Dr. Florian Oschmann

Karlova univerzita
Zimní semestr 2025/26

Matematická analyza II

Domácí úkol 7

K odevzdání do čtvrtka, 27.11.25, 23:59 hod přes OWL

Úkol 1 (Vazáné extrémy). *(6 bodů)*

Spočítejte minimalní vzdálenost bodu $x_0 = (1, -1, 1)$ od množiny $M := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 = 2xy + 1\}$. (Tip pro jednodušší počítání: jak se řekne “Viereck der Entfernung” anglicky? Vysvětlujte, proč to dělat smíte/proč nic neztrácíte.)

Úkol 2 (Směrová derivace). *(2+2=4 body)*

a) Nechť $v \in \mathbb{R}^n$ a nechť $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ má totální diferenciál v bodě $x_0 \in \mathbb{R}^n$. Dokažte, že $D_v f(x_0) = \nabla f(x_0) \cdot v$.

b) Počítejte $D_v f(x_0)$ jednou podle definice a jednou pomocí identity z úkolu a):

$$f(x, y) = x^2 + y^2, \qquad x_0 = (1, 1), \qquad v = (1, 1).$$