SYNTHESE

	N effectif de la population – n effectif de l'échantillon – s²(x) variance dans l'échantillon				
	VARIANCE DES MOYENNES			VARIANCES DES FREQUENCES	
	VARIANCE DE LA POPULATION $\sigma^2(x)$ CONNUE	VARIANCE DE LA POPULATION $\sigma^2(x)$ INCONNUE		p CONNUE	f CONNUE
Avec remise 100* n/N < 10% ou n<<N	$\sigma^2(m_n) = \frac{\sigma^2(x)}{2}$	$\sigma^2(m_n) = \frac{\hat{\sigma}^2(x)}{2}$		$\sigma^2(f_n) = \frac{p(1-p)}{n}$	$\sigma^2(f_n) = \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}$
Sans remise 100*n/N > 10%	$\sigma^2(m_n) = \frac{N-n}{N-1}\frac{\sigma^2(x)}{2}$	$\sigma^2(m_n) = \frac{N-n}{N-1}\frac{\hat{\sigma}^2(x)}{2}$		$\sigma^2(f_n) = \frac{N-n}{N-1}\frac{p(1-p)}{n}$	$\sigma^2(f_n) = \frac{N-n}{N-1}\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}$
		$\hat{\sigma}^2(x) = \frac{SCEx}{n-1} = \frac{ns^2(x)}{n-1}$			$\hat{p} = f = \frac{k}{n}$

X : variable mesurée sur 1 unité statistique - m_n : moyenne de n unités statistiques					
L(X) = N(μ, σ(x)) dans la population				**L(X) inconnue dans la population**	
σ(x) connu		**σ(x) inconnu**		**σ(x) connu ou inconnu**	
n > 30	**n < 30**	**n > 30**	**n < 30**	**n > 30**	**n < 30**
$L(m_n) = N(E(m), \sigma(m))$			**$L(m_n) = St(\nu)(E(m), \sigma(m))$ Avec ν = n-1 = ddl**	**$L(m_n) = N(E(m), \sigma(m))$**	**$L(m_n) \neq N$**

n>5 et $\left\| \frac{\sqrt{\frac{p}{q}} - \sqrt{\frac{q}{p}}}{\sqrt{n}} \right\| \leq 0.34$	$L(f_n) = N(E(f), \sigma(f))$

Comparaison d'une moyenne à un nombre

H_0 : $\mu = a$
H_1 : $\mu \neq a$ (bilatéral) ou $\mu < a$ (ou $\mu > a$) (unilatéral)
Variable aléatoire: m_n
Loi de la v.a: $L(m_n) = N\ (E(m)\ ;\ \sigma(m))$ si $L(X) = N(E(X)\ ;\ \sigma(x))$ ou si $n > 30$
avec $\sigma^2(m) = \sigma^2(x))\ /n$ (avec remise)

Loi de la v.a: $L(m_n) = S(\nu)\ (E(m)\ ;\ \sigma(m))$ si $L(X) = N(E(X)\ ;\ \hat{\sigma}(x))$ et si $n < 30$

Critère statistique calculé : $t_{calc} = \dfrac{(m-\mu)}{\sigma(m)}$

Critère statistique théorique : $t_{1-\alpha/2}$ (bilatéral) ou $t_{1-\alpha}$ (unilatéral).
Conclusion : Si on rejette l'hypothèse nulle ($|t\ calc| > t$ théo) on a un risque égal à α% de se tromper.

Comparaison d'une proportion à un nombre

H_0 : $p = a$
H_1 : $p \neq a$ (bilatéral) ou $p < a$ (ou $p > a$) (unilatéral)
Variable aléatoire: f_n
Si la loi de la v.a: $L(f_n) = N\ (E(f)\ ;\ \sigma(f))$
avec $\sigma^2(f) = pq\ /n$ (avec remise) et $E(f) = p$

Critère statistique calculé : $t_{calc} = \dfrac{(f-p)}{\sigma(f)}$

Critère statistique théorique : $t_{1-\alpha/2}$ (bilatéral) ou $t_{1-\alpha}$ (unilatéral).
Conclusion : Si on rejette l'hypothèse nulle ($|t\ calc| > t$ théo) on a un risque égal à α% de se tromper.

Comparaison d'une variance à un nombre

$H_0 : \sigma^2 = \sigma^2_0$
$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma^2_0$ (bilat) ou $\sigma^2 < \sigma^2_0$ ($\sigma^2 > \sigma^2_0$) (unilat)
Variable aléatoire: SCE / σ^2_0
Loi de la v.a: loi du X^2 avec $\nu = n - 1$

Critère statistique calculé : $X^2_{calc} = \dfrac{SCEx(\bar{x})}{\sigma^2_0}$
Conclusion : On accepte l'hypothèse nulle si :
$X^2_{\alpha/2}(\nu) < X^2_{calc} < X^2_{1-\alpha/2}(\nu)$ (bilatéral)
$X^2_{\alpha}(\nu) < X^2_{calc}$ (ou $X^2_{calc} < X^2_{1-\alpha}(\nu)$) (unilatéral)
Sinon on rejette l'hypothèse nulle avec un risque égal à α% de se tromper

Comparaison de 2 séries appariées

On travaille donc sur la série des n différences $d_i = x_i - x'_i$

Dans l'échantillon on a n différences di de moyenne $\bar{d}$ et d'écart-type estimé $\hat{\sigma}$(d). La question est de savoir si la moyenne des différences sur cette série correspond à une différence théorique égale à la valeur a.
$H_0 : \delta = a$
$H_1 : \delta \neq a$ (bilatéral) ou $\delta < a$ (ou $\delta > a$) (unilatéral).
Variable aléatoire: $\bar{d}_n$
Loi de la v.a : $L(\bar{d}_n) = S(\nu)\ (\delta; \sigma(\bar{d}))$ avec ν =ddl = n-1
$= S(\nu)\ (0; \sigma(\bar{d}))$ si a = 0.
Critère statistique calculé : $t\ calc = \dfrac{\bar{d} - \delta}{\sigma(\bar{d})}$ avec $\sigma(\bar{d}) = \hat{\sigma}(d) / \sqrt{n}$
Critère statistique théorique : $t_{1-\alpha/2}(\nu)$ (bilatéral) ou $t_{1-\alpha}(\nu)$ (unilatéral).
Conclusion : Si on rejette l'hypothèse nulle ($|t\ calc| > t$ théo) on a un risque égal à α% de se tromper.

Tableau de synthèse de comparaison de la différence de 2 moyennes d'échantillons indépendants à une valeur a (avec remise)

Populations:	$\mu_1 \quad \sigma^2_1(x)$	et	$\mu_2 \quad \sigma^2_2(x)$
Echantillons:	$n_1 \quad m_1 \quad s^2_1(x)$	et	$n_2 \quad m_2 \quad s^2_2(x)$

Hypothèses:	H0: $\mu_1 - \mu_2 = a$ Hypothèse nulle	H1: $\mu_1 - \mu_2 \neq a$ (test bilatéral) Hypothèse alternative	ou	H'1: $\mu_1 - \mu_2 < a$ (test unilatéral) ou $\mu_1 - \mu_2 > a$

Populations normales de variances connues. Petits ou grands échantillons.	Lois et variances inconnues dans les populations. Grands échantillons (n > 30).	Populations normales de variances inconnues. Petits échantillons (n < 30).
t calc = $\dfrac{(m_1 - m_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2(x)}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2(x)}{n_2}}}$	t calc = $\dfrac{(m_1 - m_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\hat{\sigma}_1^2(x)}{n_1} + \dfrac{\hat{\sigma}_2^2(x)}{n_2}}}$ ou $\dfrac{(m_1 - m_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2(x)}{n_1 - 1} + \dfrac{s_2^2(x)}{n_2 - 1}}}$	t calc = $\dfrac{(m_1 - m_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\hat{\sigma}^2(x)}{n_1} + \dfrac{\hat{\sigma}^2(x)}{n_2}}}$ avec $\hat{\sigma}^2(x) = \dfrac{n_1 s_1^2(x) + n_2 s_2^2(x)}{n_1 + n_2 - 2}$
t théorique = t $_{(1 - \alpha/2)}$ dans la loi Normale (bilatéral) t théorique = t $_{(1 - \alpha)}$ dans la loi Normale (unilatéral).	t théorique = t $_{(1 - \alpha/2)}$ dans la loi Normale (bilatéral). t théorique = t $_{(1 - \alpha)}$ dans la loi Normale (unilatéral).	t théorique = t $_{(1 - \alpha/2)}$ dans la loi Student (bilatéral) ou t $_{(1 - \alpha)}$ (unilatéral) avec un ddl = ($n_1 + n_2$ - 2) remarque: si ddl > 30 on utilise la loi normale

Dans tous les cas:
- si $|$ t calc $|$ < t théorique on accepte H0.
- si $|$ t calc $|$ > t théorique on rejette H0 avec α% de risque de le faire à tort.

Comparaison de 2 proportions

$H_0 : p_1 = p_2$
$H_1 : p_1 \neq p_2$ (bilatéral) ou $p_1 <$ (ou $>$) p_2 (unilatéral).
Variable aléatoire: Δf
Loi de la v.a : $L(\Delta f) = N(0 ; \sigma_d(f))$

> Critère statistique calculé : t calc = $\dfrac{(f1 - f2)}{\sigma d(f)}$
>
> avec $\sigma_d(f) = \sqrt{\sigma_1^2(f) + \sigma_2^2(f)} = \sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n_1} + \dfrac{p_0 q_0}{n_2}}$
>
> et $p_0 = \dfrac{k_1 + k_2}{n_1 + n_2}$ $q_0 = 1 - p_0$

Critère statistique théorique : $t_{1-\alpha/2}$ (bilatéral) ou $t_{1-\alpha}$ (unilatéral).
Conclusion : Si on rejette l'hypothèse nulle ($|t\ calc| > t$ théo) on a un risque égal à α% de se tromper

Comparaison de 2 variances

$H_0 : \sigma_1^2 / \sigma_2^2 = 1$
$H_1 : \sigma_1^2 / \sigma_2^2 \neq 1$ (bilatéral) ou $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 > 1$(unilatéral).
Variable aléatoire : $\hat{\sigma}_1^2 / \hat{\sigma}_2^2$ (on suppose que la numérotation des échantillons conduit à reporter au numérateur la plus forte des variances estimées).
Loi de la v.a : Loi F $(\nu_1 ; \nu_2)$ avec $\nu_1 = n_1 - 1$ et $\nu_2 = n_2 - 1$

Critère statistique calculé : F calc = $\dfrac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2}$

Critère statistique théorique : $F_{1-\alpha/2}$ (bilatéral) ou $F_{1-\alpha}$ (unilatéral).
Conclusion : Si F calc < F théo on conserve H_0.

Comparaison de plusieurs variances

H_0 : les variances sont homogènes.
H_1 : au moins une variance est supérieure aux autres.

Critère statistique calculé : X^2 calc = $\nu \text{ Ln } \hat{\sigma}^2 - \sum_{i=1}^{i=k}(\nu_i Ln \hat{\sigma}_i^2)$

$$\nu_i = n_i - 1 \qquad \nu = \sum_{i=1}^{i=k} \nu_i \qquad \hat{\sigma}^2{}_i = \frac{SCE x_{ij}(\overline{x_i})}{n_i - 1} \qquad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{i=k} \nu_i \hat{\sigma}_i^2$$

Critère statistique théorique : $X^2{}_{1-\alpha}$ (k-1)
Conclusion : X^2 calc < X^2 théo on ne peut pas mettre en évidence qu'au moins une variance est supérieure aux autres, on garde l'hypothèse de l'homogénéité des variances.