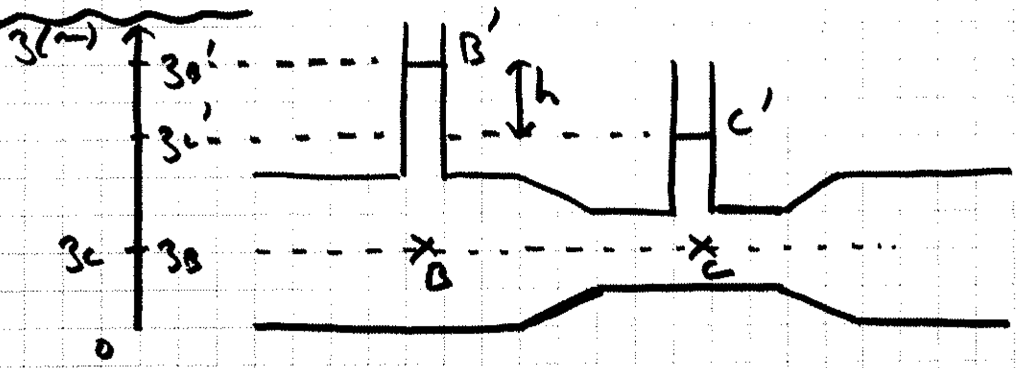
Exercice n°1 :



1.) a) Bernoulli entre B et C : en ABSOLUE

$$\rho g z_B + P_B + \frac{1}{2}\rho u_B^2 = \rho g z_C + P_C + \frac{1}{2}\rho u_C^2$$

$z_C = z_B$ $\qquad 2(P_B - P_C) = \rho(u_C^2 - u_B^2)$ (1)

b) Relation de continuité : $u_B^2 D^4 = u_C^2 d^4$

$\Rightarrow \underline{u_C^2 = u_B^2 \left(\frac{D}{d}\right)^4}$

Soit dans (1) :

$$2(P_B - P_C) = \rho u_B^2 \left(\left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1\right) \quad (2)$$

$P_{B'} = P_{C'} = P_{atm}$

c) Lecture des prises de pression :

$$\begin{cases} P_B = P_{B'} + \rho g (z_{B'} - z_B) \\ P_C = P_{C'} + \rho g (z_{C'} - z_C) \end{cases} \Rightarrow P_B - P_C = \rho g (z_{B'} - \cancel{z_B} - z_{C'} + \cancel{z_C})$$

$$\underline{P_B - P_C = \rho g (z_{B'} - z_{C'})} \quad (3)$$

REM : $P_B > P_C$ car $D > d$

Soit (3) dans (2) : $\quad 2g(z_{B'} - z_{C'}) = u_B^2\left(\left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1\right)$

$$\boxed{u_B = \left(\frac{2g(z_{B'} - z_{C'})}{\left(\left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1\right)}\right)^{1/2}}$$

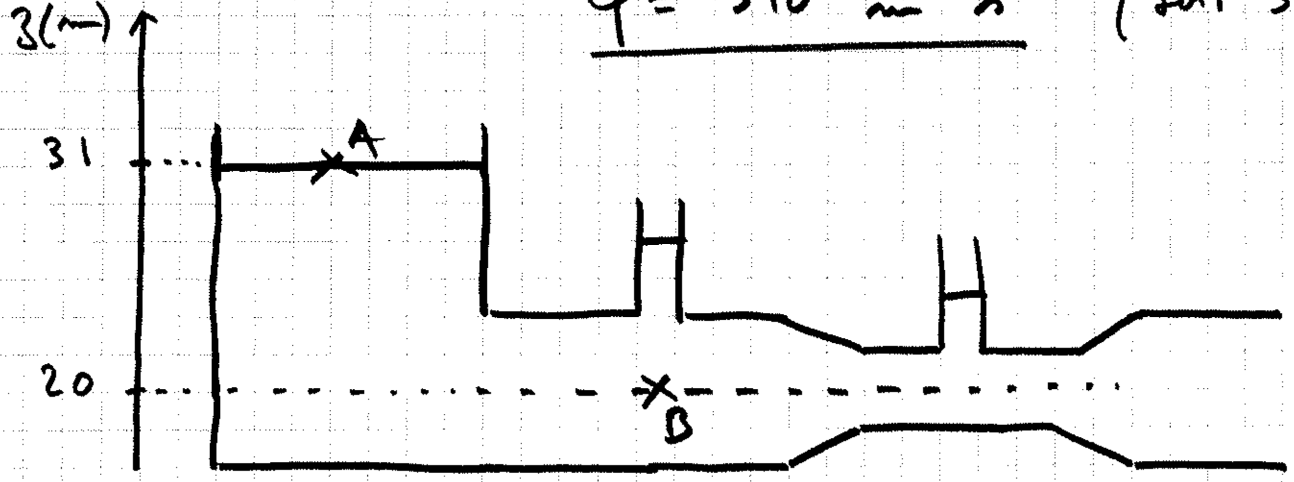
2.) A.N : $u_B = \left(\dfrac{2 \times 9,81 \times 80,4 \cdot 10^{-2}}{\left(\frac{5}{3}\right)^4 - 1} \right)^{1/2}$

$$\underline{u_B = 1,53 \ m s^{-1}}$$

$$Q_v = u \times \frac{\pi D^2}{4} \Leftrightarrow Q = \frac{1,53 \times \pi \times 25 \, 10^{-4}}{4}$$

$\underline{Q = 3 \, 10^{-3} \ m^3 s^{-1}}$ (soit 3 L s^{-1})

3.)



Ber entre A et B : écriture en ABSOLUE

$$\rho g z_A + P_0 + \frac{1}{2} \rho u_A^2 = \rho g z_B + P_B + \frac{1}{2} \rho u_B^2$$

$u_A = 0 \quad P_0 = \frac{1,013 \, 10^5}{760} \times 740 = 98634 \ Pa$

$z_A = 31 \ m \ ; \ z_B = 20 \ m$

$$P_B = \rho g (z_A - z_B) + P_0 - \frac{1}{2} \rho u_B^2$$

A.N : $P_B = 10^3 \times 9,81 \times (31 - 20) + 1,013 \, 10^5 \times \frac{740}{760} - \frac{1}{2} \times 10^3 \times (1,53)^2$

$\underline{P_B = 205374 \ Pa}$, (soit $P_B = 2,05$ bar)

Exercice 2 :

Les pertes de charge singulières sont négligées (pas de données)

1.) 3 méthodes possibles

I^ère méthode : la + rapide

en relatif dans le réservoir

$H(A) = z_A + 0 + 0 = \underline{15 \text{ mCH}}$

$H(E) = H(A) - H_{(A \to E)} = 15 - 2,5 = \underline{12,5 \text{ mCH}}$

$H(S) = \ ?$

$H(C) = z_C + 0 + 0 = \underline{60 \text{ mCH}}$

D'où $H(S) = H(C) + H_{(S \to C)} = 60 + 6,5 = \underline{66,5 \text{ mCH}}$

II^ème méthode : l'intermédiaire

$H(A) = 15 \text{ mCH}$; $H(E) = 12,5 \text{ mCH}$

Dans la pompe la ligne de charge est relevée grâce à l'action de la pompe :

=> la HMT donne la valeur de la remontée de la ligne de charge

-> B entre A et C :

$$z_A + 0 + 0 + HMT = z_C + 0 + 0 + H_{A \to E} + H_{S \to C}$$

$$HMT = z_C - z_A + H_{A \to E} + H_{S \to C}$$

$$HMT = 60 - 15 + 2,5 + 6,5$$

$$\underline{HMT = 54 \text{ mCH}}$$

Dans la pompe : $H(E) + HMT = H(S)$

$$\underline{H(S)} = 12,5 + 54 = \underline{66,5 \text{ mCH}}$$

Enfin, $H(S) = H(C) + H(S \to C) =$

$$\underline{H(C)} = 66,5 - 6,5 = \underline{60 \text{ mCH}}$$

III ième méthode : la + longue (qui ne s'imposait pas ici)

	z	$\frac{P}{\rho g}$	$\frac{u^2}{2g}$	H (mCH)
A	15	0	0	15
E	3	9,24	0,26	12,5
S	3	63,24	0,26	66,5
C	60	0	0	60

$u = u_E = u_S$ (même diamètre)

$$u = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

$$\underline{u = 2,26 \text{ m s}^{-1}}$$

$$\underline{\frac{u^2}{2g}} = \underline{0,26 \text{ mCH}}$$

B entre A et E :

$$z_A = z_E + \frac{P_E}{\rho g} + \frac{u_E^2}{2g} + H_{A \to E}$$

$$\underline{\frac{P_E}{\rho g}} = 15 - 3 - 0,26 - 2,5 = \underline{9,24 \text{ mCH}}$$

D'où $\underline{H(E)} = 3 + 9,24 + 0,26 = \underline{12,5 \text{ mCH}}$

B entre E et S :

$$(1) \quad z_E + \frac{P_E}{\rho g} + \frac{u^2_E}{2g} + HMT = z_S + \frac{P_S}{\rho g} + \frac{u^2_S}{2g} + 0$$

pertes de charge à l'intérieur de la pompe négligées

or $\left| \begin{array}{l} z_E = z_S \\ u = u_E = u_S \end{array} \right.$ (1) devient :

$$\boxed{HMT = \frac{P_S}{\rho g} - \frac{P_E}{\rho g}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{P_S}{\rho g} = HMT + \frac{P_E}{\rho g}$$

HMT = 54 mCE (obtenue en écrivant BERNOUILLI entre A et C comme dans la 2^ème^ méthode)

$$\Rightarrow \frac{P_S}{\rho g} = 54 + 9{,}24 = \underline{63{,}24 \text{ mCH}}$$

D'où $\underline{H(S)} = 3 + 0{,}26 + 63{,}24 = \underline{66{,}5 \text{ mCH}}$

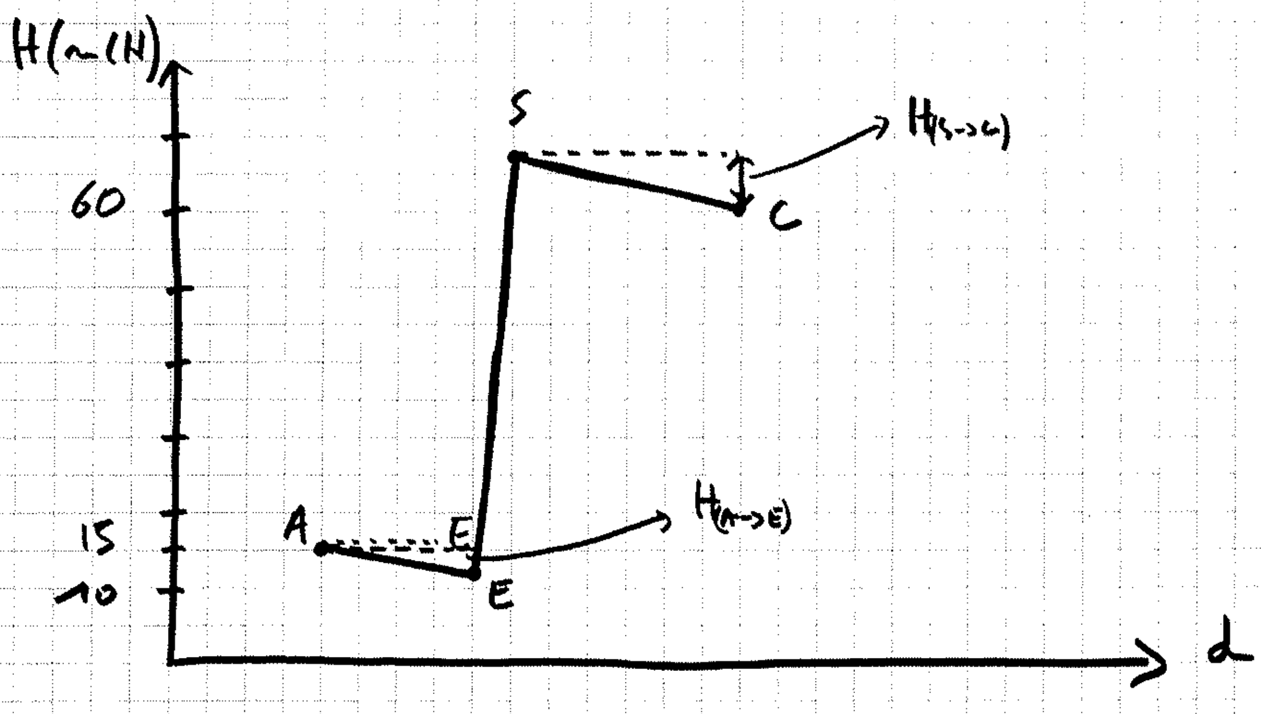
Rem :

Au lieu d'écrire BERNOUILLI entre E et S, il était possible aussi d'écrire " entre S et C alors :

$$\frac{P_S}{\rho g} + \frac{u_S^2}{2g} + z_S = z_C + \frac{P_C}{\rho g} + \frac{u_C^2}{2g} + H_{S \to C} \quad \left| \begin{array}{l} P_C = 0 \text{ (air libre)} \\ u_C = 0 \text{ (niveau)} \end{array} \right.$$

$$\frac{P_S}{\rho g} = (z_C - z_S) - \frac{u_S^2}{2g} + H_{S \to C} = (60 - 3) - 0{,}26 + 6{,}5$$

$$\underline{\frac{P_S}{\rho g} = 63{,}24 \text{ mCH}} \Leftrightarrow \underline{H(S)} = 3 + 0{,}26 + 63{,}24 = \underline{66{,}5 \text{ mCH}}$$



2) a) Calcul de Re : $Re = \frac{u \times D}{\nu} = \frac{4 Q D}{\pi D^2 \times \nu} = \frac{4 Q}{\pi D \nu}$

$\begin{cases} \nu = 54{,}8 \text{ cSt} = 54{,}8 \, 10^{-6} \, m^2 s^{-1} \\ D = 0{,}3 \, m \quad ; \quad Q = 0{,}16 \, m^3 s^{-1} \end{cases}$

$Re = \frac{4 \times 0{,}16}{\pi \times 3 \times 54{,}8} 10^{6+1} = 12392$ (turbulent lisse)

b) Sur l'abaque de COLEBROOK, en sachant que $\frac{\varepsilon}{D} \to 0$ et $Re = 12392 \Rightarrow \lambda \simeq 0{,}03$

c) $J(mCH/m) = \frac{0{,}03}{0{,}3} \times \frac{(2{,}26)^2}{2 \times 9{,}81} = 0{,}026$

d) $H(A\to E) = J \times L_{AE} = 2{,}49 \simeq 2{,}5 \, mCH$

$H(S\to C) = J \times L_{SC} = 6{,}47 \simeq 6{,}5 \, mCH$

Raisonnement utilisé :

a) calcul de Re : type d'écoulement

b) lecture de λ par abaque

c) calcul $J(mCH/m)$

d) calcul H par $H = J \times L$

Exercice n°3 :

Application de $\mu = \frac{2}{9}\left(\frac{(\rho s - \rho f) \times R^2 \times g}{u\ lim}\right)$

1·) Calcul de $\bar{u}\ lim$: $u\ lim = \frac{d}{t}$

$$\bar{u}\ lim = \frac{1}{3} \times (u_1\ lim + u_2\ lim + u_3\ lim)$$

	Huile	Glycérine
$u_1\ lim\ (m.s^{-1})$	$3,34\ 10^{-2}$	$9,50\ 10^{-3}$
$u_2\ lim\ (m.s^{-1})$	$3,38\ 10^{-2}$	$8,90\ 10^{-3}$
$u_3\ lim\ (m.s^{-1})$	$3,38\ 10^{-2}$	$8,35\ 10^{-3}$
$\bar{u}\ lim\ (m.s^{-1})$	$3,36\ 10^{-2}$	$8,90\ 10^{-3}$
$d\ (m)$	$2,96\ 10^{-3}$	$1,98\ 10^{-3}$
$R\ (m)$	$1,48\ 10^{-3}$	$0,99\ 10^{-3}$
$\rho\ (kg.m^{-3})$	865	1235

$d_{AL} = \frac{\rho_{AL}}{\rho_{eau}} \Rightarrow \rho_{AL} = 2,7\ 10^3\ kg$

Pa.s = [illegible]

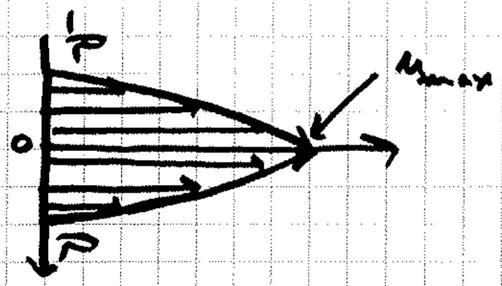
en $kg.m^{-1}.s^{-1}$

- $\mu_{Huile} = \frac{2}{9} \times \frac{(2,7 - 0,865) \times (1,48)^2 \times 9,81}{3,36} \times 10^{3-6+2} = 0,26\ Pa.s$

- $\mu_{Gly} = \frac{2}{9} \times \frac{(2,7 - 1,235) \times (0,99)^2 \times 9,81}{8,90} \times 10^{3-6+3} = 0,36\ Pa.s$

$\Rightarrow$ Loi de STOKES

2.) Régime laminaire



× vitesse (profil) parabolique
× u_{max} au centre $u(0) = u_{max}$
× $u(R) = 0$: vitesse nulle aux bords
× fluide visqueux
× déplacement des couches les unes / aux autres
× pas de mélange

3.) Pour le glycérine :

$$\begin{cases} \mu_{20°C} = 0{,}36 \, Pa.s \\ \underline{\mu_{30°C}} = 210 \, cPo = \underline{0{,}21 \, Pa.s} \end{cases} \qquad \mu = A \, e^{\frac{B}{RT}}$$

$$\begin{cases} \ln \mu_{20°C} = \ln A + \frac{B}{RT_{293}} \\ \ln \mu_{30°C} = \ln A + \frac{B}{RT_{303}} \end{cases} \Rightarrow \boxed{B = R \ln \frac{\mu_{20}}{\mu_{30}} \times \frac{1}{\left(\frac{1}{T_{293}} - \frac{1}{T_{303}}\right)}}$$

$$\underline{B} = 8{,}32 \times \ln \frac{0{,}36}{0{,}21} \times \frac{1}{\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{303}\right)} = \underline{39813 \ J \, mol^{-1}}$$
$= \underline{\text{énergie d'activation}}$

$$\underline{A} = \frac{\mu_{30}}{e^{\frac{B}{RT}}} \Leftrightarrow \underline{A} = \frac{0{,}21}{e^{\frac{39813}{8{,}32 \times 303}}} = \underline{2{,}9 \, 10^{-8} \ Pa.s}$$
$= \underline{\text{viscosité pour } T \to \infty}$

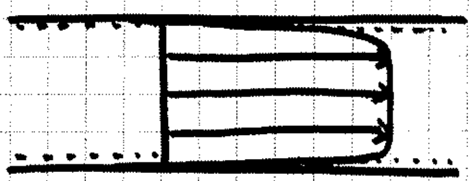
Exercice n°4 :

1) $\underline{u} = \frac{4Q_v}{\pi D^2} = \frac{4\times 10}{\pi \times 36}\times 10^{-3+2} = \underline{0,35\ m\,s^{-1}}$

2) $\underline{Re} = \frac{u\times D}{\nu} \Leftrightarrow Re = \frac{u\times D\times \rho}{\mu} = \frac{0,35\times 0,1\times 10^3}{10^{-3}} = \underline{35000}$

avec $\mu = 10^{-3}$ Pl $= 10^{-3}$ Pa.s

3) Régime <u>turbulent</u>



× Re > 4000
× les particules de fluides vont dans tous les sens
× les mouvements de convection sont favorisés
× les forces d'inertie sont > aux forces de viscosité
× la vitesse sur une section est pratiquement la même
× présence de 2 couches laminaires aux bords de la canalisation
× le mélangeage est favorisé

3) $\underline{\lambda} = \frac{0,316}{Re^{0,25}} = \underline{0,023}$ (car régime turbulent)

4) Ici $\underline{R/D = 2} \Rightarrow \underline{K_{coude} = 0,2}$

5)

$$\Delta H_{tot} = \Delta H_{rég} + \Delta H_{sing}$$

$$= J \times L + \sum K \frac{u^2}{2g}$$

$$= \frac{\lambda}{D} \times L \times \frac{u^2}{2g} + (3 K_{coude} + K_{crép}) \times \frac{u^2}{2g}$$

soit $\underline{\Delta H_{tot} = \frac{u^2}{2g} \left(3 K_c + K_{crp} + \frac{\lambda}{D} \times L \right)}$

<u>A.N</u>: $\Delta H_{tot} = \frac{(0,35)^2}{2 \times 9,81} \times \left(3 \times 0,2 + 4 + \frac{0,023 \times 100}{0,1} \right)$

$$\underline{\Delta H_{tot} = 0,173 \text{ mCE}}$$

6) <u>Bernoulli entre A et B</u> :

$$z_A + \frac{P_A}{\rho g} + \frac{u_A^2}{2g} + HMT = z_B + \frac{P_B}{\rho g} + \frac{u_B^2}{2g} + \sum \Delta H_{tot}$$

| $\times$ $P_A = P_B = 0$ (rel)
| $\times$ $u_A = 0$

d'où $HMT = (z_B - z_A) + \frac{u_B^2}{2g} + \sum \Delta H_{tot}$

<u>A.N</u>: $HMT = (20 - 0) + \frac{(0,35)^2}{2 \times 9,81} + 0,173$

$$\underline{HMT = 20,18 \text{ mCE}}$$

7) $\underline{P_{utile} = P_{hyd}} = \rho g \, HMT \times q_v = 10^3 \times 9,81 \times 20,18 \times \frac{10}{36} \times 10^{-3}$

$$= \underline{550 \text{ W}}$$

8) $P_{élec} = \dfrac{P_{hyd}}{\eta} \Rightarrow P_{élec} = \dfrac{550}{0{,}73} = 753\ W$

La pompe consomme 753 J par seconde

soit en 24 h, $753 \times 3600 \times 24$ J

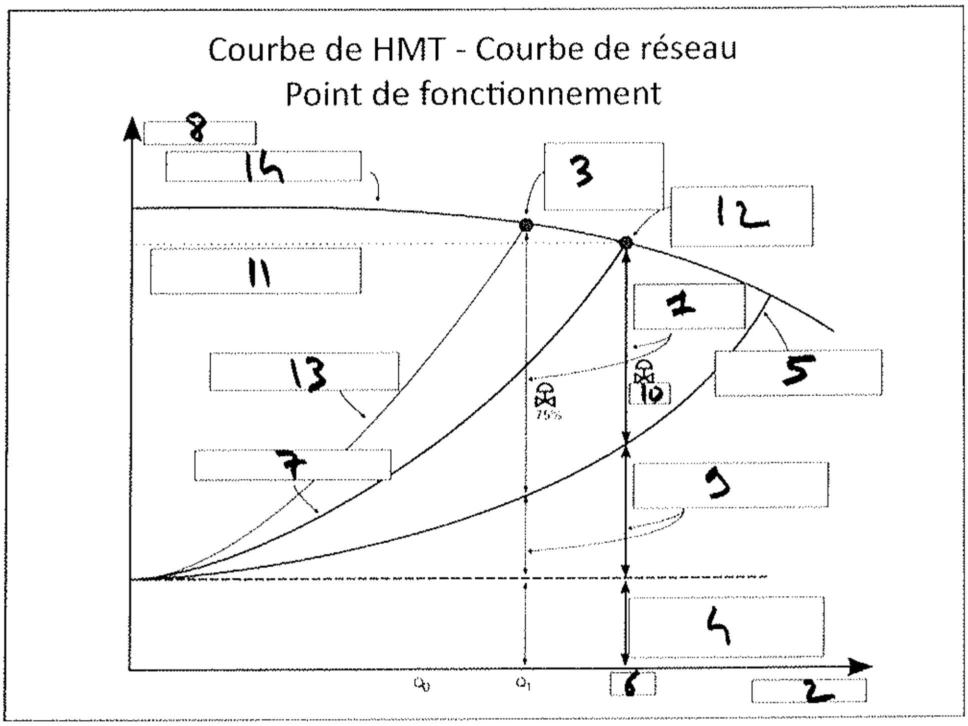
or $1\ kWh = 10^3\ J\ s^{-1} \times 3600\ s = 3{,}6\ 10^6\ J$

D'où $\dfrac{753 \times \cancel{3600} \times 24}{\cancel{3600} \cdot 10^3}$ kWh représente la consommation de la pompe en kWh,

soit 18 kWh

D'où une dépense de : $18 \times 0{,}1 = 1{,}8$ €.

Exercice n°5 :


Courbe de HMT - Courbe de réseau
Point de fonctionnement
8
14
3
12
11
1
13
5
10
75%
9
7
4
Q_0
Q_1
6
2

Exercice n°6 :

1.) Rugosité = état de surface de la canalisation = toutes les aspérités

Rugosité absolue (en mm) ≠ rugosité relative $\left(\frac{k}{D}\right)$ sans unité

2.) $\Delta H_{sing} = (K_c + K_F)\frac{u^2}{2g}$

$\Delta H_{sing} = (0,3 + 2,5) \times \frac{(2,4)^2}{2 \times 9,81} = 0,82 \text{ mCE}$

avec $u = \frac{4 Q_v}{\pi D^2} = \frac{4 \times 139 \cdot 10^{-3}}{\pi \times 3600 \times (0,1432)^2} = 2,4 \text{ m s}^{-1}$

3.) $\Delta H_{reg} = J_{lu}(\text{mCE/m}) \times L$

Tableau : | pour $Q_v = 38,6 \text{ L s}^{-1}$ $\varnothing = 143,2$ mm
$u = 2,40 \text{ m s}^{-1}$ $\boxed{\text{et}}$ $k = 0,03$ mm

$\rightarrow J = 0,03396 \text{ mCE/m}$

$\Rightarrow \Delta H_{reg} = 2,72 \text{ mCE}$

4.) Bernoulli entre A et E : en Absolue

$z_A + \frac{P_A}{\rho g} + \frac{u_A^2}{2g} = z_E + \frac{P_E}{\rho g} + \frac{u_E^2}{2g} + \Delta H_{asp}$

$P_A = P_{atm} = P_0$
$u_A = 0$

$\Delta H_{asp} = \Delta H_{reg} + \Delta H_{sing}$

$$\boxed{\left(\frac{P_E}{\rho g}\right)_{ABS} = \frac{P_0}{\rho g} - \left((z_E - z_A) + \frac{u_E^2}{2g} + \Delta H_{asp}\right)}$$

$$\left(\frac{P_E}{\rho g}\right)_{ABS} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5}{10^3 \times 9{,}81} - \left(2 + \frac{(2{,}4)^2}{2 \times 9{,}81} + 0{,}82 + 2{,}72 \right)$$

$$\left(\frac{P_E}{\rho g}\right)_{ABS} = 4{,}5 \text{ mCE}$$

ou $\dfrac{0{,}76 \times 13{,}6 \cdot 10^3 \times 9{,}81}{10^3 \times 9{,}81}$

5.) $NPSH_{dispo} = \left(\frac{P_E}{\rho g}\right)_{ABS} - \frac{P_{vs}}{\rho g}$ à la Température de l'expérience

C'est la marge de sécurité en terme de hauteur de colonne d'eau entre la pression en aspiration (donc à l'entrée de la pompe) et la pression de vapeur saturante du fluide pompé à la même température.
Elle permet d'éviter la vaporisation du fluide avant la pompe

Annexe 3 : $P_{vs} = 4246$ Pa (en absolu !)

soit $\frac{P_{vs}}{\rho g} = 0{,}43$ mCE

$\Rightarrow NPSH_{dispo} = 4{,}5 - 0{,}43 = 4{,}07$ mCE

6) Pour le débit de 139 m³/h ≈ 140 m³/h,

$NPSH_{requis} = 6$ mCE (voir l'annexe 2)

7) NPSH dispo < NPSH requis pour le débit de 133 m³/h

=> pompe n'est pas adaptée

Dans la pompe, on T et Pstat ↘,
le liquide se vaporise.
Quand il passe dans des zones de haute pression, les bulles de gaz se condensent à nouveau très rapidement => implosions => ondes de chocs + bruit qui vont endommager l'intérieur
-le Θ = cavitation

8) Une roue constituée par des aubes reçoit de l'eau par l'entrée (ouïe) grâce à une dépression et communique au fluide une grande énergie cinétique.
Au refoulement (surpression), l'eau est éjectée au travers de volute.