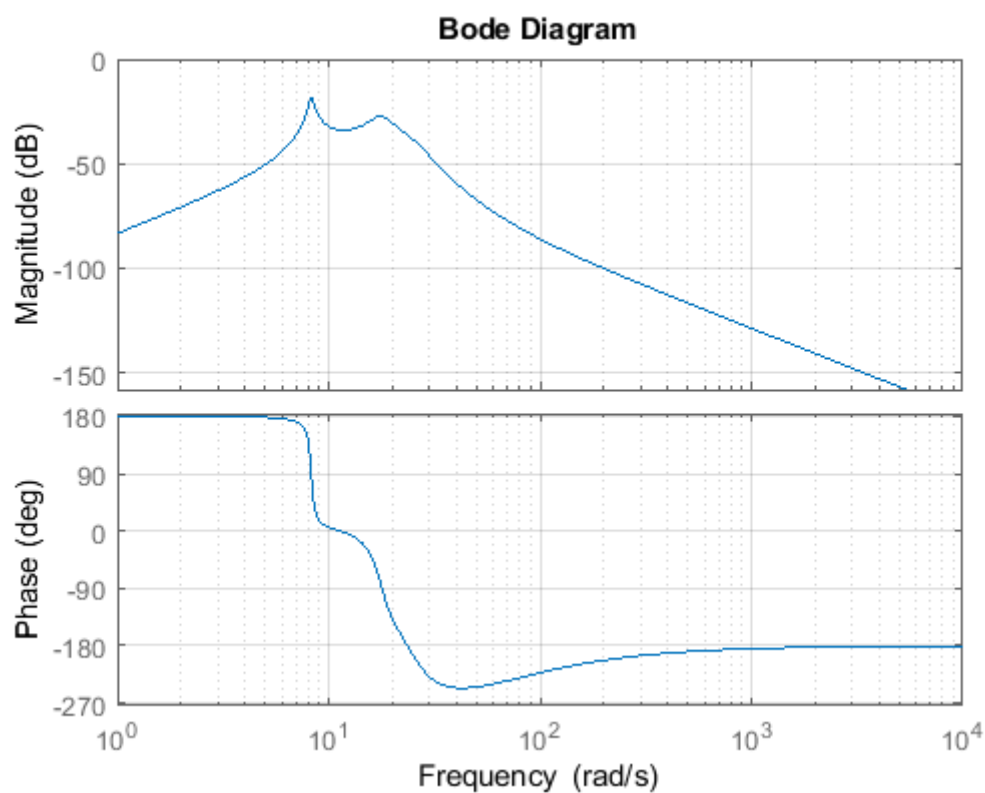
$$\frac{0.1087 s^3 + 13.36 s^2 + 410.1 s}{s^6 + 10.11 s^5 + 847.7 s^4 + 4143 s^3 + 1.783e05 s^2 + 1.737e05 s + 5.331e06}$$



4.2.11.3 είσοδος: 3, έξοδος: 7 – επιτάχυνση σώματος 1

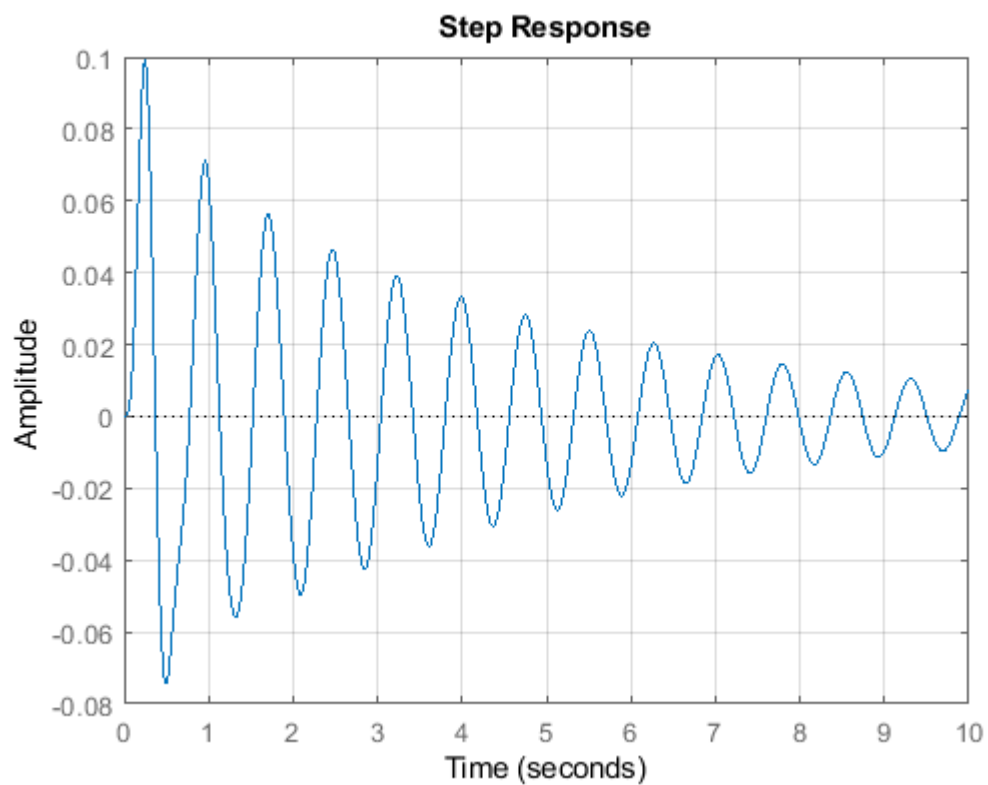
sysA_07 =

$$\frac{0.1087 s^4 + 13.36 s^3 + 410.1 s^2}{s^6 + 10.11 s^5 + 847.7 s^4 + 4143 s^3 + 1.783e05 s^2 + 1.737e05 s + 5.331e06}$$



4.2.12 γραφικός υπολογισμός χαρακτηριστικών μεγεθών

4.2.12.1 είσοδος: 3, έξοδος: 4 – ταχύτητα σώματος 1



```
stepinfo(100*sysA_04)
```

```
ans =
```

```
struct with fields:
```

```
    RiseTime: 0
  SettlingTime: 16.9392
  SettlingMin: -0.0745
  SettlingMax: 0.0993
    Overshoot: Inf
  Undershoot: Inf
        Peak: 0.0993
    PeakTime: 0.2461
```