

Ce mini-projet, à effectuer en binôme au sein du même groupe de PC, fera l'objet d'un rapport incluant notamment équations et graphiques obtenus par des simulations sous Python. La forme de ce rapport est laissée libre (pdf, notebook, version papier...). Plusieurs rendus intermédiaires sont attendus auprès de votre chargé de PC.

Renforcement de réseau gazier

Dans ce sujet, on considère un réseau de distribution de gaz naturel, soumis à des flux fixes. Le parcours du gaz le long d'une canalisation engendre une perte de charge, c'est-à-dire une dissipation par frottements de l'énergie mécanique du gaz. Ceci entraîne une diminution de la pression le long de l'écoulement.

Néanmoins, une pression minimale est nécessaire aux points de sortie du réseau (pour un raccordement à un réseau secondaire ou à des points directs de ponction). Pour pallier ce problème, des stations de compression ont été installées à certaines mailles du réseau, afin de réhausser ponctuellement la pression.

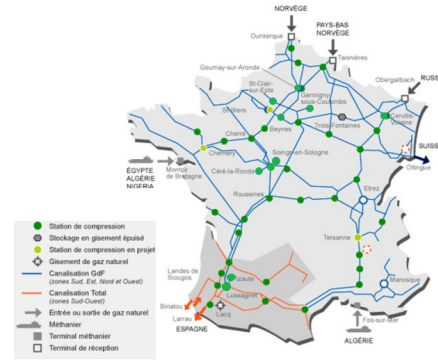


Fig.1 : Réseau français de transport principal de gaz.

Pour anticiper la croissance de la population et donc l'augmentation des débits entrants, on souhaite faire des investissements sur le réseau afin de continuer à assurer une pression minimale aux points de sortie, tout en garantissant également que la pression ne dépasse pas un certain niveau, pour des raisons de sécurité. Pour ce faire, on dispose de deux leviers :

- renforcer une station de compression existante de sorte à augmenter sa puissance de compression ;
- doubler une canalisation donnée avec une seconde, afin de diminuer le débit circulant et donc la perte de charges.

Puissance et diamètre sont limités. On souhaite réaliser les investissements de coût minimal.

1 Modélisation

1. En supposant que le coût de renforcement d'une station de compression est proportionnel à la puissance supplémentaire installée et que celui de doublement d'une canalisation est proportionnel au diamètre choisi pour la canalisation de doublement, écrire la fonction objectif du problème.
2. Ecrire l'équation de perte de charge le long d'une canalisation.
3. Sous l'hypothèse d'une compression adiabatique, écrire la contrainte de fonctionnement d'une station de compression.
4. On se donne une répartition de débit le long du réseau. En identifiant le réseau à un graphe orienté, formuler le problème d'optimisation correspondant. On précisera en particulier les variables de décision et les contraintes (au nombre de neuf).

2 Etude et résolution numérique

1. Etudier le problème (convexité, conditionnement, existence et unicité d'une solution) par la méthode, analytique ou numérique, de votre choix. Proposer une méthode de résolution adaptée aux caractéristiques du problème.
2. Développer un algorithme de résolution pour le cas d'étude proposé en annexe. Commenter les résultats obtenus, en particulier l'influence du ratio des valeurs des coûts linéaires sur la solution.

3 Etude avancée

On considère maintenant la situation plus réaliste où l'on ignore la répartition de débit le long du réseau et on suppose uniquement connus les débits entrants et des demandes à certains noeuds de sortie.

1. Ecrire les contraintes correspondant aux nouvelles variables de décision du problème.
2. Etudier le nouveau problème correspondant et conclure sur l'influence du débit. Proposer un algorithme de résolution pour le cas d'étude proposé en annexe.

Annexe : Cas d'étude

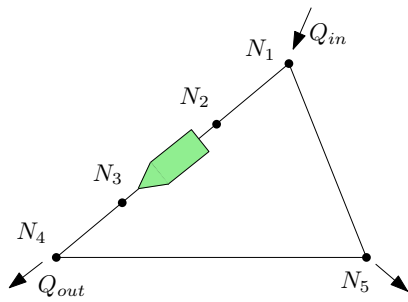


Fig.2 : Représentation schématique du réseau considéré, composé de 5 noeuds et d'une station de compression.

On considère le réseau représenté schématiquement ci-contre en Figure 2 avec les spécifications suivantes :

- longueurs de canalisation :
 - entre N_1 et N_2 : $0.5 \cdot 10^3$ km,
 - entre N_3 et N_4 : $0.5 \cdot 10^3$ km,
 - entre N_4 et N_5 : $1 \cdot 10^3$ km
 - entre N_1 et N_5 : $0.25 \cdot 10^3$ km ;
- diamètres initiaux des canalisations :
 - entre N_1 et N_2 : 0.395 m
 - entre N_3 et N_4 : 0.395 m
 - entre N_1 et N_5 : 0.5 m
 - entre N_5 et N_4 : 0.5 met diamètres minimal et maximal de doublement de 0,3 m et 1,5 m ;
- pression maximale admissible de 68 bar et minimale de 45 bar ;
- débit entrant $Q_{in} = 2 \text{ Mm}^3/\text{h}$
- débit sortant $Q_{out} = 1 \text{ Mm}^3/\text{h}$
- débit entre les noeuds N_1 et N_4 de $0.5 \text{ Mm}^3/\text{h}$. [Pour l'étude avancée de la Section 3 ce débit n'est pas fixé.]
- puissance initiale de la station de compression : 0 MW.

Le coefficient de perte de charge sera pris égal à 4000 USI (pour une longueur en 10^3 km, un diamètre en m, des charges en bar^2 et un débit en Mm^3/h)..

