

# GROUPE DE TRAVAIL: GROUPES ET ALGÈBRES DE LIE

FLORESTAN MARTIN-BAILLON

## CONTENTS

1. Plan du groupe de travail	1
References	2

But du groupe de travail: arriver rapidement à la classification des groupes et algèbres de Lie semi-simple sur  $\mathbb{C}$ , puis éventuellement sur  $\mathbb{R}$ . Comprendre les mots: forme de Killing, racines (simples, positives), poids, sous-groupe de Borel, sous-groupe parabolique, sous-groupe de Levi, groupe de Weyl, diagramme de Dynkin, chambre de Weyl, sous-espace de Cartan.

Quelques références que j'apprécie:

- Representation Theory, Fulton and Harris, 2004 [1] : Le plus pédagogique, parfois pas toute les preuves.
- “Groupes et Géométries”, Paulin, 2014 [2] : très efficace mais pas très motivé/motivant.
- Plein de trucs bien dispersés dans Tao, eg: Hilbert’s Fifth Problem and Related Topics, Tao, 2014 [3] (généralités, lien algèbre/groupe), Poincaré’s Legacies, Tao, 2009 [4] (rapide classifications des représentations de  $SL_2$ ).

## 1. PLAN DU GROUPE DE TRAVAIL

- (1) Généralités groupes et algèbres de Lie sur  $\mathbb{C}$ :
  - définitions, lien entre groupe et algèbre (un peu de géométrie différentielle),
  - première classification: nilpotent, résoluble, semisimple,
  - groupes classiques,
  - conséquence de la semisimplicité.
- (2) Représentations des algèbres de Lie.
  - Exemple de  $\mathfrak{sl}(2)$
  - Exemple de  $\mathfrak{sl}(3)$
- (3) Classification des algèbres de Lie.
- (4) Revenir aux groupes.
- (5) En déduire la classification sur  $\mathbb{R}$ .

et puis si on en veut encore, on pourrait faire: groupes de Lie compacts, espaces symétriques, différentes décompositions, formule des caractères de Weyl, etc.

---

UNIV. RENNES, CNRS, IRMAR - UMR 6625, F-35000 Rennes, France. Email: florestan.martin-baillon@univ-rennes1.fr.

## REFERENCES

- [1] William Fulton and Joe Harris. *Representation Theory*. Vol. 129. Graduate Texts in Mathematics. New York, NY: Springer New York, 2004. ISBN: 978-3-540-00539-1 978-1-4612-0979-9. DOI: [10.1007/978-1-4612-0979-9](https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0979-9). [local file](#)
- [2] Frédéric Paulin. “Groupes et Géométries”. In: *Notes de cours* (2014). [local file](#)
- [3] Terence Tao. *Hilbert’s Fifth Problem and Related Topics*. Graduate Studies in Mathematics volume 153. Providence: American mathematical society, 2014. ISBN: 978-1-4704-1564-8. [local file](#)
- [4] Terence Tao. *Poincaré’s Legacies: Pages from Year Two of a Mathematical Blog*. Providence, R.I: American Mathematical Society, 2009. ISBN: 978-0-8218-4883-8 978-0-8218-4885-2 978-0-8218-4871-5. [local file](#)