

## Matematická analýza II

### Domácí úkol 1

K odevzdání do čtvrtka, 16.10.25, 23:59 hod přes OWL

---

#### Úkol 1 (Metriky).

(3+1=4)

a) Nechť  $X = [1, \infty)$ . Dokažte, že funkce definovaná přes

$$d(x, y) = \left| \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right|$$

je metrika.

b) Nechť  $X = (0, \infty)$ . Je funkce definovaná přes

$$d(x, y) = |x|^{|y|}$$

metrika? Zdůvodněte!

#### Úkol 2 (Otevřené a zavřené množiny).

(3+3=6)

V tomto úkolu předpokládáme  $X = \mathbb{R}$ .

a) Nechť  $d : X \times X \rightarrow [0, \infty)$  být metrika, a definujeme

$$\delta(x, y) = \min\{d(x, y), 1\}.$$

Dokažte, že  $\delta$  opravdu metrika je, a že  $d$  a  $\delta$  definují stejné otevřené a zavřené množiny.

b) Nechť být

$$d(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{pro } x \neq y, \\ 0 & \text{pro } x = y. \end{cases}$$

Dokažte, že každá množina s touto metrikou je oboje otevřená i zavřená.