Variables Instrumentales (IV)

Pratiques de la Recherche en Économie

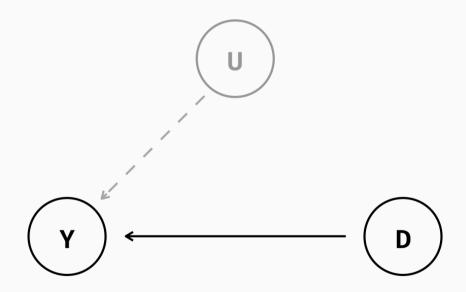
Florentine Oliveira 2025-02-20

Les méthodes d'identification basées sur l'**hypothèse d'indépendance conditionnelle** (CIA, ou **selection sur les observables**) supposent qu'en contrôlant par des variables observables W_i , l'estimateur OLS donne l'effet causal du traitement D

ullet i.e. on peut contrôler pour toute la sélection dans le traitement (mauvaise variation) par des variables **observées** W

Les méthodes d'identification basées sur l'**hypothèse d'indépendance conditionnelle** (CIA, ou **selection sur les observables**) supposent qu'en contrôlant par des variables observables W_i , l'estimateur OLS donne l'effet causal du traitement D

ullet i.e. on peut contrôler pour toute la sélection dans le traitement (mauvaise variation) par des variables **observées** W



🚨 Il existe (quasiment) TOUJOURS des variables inobservables qui affectent à la fois le traitement et l'outcome 🚨

🚨 Il existe (quasiment) TOUJOURS des variables inobservables qui affectent à la fois le traitement et l'outcome 🚨

⇒ Biais de sélection (le groupe de traitement et contrôle ne sont pas comparables)

Il existe (quasiment) TOUJOURS des variables inobservables qui affectent à la fois le traitement et l'outcome 🚨

⇒ Biais de sélection (le groupe de traitement et contrôle ne sont pas comparables)

 $\implies D$ est endogène

🚨 Il existe (quasiment) TOUJOURS des variables inobservables qui affectent à la fois le traitement et l'outcome 🚨

⇒ Biais de sélection (le groupe de traitement et contrôle ne sont pas comparables)

 $\implies D$ est endogène

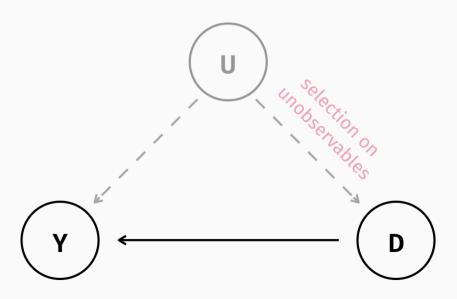
 $\implies \hat{eta}$ n'est pas causal

🚨 Il existe (quasiment) TOUJOURS des variables inobservables qui affectent à la fois le traitement et l'outcome 🚨

⇒ Biais de sélection (le groupe de traitement et contrôle ne sont pas comparables)

 $\implies D$ est endogène

 $\implies \hat{eta}$ n'est pas causal



La méthode des variables instrumentales

La méthode des variables instrumentales

• sépare D en une partie exogène (bonne variation) et une partie endogène (mauvaise variation)

La méthode des variables instrumentales

- ullet sépare D en une partie exogène (bonne variation) et une partie endogène (mauvaise variation)
- ullet grâce à une variable que l'on appelle **instrument** Z_i

La méthode des variables instrumentales

- sépare D en une partie exogène (bonne variation) et une partie endogène (mauvaise variation)
- grâce à une variable que l'on appelle **instrument** Z_i
- pour n'utiliser que la partie exogène dans l'estimation de l'effet du traitement

La méthode des variables instrumentales

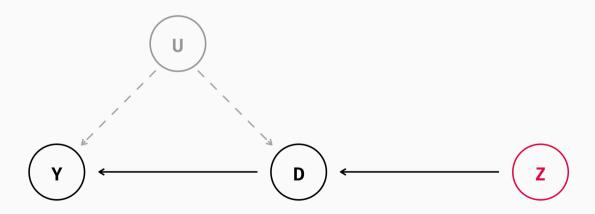
- sépare D en une partie exogène (bonne variation) et une partie endogène (mauvaise variation)
- ullet grâce à une variable que l'on appelle **instrument** Z_i
- pour n'utiliser que la partie exogène dans l'estimation de l'effet du traitement

Cela permet de supprimer le biais de sélection en supprimant la mauvaise variation de D_i

La méthode des variables instrumentales

- sépare D en une partie exogène (bonne variation) et une partie endogène (mauvaise variation)
- grâce à une variable que l'on appelle **instrument** Z_i
- pour n'utiliser que la partie exogène dans l'estimation de l'effet du traitement

Cela permet de supprimer le biais de sélection en supprimant la mauvaise variation de D_i



Estimateur IV

On a le modèle usuel:

$$Y_i = \alpha + \beta D_i + W_i + \varepsilon_i$$

Rappel: l'esimateur OLS garantie que l'estimateur de β de l'effet du traitement D est causal/bien identifié si et seulement si $Cov(D_i, \varepsilon_i) = 0$, ce qui est une hypothèse très forte.

La méthode des **variables instrumentales** suppose qu'il existe une variable Z_i , corrélée avec la variable endogène et qui impacte l'outcome uniquement via son effet sur la variable endogène.

L'estimateur IV s'écrit:

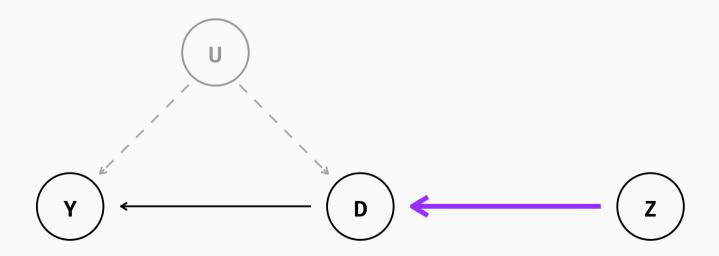
$${\hateta}^{IV}=(Z'D)^{-1}(Z'Y)$$

où Z=(ZW) et D=(DW), avec W les variables de contrôle.

Hypothèses d'identification

Relevance:

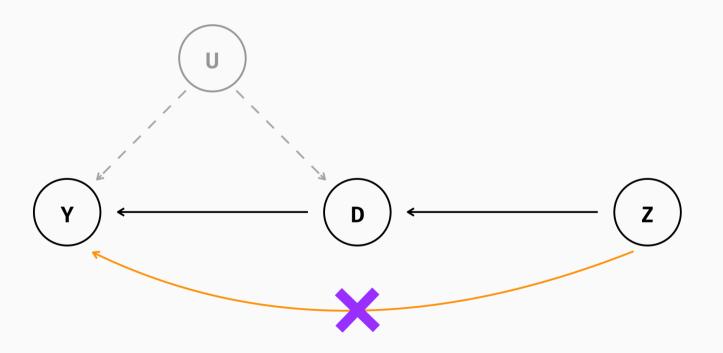
- L'instrument est corrélé à la variable endogène/traitement (cela nous assure qu'on garde bien une partie de la bonne variation de D)
- Formellement, $Cov(D_i,Z_i)
 eq 0$
- **Hypothèse testable!**: via la régression de première étape (*first-stage*) en montrant que l'instrument a bien un effet statistiquement significatif sur la variable endogène/instrument + F-stat > 10



Hypothèses d'identification

Exclusivité

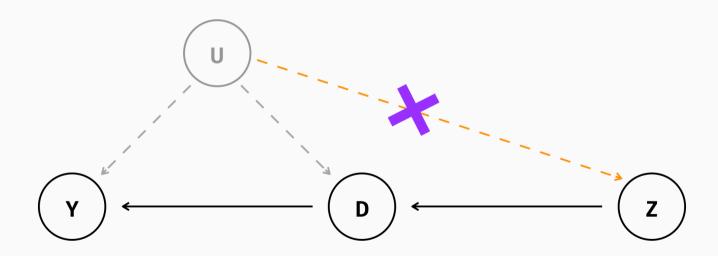
- ullet L'instrument affecte Y uniquement via D. Dit autrement, l'instrument n'impacte pas directement Y
- Hypothèse NON testable!



Hypothèses d'identification

Exogeneité/as-good-as-random:

- L'instrument est **exogène** (non corrélé avec le terme d'erreur)
- ullet Formellement, $Cov(Z_i,arepsilon_i)=0$
- Hypothèse NON testable!



Comment savoir si un instrument est bon?

Good instruments should feel weird ⁶⁹

Les bons instruments peuvent sembler **contre-intuitifs**: ils créent un effet sur la variable endogène/instrument mais ne déterminent pas l'outcome.

• un bon instrument doit susciter la confusion chez un auditeur non averti

L'exclusion restriction, hypothèse clé mais non testable, est plus crédible lorsque l'instrument semble incongru

• il faut pouvoir défendre cette hypothèse avec une argumentation logique et théorique

Exemples:

- composition de genre des deux premiers enfants comme instrument du numbre d'enfants et l'offre de travail des femmes
- pluviométrie comme instrument pour le revenu sur la fréquence de conflits
- lotteries 9 / 2

Two-stage least squares (2SLS)

La méthode des variables instrumentales est souvent utilisée en deux étapes, en l'occurence lorsqu'il y a plusieurs instruments/variables endogènes:

- 1. First stage: on régresse la variable endogène sur l'instrument et les contrôles, $D_i=\delta+\gamma Z_i+\xi_i$ et on garde la valeur prédite de la variable endogène \hat{D}
- 2. **Second stage**: on régresse l'outcome sur la valeur prédite de la variable endogène \hat{D} et les variables de contrôle. Cette régression ne conserve que la partie de l'instrument Z qui est corrêlée avec la variable endogène D

L'estimateur 2SLS s'écrit:

$$\hat{\beta}^{2SLS} = \frac{\text{Estimateur de Reduced-Form}}{\text{Estimateur de First Stage}} = \frac{\hat{\pi}}{\hat{\gamma}}$$

Forme réduite (Reduced-Form)

Le modèle en **reduced-form** s'écrit:

$$Y_i = \mu + \pi Z_i + \nu_i$$

L'estimateur OLS de cette équation donne un estimateur causal de **l'effet de l'instrument** (\neq effet du traitement D_i) sur l'outcome.

L'hypothèse d'identification est que l'instrument est bien exogène ($Cov(arepsilon_i, Z_i) = 0$)

Recap: quatres modèles

Modèle avec variable endogène:

•
$$Y_i = \alpha + \beta D_i + W_i + \varepsilon_i$$

First Stage: régression de la variable endogène sur l'instrument

•
$$D_i = \alpha + \gamma Z_i + W_i + \epsilon_i$$

Second Stage: régression de l'outcome d'intérêt sur les valeurs prédites en first stage

•
$$Y_i = lpha + eta \hat{D_i} + W_i + arepsilon_i$$

Reduced Form: régression de l'outcome sur l'instrument

$$\bullet \ \ Y_i = \mu + \pi Z_i + W_i + \nu_i$$



Option 1: à la main

L'estimation peut être réalisée en deux étapes manuelles:

Étape 1:

```
first_stage ← lm(D ~ Z + W, data = data)

data$D_hat ← predict(first_stage)
```

IV sur R

Option 1: à la main

L'estimation peut être réalisée en deux étapes manuelles:

Étape 1:

```
first_stage \leftarrow lm(D \sim Z + W, data = data)
```

data\$D_hat ← predict(first_stage)

Étape 2:

```
second_stage ← lm(Y ~ D_hat + W, data = data)
```



Option 1: à la main

L'estimation peut être réalisée en deux étapes manuelles:

Étape 1:

first_stage \leftarrow lm(D \sim Z + W, data = data)

data\$D_hat ← predict(first_stage)

Étape 2:

```
second_stage ← lm(Y ~ D_hat + W, data = data)
```

Option 2: Package estimater, fonction iv_robust

```
iv_model ← iv_robust(Y ~ D + W | Z + W, data = data)
```

Avantage: gère directement l'erreur standard robuste.

Toujours inclure les contrôles dans la first stage et second stage

Question de Recherche: quel est l'effet du niveau d'études sur le salaire (= Mincer equation)?

Question de Recherche: quel est l'effet du niveau d'études sur le salaire (= *Mincer equation*)?

Question: pourquoi ne peut-on pas simplement comparer le salaire de deux individus ayant un niveau de diplôme différent?

Question de Recherche: quel est l'effet du niveau d'études sur le salaire (= Mincer equation)?

Question: pourquoi ne peut-on pas simplement comparer le salaire de deux individus ayant un niveau de diplôme différent?

Biais de sélection/OVB: Ability Bias

- les individus ayant de meilleures capacités ou davantage de motivation ont tendance à poursuivre leurs études plus longtemps et par ailleurs cela peut également avoir un impact sur leur salaire
- ullet Problème: on n'observe pas la motivation ni les capacités (ie. ces variables sont dans $arepsilon_i$)
 - donc estimate biaisé

Question de Recherche: quel est l'effet du niveau d'études sur le salaire (= Mincer equation)?

Question: pourquoi ne peut-on pas simplement comparer le salaire de deux individus ayant un niveau de diplôme différent?

Biais de sélection/OVB: Ability Bias

- les individus ayant de meilleures capacités ou davantage de motivation ont tendance à poursuivre leurs études plus longtemps et par ailleurs cela peut également avoir un impact sur leur salaire
- Problème: on n'observe pas la motivation ni les capacités (ie. ces variables sont dans ε_i)
 - donc estimate biaisé

Angrist et Krueger (1991)

- papier de référence pour la prise en compte du biais d'abilité
- proposent un instrument pour le niveau d'éducation: le trimestre de naissance (Quarter of Birth, QOB):

Contexte: USA

- entrée à l'école l'année des 6 ans
- école obligatoire jusqu'à 16 ans

```
library(estimatr)
data("ak91", package = "masteringmetrics")
```

- 1. Expliquer pourquoi le trimestre de naissance est un bon instrument du nombre d'années d'études?
 - quel est le mécanisme? l'instrument est-il valide?
- 2. Représenter graphiquement le nombre d'années d'études en fonction du trimestre de naissance. Que constatez-vous?
- 3. Régressez le salaire sur le nombre d'années d'études. Interprétez.
- 4. Régressez le nombre d'années d'études sur le trimestre de naissance. Interprétez
- 5. Régressez le salaire sur le trimestre de naissance. Interprétez.
- 6. Calculer l'estimateur 2SLS
 - 1) à la main
 - 2) avec la commande iv_robust

Angrist Data Archive

- 1) Expliquer pourquoi le trimestre de naissance est un bon instrument du nombre d'années d'études?
 - quel est le mécanisme? l'instrument est-il valide?

Mécanisme?

- 1) Expliquer pourquoi le trimestre de naissance est un bon instrument du nombre d'années d'études?
 - quel est le mécanisme? l'instrument est-il valide?

Mécanisme?

- les enfants nés en début d'année commencent l'école plus tard (6 ans + quelques mois), et ont donc moins d'années d'éducation en moyenne
- au contraire, les enfants nés en fin d'année commencent l'école plus tôt (5 ans et quelques mois) et passent en moyenne plus de temps scolarisés

- 1) Expliquer pourquoi le trimestre de naissance est un bon instrument du nombre d'années d'études?
 - quel est le mécanisme? l'instrument est-il valide?

Mécanisme?

- les enfants nés en début d'année commencent l'école plus tard (6 ans + quelques mois), et ont donc moins d'années d'éducation en moyenne
- au contraire, les enfants nés en fin d'année commencent l'école plus tôt (5 ans et quelques mois) et passent en moyenne plus de temps scolarisés

Instrument valide?

- 1) Expliquer pourquoi le trimestre de naissance est un bon instrument du nombre d'années d'études?
 - quel est le mécanisme? l'instrument est-il valide?

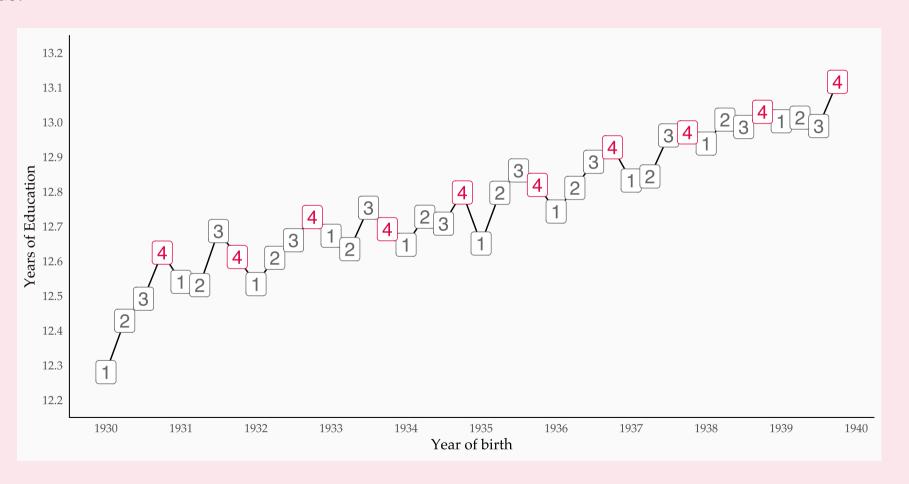
Mécanisme?

- les enfants nés en début d'année commencent l'école plus tard (6 ans + quelques mois), et ont donc moins d'années d'éducation en moyenne
- au contraire, les enfants nés en fin d'année commencent l'école plus tôt (5 ans et quelques mois) et passent en moyenne plus de temps scolarisés

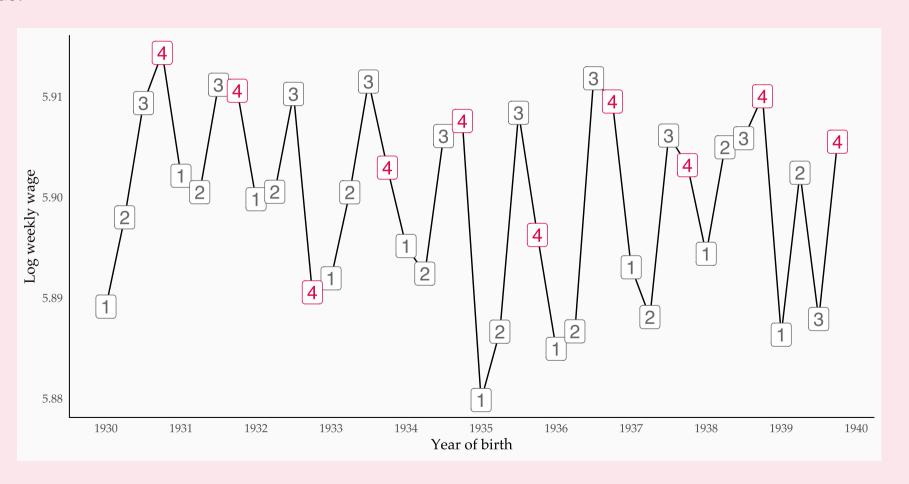
Instrument valide?

- Relevance: OK
- Exogeneité: indépendant de l'abilité (impossible que les élèves les plus abiles choisissent leur date de naissance)
- Excluabilité: n'a pas de raison d'affecter le salaire autrement que par l'effet sur l'éducation

2) Représenter graphiquement le nombre d'années d'études et le salaire en fonction du trimestre de naissance. Que constatez-vous?



2) Représenter graphiquement le nombre d'années d'études et le salaire en fonction du trimestre de naissance. Que constatez-vous?



3) Régressez le salaire sur le nombre d'années d'études. Interprétez

```
ols = lm(lnw \sim s, data = ak91)
summary(ols)
##
## Call:
## lm(formula = lnw \sim s, data = ak91)
##
## Residuals:
      Min
               1Q Median 3Q
###
                                      Max
## -8.7540 -0.2367 0.0726 0.3318 4.6357
##
## Coefficients:
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 4.9951823 0.0044644 1118.9 <2e-16 ***
              0.0708510 0.0003386 209.2
## s
                                             <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.6378 on 329507 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.1173, Adjusted R-squared: 0.1173
## F-statistic: 4.378e+04 on 1 and 329507 DF. n-value: < 2.2e-16
```

3) Régressez le salaire sur le nombre d'années d'études. Interprétez

```
ols = lm(lnw \sim s, data = ak91)
summary(ols)
##
## Call:
## lm(formula = lnw \sim s, data = ak91)
###
## Residuals:
      Min
               1Q Median 3Q
###
                                      Max
## -8.7540 -0.2367 0.0726 0.3318 4.6357
##
## Coefficients:
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 4.9951823 0.0044644 1118.9 <2e-16 ***
              0.0708510 0.0003386 209.2
## S
                                             <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.6378 on 329507 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.1173, Adjusted R-squared: 0.1173
## F-statistic: 4.378e+04 on 1 and 329507 DF. n-value: < 2.2e-16
```

- Estimate OLS sûrement biaisé
- Ability corrélée positivement à l'éducation et salaire

 ⇒ downward bias

4) Régressez le nombre d'années d'études sur la dummy Né au Q4. Interprétez

```
fs = lm(s \sim q4, data = ak91 \% > mutate(q4 = (qob = 4)))
summary(fs)
                                                       stage!!
##
## Call:
## lm(formula = s \sim q4, data = ak91 %>% mutate(q4 = (qob = 4)))
##
## Residuals:
      Min
              1Q Median
                              3Q
                                    Max
###
## -12.8394 -0.8394 -0.7473 2.2527 7.2527
##
## Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## g4TRUE
             ## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 3.281 on 329507 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.0001459, Adjusted R-squared: 0.0001429
## F-statistic: 48.09 on 1 and 329507 DF. p-value: 4.069e-12
```

- FS statistiquement sognificative! \Longrightarrow **We have a first**
- F-stat > 10!

5) Régressez le salaire sur la dummy Né au Q4. Interprétez.

```
rf = lm(lnw \sim q4, data = ak91 \% > \% mutate(q4 = (qob = 4)))
summary(rf)
###
## Call:
## lm(formula = lnw \sim q4, data = ak91 %>% mutate(q4 = (qob = 4)))
##
## Residuals:
      Min
               1Q Median 3Q
###
                                     Max
## -8.2469 -0.2631 0.0542 0.3580 4.6338
##
## Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
## (Intercept) 5.898272 0.001361 4332.898 <2e-16 ***
## q4TRUE 0.006813
                        0.002748 2.479
                                            0.0132 *
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.6788 on 329507 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 1.865e-05, Adjusted R-squared: 1.562e-05
## F-statistic: 6.146 on 1 and 329507 DF, p-value: 0.01317
```

- 6) Calculer l'estimateur 2SLS
 - 1) à la main

```
# 1) On stocke les prédictions de la FS
pred fs = predict(fs)
# 2) On régresse l'outcome sur la prédiction de première étape
ss = lm(ak91$lnw ~ pred fs)
summary(ss)
##
## Call:
## lm(formula = ak91$lnw ~ pred fs)
##
## Residuals:
               1Q Median 3Q
      Min
                                     Max
## -8.2469 -0.2631 0.0542 0.3580 4.6338
##
## Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
###
## (Intercept) 4.95549 0.38097 13.008 <2e-16 ***
## pred fs
               0.07396 0.02983 2.479 0.0132 *
```

- 6) Calculer l'estimateur 2SLS
 - 2) avec la commande iv_robust

```
ss_b = iv_robust(lnw \sim s \mid q4, data = ak91 %>% mutate(q4 = (qob = 4)))
summary(ss b)
##
## Call:
## iv robust(formula = lnw ~ s | g4, data = ak91 %>% mutate(g4 = (gob =
    4)))
##
##
## Standard error type: HC2
##
## Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) CI Lower CI Upper
###
## (Intercept) 4.95549 0.35774 13.85 1.267e-43 4.25434 5.6567 329507
             ## S
## Multiple R-squared: 0.1171 , Adjusted R-squared: 0.1171
## F-statistic: 6.97 on 1 and 329507 DF, p-value: 0.008289
```

Example 2: Women in STEM

On cherche (encore et toujours!) à connaître l'effet des études (D_i) sur le salaire (Y_i)

• Plus précisément, on s'intéresse à l'effet d'aller en CPGE **STEM**

Inspiré de Breda, Grenet, Monnet et Van Effenterre (2023)

Motivation: les filles sont sous-représentées dans les filières scientifiques alors même qu'elles sont douées en maths

- Implications à LT sur le salaire
- Problème: aller en CPGE n'est pas random

Solution: Intervention randomisée

• interventions en classes tirées aléatoirement de femmes scientifiques (*Role Models*) pour déconstruire les stéréotypes de genre dans les sciences et pousser les filles à s'orienter dans les filières scientifiques

Example 2: Women in STEM

- ⇒ Notre instrument = assignation aléatoire à ce programme
 - corrélé avec le choix d'aller en CPGE (+3,5 pts ou +30% d'après Breda, Grenet, Monnet et Van Effenterre (2023))
 - Hypothèse: n'affecte le salaire que via l'effet sur la probabilité d'aller en CPGE

Example 2: Women in STEM

- > Notre instrument = assignation aléatoire à ce programme
 - corrélé avec le choix d'aller en CPGE (+3,5 pts ou +30% d'après Breda, Grenet, Monnet et Van Effenterre (2023))
 - Hypothèse: n'affecte le salaire que via l'effet sur la probabilité d'aller en CPGE

Si on estime le modèle en forme réduite, $Salaire_i = \alpha + \beta Traît\acute{e}_i + W_i + \varepsilon_i$, où $D_i = 1$ si l'individu i est assigné au programme, que représente β ?

Example 2: Women in STEM

- > Notre instrument = assignation aléatoire à ce programme
 - corrélé avec le choix d'aller en CPGE (+3,5 pts ou +30% d'après Breda, Grenet, Monnet et Van Effenterre (2023))
 - Hypothèse: n'affecte le salaire que via l'effet sur la probabilité d'aller en CPGE

Si on estime le modèle en forme réduite, $Salaire_i = \alpha + \beta Traît\acute{e}_i + W_i + \varepsilon_i$, où $D_i = 1$ si l'individu i est assigné au programme, que représente β ?

eta représente la différence de salaire moyen des filles assignées au programme par rapport à celles qui n'ont pas bénéficié de l'intervention

• on dit que eta est l'**Intention To Treat (ITT)**

Example 2: Women in STEM

Problème: imperfect compliance

- toutes les filles assignées à l'intervention ne vont pas aller en CPGE (= never-takers), donc l'effet est en quelques sortes dilué
- certaines filles non assignées au traitement vont aller en CPGE (= always-takers) \implies l'estimateur ne donne pas vraiment l'effet moyen de la CPGE sur le salaire puisque toutes les personnes traitées ne vont pas aller en CPGE

Example 2: Women in STEM

Problème: imperfect compliance

- toutes les filles assignées à l'intervention ne vont pas aller en CPGE (= *never-takers*), donc l'effet est en quelques sortes dilué
- certaines filles non assignées au traitement vont aller en CPGE (= always-takers) \implies l'estimateur ne donne pas vraiment l'effet moyen de la CPGE sur le salaire puisque toutes les personnes traitées ne vont pas aller en CPGE

Solution: mesurer l'effet de la CPGE uniquement pour les filles qui ont changé d'avis grâce à l'intervention (*=Compliers*)

ullet est alors le Local Average Treatment Effect (LATE), où $LATE=rac{ ext{ITT}}{ ext{Proportion de Compliers}}$

Example 2: Women in STEM

Pour résumer:

Estimation de l'ITT (Intention-to-Treat)

On régresse le salaire sur l'assignation pour voir l'effet moyen de l'assignation sur le salaire (*Reduced-Form*): itt_model ← lm(salaire ~ Assignation, data = data)

Estimation du LATE (Local Average Treatment Effect)

On fait une estimation 2SLS:

```
iv_model ← iv_robust(salaire ~ CPGE | Assignation, data = data)
```

Sources

Mastering Metrics R Code

<u>Causal inference: The Mixtape, Scott Cunningham</u>

<u>Instrumental Variables, Edward Rubin</u>

<u>Instrumental Variables - Applications, Florian Oswald</u>