Ambigüedades cuánticas en entropías y teoría modular

Iván Mauricio Burbano Aldana
Código 201423205

Director: Andrés Fernando Reyes Lega

30 de abril de 2018

1. Introducción

La aproximación álgebraica a las teorías físicas ha sido una herramienta muy importante para estudiar la posibilidad de marcos axiomáticos en la teoría cuántica de campos[1]. Su poder recae en la transparencia del sígnificado físico de los objetos matemáticos involucrados. En este marco se toma un álgebra de observables $\mathcal{A}$. Los estados que toman la forma de funcionales positivos lineales normalizados $\omega : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ de manera que $\omega(a)$ se interpreta como el valor de esperado de a para todo $a \in \mathcal{A}$. Los automorfismos del álgebra implementan su dinámica. En el caso conmutativo el teorema de Gelfand asegura que una C^*-álgebra unital es isomorfa al conjunto de funciones continuas complejas sobre un espacio compacto. En este caso el teorema de representación de Riesz[2] garantiza que los estados son medidas de probabilidad sobre este espacio. De esta manera recuperamos el marco teórico de las teorías clásicas. Por otra parte, el teorema de Gelfand-Naimark muestra que toda C^*-álgebra es isomorfa a una subálgebra cerrada de operadores acotados sobre un espacio de Hilbert. De esta manera, asociando operadores autoadjuntos a las C^*-álgebras generadas por sus proyecciones espectrales[3] se recuper el marco de las teorías cuánticas.

Las teorías clásicas suceden en un espacio de fase al que se le puede dar la estructura de un espacio de medida (M, Σ, μ). En tal caso, a un estado descrito por una medida de probabilidad P absolutamente continua con respecto a μ se le puede asignar una entropía

$$S(P) = -\int \log \circ \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\mu}\,\mathrm{d}P = -\left\langle \log \circ \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\mu} \right\rangle_P . \tag{1}$$

De manera similar, en el caso cuántico a un estado descrito por una matriz densidad ρ se le puede asignar la entropía de von Neumann

$$S(\rho) = -\operatorname{tr}(\log(\rho)\rho) = -\langle \log(\rho) \rangle_\rho . \tag{2}$$

Notese que tanto en el caso clásico como en el cuántico la entropía se puede caracterizar como el valor esperado de un observable. En el contexto algebráico no es claro como asociar generar tal observable apartir de un estado.

2. Objetivo General

Aquí texto.

3. Objetivos Específicos

- Objetivo 1
- Objetivo 2
- Objetivo 3
- ...

4. Metodología

Aquí texto.

5. Cronograma

Tareas \ Semanas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	X	X						X	X							
2		X	X		X	X	X			X	X	X		X	X	
3				X				X				X			X	
4	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X						
5					X				X			X			X	

- Tarea 1: Descripción de la tarea 1
- Tarea 2: Descripción de la tarea 2
- Tarea 3: Descripción de la tarea 3
- ...

6. Personas Conocedoras del Tema

- Nombre de profesor 1 (Instituto o Universidad de afiliación 1)
- Nombre de profesor 2 (Instituto o Universidad de afiliación 2)

- Nombre de profesor 3 (Instituto o Universidad de afiliación 3)
- ...

Referencias

[1] R. Haag, *Local Quantum Physics: Fields, Particles, Algebras.* Springer, 2nd ed., 1992.

[2] E. Hewitt and K. Stromberg, *Real and Abstract Analysis.* New York: Springer, 1975.

[3] W. Rudin, *Functional Analysis.* McGraw-Hill, Inc., 2nd ed., 1991.

Firma del Director

Firma del Codirector