

Matematická analýza II

Domácí úkol 5

K odevzdání do čtvrtka, 13.11.25, 23:59 hod přes OWL

Explicitně implicitní

Úkol 1.

(3+2=5 bodů)

Nechť je $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x, y) = ye^x - x \ln(y) - 1$ a bod $P = (0, 1)$.

- Dokažte, že existuje funkce $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ taková, abychom mohli psát $y = g(x)$ v nějaké okolí bodu P . Dokažte též, že funkce g je spojitě diferencovatelná.
- Počítejte $g'(x)$ i $g'(0)$.

Úkol 2.

(2+2+1=5 bodů)

Nechť je $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definována přes

$$F(x, y, z) = x^3 - y^3 + z^3 + 2z^2 - 3xyz.$$

- Dokažte, že existuje okolí bodu $(x_0, y_0) = (1, -1)$ a funkce $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ s $g(1, -1) = -1$ takové, aby $F(x, y, g(x, y)) = 0$ v tomto okolí.
- Dokažte, že g má stacionární bod v $(1, -1)$. (Tip: parciální derivace v x i y a řetězové pravidlo.)
- Počítejte tečnou rovinu funkce g v bodu $(1, -1)$. Proč váš výsledek není překvapený?