

# Estimation distribuée d'une espérance conditionnelle

Igor Colin

29 juin 2014

Rappels

Estimation de fonction

# Objectif et formulation

- ▶ Objectif : regrouper les utilisateurs par centres d'intérêts communs
- ▶ Notations :
  - ▶  $(X_i)_{1 \leq i \leq n}$  : caractéristiques des utilisateurs (musiques, historique des conversations, etc.)
  - ▶  $D : (X, Y) \mapsto D(X, Y)$  : fonction de dissimilarité entre deux vecteurs de caractéristiques
  - ▶  $P$  : partition des utilisateurs
  - ▶  $\Phi_P$  : fonction d'appartenance au même *cluster*

# Problème

- Nouvel objectif : trouver la solution du problème

$$\min_P w(P) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n D(X_i, X_j) \Phi_P(X_i, X_j)$$

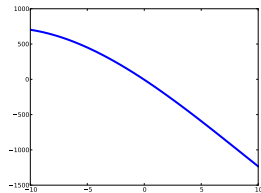
- Idée : estimer  $f : x \mapsto \mathbb{E}[D(x, X) \Phi_P(x, X)]$
- Contrainte : les  $(X_i)_{1 \leq i \leq n}$  ne sont pas simultanément accessibles

Rappels

Estimation de fonction

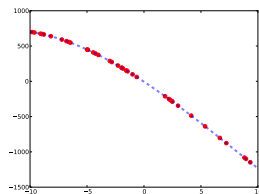
# Méthode générale de regression

- ▶ Notations :
  - ▶  $f$  : fonction à estimer



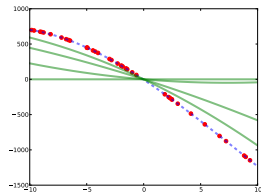
# Méthode générale de regression

- ▶ Notations :
  - ▶  $f$  : fonction à estimer
  - ▶  $\{(x_i, f(x_i))\}_{1 \leq i \leq n}$  : observations



# Méthode générale de regression

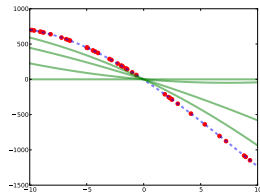
- ▶ Notations :
  - ▶  $f$  : fonction à estimer
  - ▶  $\{(x_i, f(x_i))\}_{1 \leq i \leq n}$  : observations
  - ▶  $\hat{f} : (x; \theta) \mapsto \hat{f}(x; \theta)$  : estimateur





# Méthode générale de regression

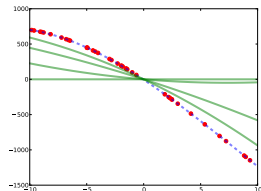
- ▶ Notations :
  - ▶  $f$  : fonction à estimer
  - ▶  $\{(x_i, f(x_i))\}_{1 \leq i \leq n}$  : observations
  - ▶  $\hat{f} : (x; \theta) \mapsto \hat{f}(x; \theta)$  : estimateur
  - ▶  $\hat{R} : \theta \mapsto \hat{R}(\theta)$  : risque empirique



# Méthode générale de regression

- ▶ Notations :
  - ▶  $f$  : fonction à estimer
  - ▶  $\{(x_i, f(x_i))\}_{1 \leq i \leq n}$  : observations
  - ▶  $\hat{f} : (x; \theta) \mapsto \hat{f}(x; \theta)$  : estimateur
  - ▶  $\hat{R} : \theta \mapsto \hat{R}(\theta)$  : risque empirique
- ▶ Objectif : trouver  $\theta^*$  solution de

$$\min_{\theta \in \Theta} \hat{R}(\theta)$$



# Exemple

- ▶ Exemple : estimation polynomiale

- ▶  $\hat{f} : (x; \theta) \mapsto \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 x^2,$

- ▶  $\hat{R}(\theta) = \sum_{i=1}^n \left( \hat{f}(x_i) - f(x_i) \right)^2$

- ▶ Qualité dépendante du choix de  $\hat{f}$

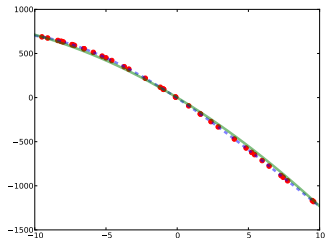


FIGURE:  $\hat{f}$  adaptée.

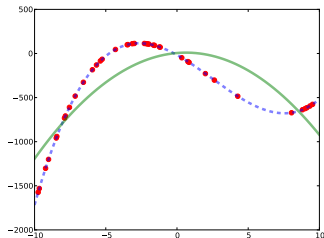


FIGURE:  $\hat{f}$  non adaptée.

# Application au problème initial

- ▶ Fonction à estimer :  $f : x \mapsto \mathbb{E}[D(x, X)\Phi_P(x, X)]$
- ▶ Risque empirique : moindres carrés
- ▶ Estimateur à noyaux :

$$\hat{f}(x; \theta, \mathbf{w}) = \sum_{k=1}^K w_k K(x - \theta_k)$$

où  $K$  est un noyau gaussien.