BRUNO Céline – DEZE Florian – GIS4 29 Novembre 2016

Recherche Opérationnelle

Projet d'Optimisation

Nous avons écrit un premier programme linéaire (le primal) permettant à la société GIS d'organiser sa production de manière à maximiser son bénéfice.

Pour ce faire, nous avons besoin des variables suivantes :
- Les produits créés : P1S, P2S, P1L et P2L ;
- Les unités de matières utilisées : M ;
- Les heures fixes : H ;
- Les heures supplémentaires : HS.

Notre but est de maximiser le profit, par conséquent la fonction objectif de notre programme linéaire est une maximisation. Notre fonction objectif est composée des bénéfices auxquels on retire les coûts :

```
MAX = (7*(P1S-P1L) + 6*(P2S-P2L) + 18*P1L + 14*P2L
        - 30*M - 4*HS - 4*P1L - 4*P2L)
```

Afin de produire un produit de luxe (PL), nous avons besoin d'un produit standard (PS).

`7*(P1S-P1L)` correspond au prix de vente du parfum standard 1. Si par exemple, nous produisons 10 P1S et 3 P1L, nous avons eu besoin de 3 P1S pour faire nos produits de luxe donc nous avons au final 7 P1S et 3P1L. C'est pourquoi nous retirons le nombre de produits de luxe au nombre de produit standard.

`6*(P2S-P2L)` correspond au prix de vente du parfum standard 2.
`18*P1L` correspond au prix de vente du parfum de luxe 1.
`14*P2L` correspond au prix de vente du parfum de luxe 2.
`30*M` correspond au coût des unités de matières premières.
`4*HS` correspond au coût d'une heure supplémentaire du laboratoire.
`4*P1L` correspond au coût de transformation du produit standard 1 en un produit de luxe.
`4*P2L` correspond au coût de transformation du produit standard 2 en un produit de luxe.

Nous simplifions cette fonction objectif afin de faciliter le passage au dual par la suite et nous obtenons la fonction objectif suivante :

```
MAX = (7*P1S + 6*P2S + 7*P1L + 4*P2L - 30*M - 4*HS);
```

Nous devons désormais écrire nos contraintes afin de compléter notre programme linéaire.

```
! PRIMAL;
! Fonction objectif;

MAX = (7*P1S + 6*P2S + 7*P1L + 4*P2L - 30*M - 4*HS);

! Contraintes;
(1/3) * P1S = H;
(1/4) * P2S = H;

H + 3*P1L + 2*P2L <= 80000 + HS;

(P1S ) / 3 = M;
(P2S ) / 4 = M;
M <= 40000;

P1L <= 6000;

P1S - P1L >= 0;
P2S - P2L >= 0;
```

Les trois premières contraintes concernent la capacité de production dont la société dispose. Avec une heure en laboratoire nous produisons trois P1S et quatre P2S simultanément. Pour produire un P1S nous avons besoin d'un tiers d'heure en laboratoire et pour produire un P2S nous avons besoin d'un quart d'heure en laboratoire. Pour produire un produit de luxe P1L nous avons besoin de trois heures et pour produire un produit P2L nous avons besoin de 2 heures en laboratoire. Nous disposons de 80 000 heures en laboratoires, par conséquent le total des heures consacrées à la production de produits standards plus les heures consacrées à la transformation des produits standards en produit de luxe doit être inférieur ou égal à 80 000. Nous avons la possibilité d'ajouter des heures supplémentaires aux 80 000 heures.

Les trois autres contraintes concernent les unités de matières premières. Avec une unité de matières premières nous produisons trois P1S et quatre P2S simultanément. Pour produite un P1S nous avons besoin d'un tiers d'unité de matières premières et pour produire un P2S nous avons besoin d'un quart d'unité de matières premières. Pour produire un produit de luxe nous n'avons pas besoin d'unité de matières premières supplémentaire. Nous sommes limités à 40 000 unités de matières premières.

La septième contrainte concerne la quantité de P1L. Nous pouvons produire au maximum 6 000 volumes de P1L.

Etant donné que nous avons besoin d'un produit standard pour produire un produit de luxe, le nombre de produit standard doit être impérativement supérieur ou égal au nombre de produit de luxe (correspondent aux deux dernières contraintes du programme primal).

Toutes nos variables sont supérieures ou égale à 0. Par défaut, le logiciel considère toutes les variables comme telles.

Nous obtenons les résultats suivants :

```
  Global optimal solution found at iteration:              3
  Objective value:                                  686000.0


                       Variable           Value        Reduced Cost
                            P1S        120000.0            0.000000
                            P2S        160000.0            0.000000
                            P1L        6000.000            0.000000
                            P2L        11000.00            0.000000
                              M        40000.00            0.000000
                             HS        0.000000            2.000000
                              H        40000.00            0.000000

                            Row    Slack or Surplus      Dual Price
                              1        686000.0            1.000000
                              2        0.000000            21.00000
                              3        0.000000           -19.00000
                              4        0.000000            2.000000
                              5        0.000000            0.000000
                              6        0.000000            43.00000
                              7        0.000000            13.00000
                              8        0.000000            1.000000
                              9        114000.0            0.000000
                             10        149000.0            0.000000
```

Le bénéfice est de 686 000 €GIS. Nous produisons 120 000 volumes de P1S, 160 000 volumes de P2S, 6 000 volumes de P1L et 11 000 volumes de P2L. Nous utilisons toutes nos unités de matières premières. Nous utilisons 40 000 heures en laboratoire donc nous n'utilisons pas d'heures supplémentaires.

Nous avons écrit un second programme linéaire, le dual. Le programme dual ne correspond pas à un autre problème que le programme primal, mais bel et bien au même problème vu sous un autre angle. Les variables du dual sont en bijection avec les contraintes du primal, tandis que les contraintes du dual sont en bijection avec les variables du primal. Le second membre du primal donne les coefficients de la fonction objectif du dual et les coefficients de la fonction objectif du primal donne le second membre du dual.

D'un problème de maximisation, nous passons à problème de minimisation.

```
! Dual;
! Fonction objectif;
MIN = 80000*Y3 + 6000*Y6 + 40000*Y12;

! Contraintes;
(1/3)*Y1 + (1/3)*Y4 + Y7 >= 7;
(1/4)*Y2 + (1/4)*Y5 + Y8 >= 6;
3*Y3 + Y6 - Y7 >= 7;
2*Y3 - Y8 >= 4;
-1 * Y3 + Y11 >= -4;
-Y1 - Y2 + Y3 + Y10 >= 0;
-1*Y4 - Y5 + Y9 + Y12 >= -30;

@FREE(Y1);
@FREE(Y2);
@FREE(Y3);
Y4 >= 0;
```

```
Y5 >= 0;
Y6 >= 0;
Y7 <= 0;
Y8 <= 0;
Y9 <= 0;
Y10 <= 0;
Y11 <= 0;
Y12 <= 0;
```

La première contrainte correspond au produit standard P1S.
La deuxième contrainte correspond au produit standard P2S.
La troisième contrainte correspond au produit de luxe P1L.
La quatrième contrainte correspond au produit de luxe P2L.
La cinquième contrainte correspond aux nombre d'heures supplémentaires HS.
La sixième contrainte correspond aux nombre d'heures H.
La septième contrainte correspond aux unités de matières premières M.

Nous obtenons les résultats suivants :

```
  Global optimal solution found at iteration:            10
  Objective value:                                 686000.0


                       Variable           Value        Reduced Cost
                             Y3        2.000000            0.000000
                             Y6        1.000000            0.000000
                            Y12        13.00000            0.000000
                             Y1       -22.00000            0.000000
                             Y4        43.00000            0.000000
                             Y7        0.000000            0.000000
                             Y2        24.00000            0.000000
                             Y5        0.000000            0.000000
                             Y8        0.000000            0.000000
                            Y11        0.000000            0.000000
                            Y10        0.000000            0.000000
                             Y9        0.000000            0.000000

                            Row    Slack or Surplus      Dual Price
                              1        686000.0           -1.000000
                              2        0.000000           -120000.0
                              3        0.000000           -160000.0
                              4        0.000000           -6000.000
                              5        0.000000           -11000.00
                              6        2.000000            0.000000
                              7        0.000000           -40000.00
                              8        0.000000           -40000.00
                              9        43.00000            0.000000
                             10        0.000000            0.000000
                             11        1.000000            0.000000
                             12        0.000000            114000.0
                             13        0.000000            149000.0
                             14        0.000000            40000.00
                             15        0.000000            40000.00
                             16        0.000000            0.000000
```

La valeur obtenue avec notre fonction objectif dans notre programme dual est la même que dans notre programme primal. Nous pouvons donc affirmer que notre modélisation du dual est correcte mais nous ne pouvons affirmer la véracité du programme primal.