ISARA 1ère année

Pascale NEYRAN

Corrigé épreuve STATISTIQUE juin 2006

Exercice I (2 points)

réponses : a / c / b / d

Exercice II (2 points)

réponses : F / F / F / V

Exercice III (11 points)

1) Résultats au centième :

Moyenne	6,20
Classe modale	[6 ; 7[(il faut calculer les effectifs ajustés hi)
C_{20}	$C_{(20)} = 35{,}60 \Rightarrow C_{20} = 3{,}71$
$Q_{(1)}$	44,50
médiane	Le rang de la me = 89 ⇒ me = 6,23
SCE	$\sum n_i x_i^2 - n\overline{x}^2 = 1338{,}63$
coefficient de variation	$\frac{2{,}75}{6{,}20} \times 100 = 44{,}35$

2) $\gamma_1 = \frac{400{,}50/177}{2{,}75^3} = 0{,}1088 \approx 0{,}11$. La série est pratiquement symétrique, légèrement étalée sur la droite.

3) $\gamma_2 = \frac{24743{,}26/177}{2{,}75^4} - 3 = -0{,}5557 \approx -0{,}56$. La série est platicurtique. Elle est plus aplatie que la distribution de la loi normale de même moyenne et de même écart type.

4) $177 \times P(X < 2) = 177 \times P\left(T < \frac{2-6{,}20}{2{,}75}\right) = 177 \times (1 - P(T \leq 1{,}53)) = 177(1 - 0{,}9370) = 11{,}15$.

Exercice IV (5 points)

Ho : L'échantillon est représentatif de la population.

Dépenses	0 à 12	12 à 25	25 à 35	35 à 45	45 à 60	60 à 100
effectifs théoriques	22	28	56	44	24	26

Le critère statistique calculé est égal à 1,33.

A partir de la table du Khideux et pour un ddl = 6-1 = 5, on peut encadrer le risque réel.

Le risque de se tromper si on refuse Ho est compris entre 90% et 95% $\Rightarrow$ on accepte donc Ho.

Exercice V (11 points)

Partie A – CONTROLE DE LONGUEURS

1) On cherche : $1 - P(143 \leq X \leq 157) = 1 - (P(T \leq 2{,}33) - P(T < -2{,}33)) = 1 - (2P(T \leq 2{,}33) - 1)$
$= 1 - (2 \times 0{,}9901 - 1) = 0{,}0198$.

2) Il faut trouver x tel que $P(150 - x \leq X \leq 150 + x) = 0{,}9$.

Or $P(T \leq x/3) - P(T < - x/3) = 2P(T \leq x/3) - 1 \Rightarrow P(T \leq x/3) = 0{,}95$.

Dans la table 2 de la loi normale on lit la valeur $1{,}6449 = x/3$. D'où l'intervalle centré sur la moyenne [145,10 ; 154,9].

Partie B – PANNES DE MACHINES

1) Pour chaque machine prélevée au hasard, il y a 2 issues possibles :
- elle est en panne avec la probabilité $p = 0{,}02$
- elle fonctionne avec la probabilité $q = 0{,}98$.

Et cette épreuve se répète de façon indépendante pour les 100 machines.

$L(Y) = B(100 ; 0{,}02)$. Comme $n > 50$ et $p < 0{,}10$, on remplace cette loi binomiale par une loi de Poisson de paramètre 2
<u>Remarque</u> : l'approximation par la loi Normale ne fonctionne pas.

2) Avec la loi de Poisson :
   a) $P(Y = 1) = 0{,}2707$
   b) $P(2 \leq Y \leq 5) = P(Y \leq 5) - P(Y < 2) = 0{,}9834 - 0{,}4060 = 0{,}5774$.

Partie C – SATISFACTION CLIENT

1) $L(Z) = B(400 ; 0{,}68)$.

2) $n > 5$ et $\left|\sqrt{\dfrac{0{,}68}{0{,}32}} - \sqrt{\dfrac{0{,}32}{0{,}68}}\right| \times \dfrac{1}{\sqrt{400}} = 0{,}039$ donc inférieur à 0,34.

On peut approcher la loi Binomiale par la loi normale $N(272 ; \sqrt{87{,}04})$.

3) Avec la loi normale :

   a) $P(Z < 285) = P(T < 1{,}39) = 0{,}9177$.
   b) $P(Z \geq 280) = 1 - P(T < 0{,}86) = 1 - 0{,}8051 = 0{,}1949$.

Partie D – ETUDE DE LA QUALITE

1) M peut s'écrire comme la somme de 280 variables aléatoires indépendantes :

$M = \sum_{i=1}^{280} G_i$ où G_i est la variable aléatoire mesurant le nombre de bulles de gaz dans la barre numéro i $\Rightarrow$ M suit une loi de Poisson de paramètre 196.

2) Le paramètre étant > 18, la loi de M peut être approximée par une loi normale N(196 ; 14).
P(M < 200) = P(T < 0,29) = 0,6141.

Exercice VI (8 points)

1) $\text{cov}(X ; Y) = \dfrac{91417}{24} - \left(\dfrac{67}{12}\right) \times 742 = -333{,}7917$

$V(X) = s^2(x) = \dfrac{1944}{24} - \left(\dfrac{67}{12}\right)^2 = 49{,}8264$ et $V(Y) = s^2(y) = 2755{,}3333$.

D'où $r^2 = \dfrac{(-333{,}7917)^2}{(49{,}8264 \times 2755{,}3333)} = 0{,}8116$

2) b = -333,7917 / 49,8264 = -6,6991 et a = 742 + 6,6991×67/12 = 779,4033.

3) $r = \dfrac{-333{,}7917}{\sqrt{49{,}8264} \times \sqrt{2755{,}3333}} = -0{,}9009$.

4)
a) $s^2(e_i) = (1 - 0{,}8116) \times 2755{,}3333 = 519{,}1048$ et $s(e_i) = 22{,}7839$.

b) $\hat{y}_i = (-5) \times (-6{,}6991) + 779{,}4033 = 812{,}90$
$e_i = 812{,}90 - 808 = 4{,}90$
$\dfrac{e_i}{s(e_i)} = \dfrac{4{,}90}{22{,}7839} = 0{,}215$.

c) Le résidu standardisé correspondant n'appartient pas à l'intervalle [-2 ; 2].

Exercice VII (6 points)

Avec la calculatrice on peut remarquer que la moyenne (1,48) est voisine de la variance (1,57).

Ho = Le nombre d'arrivées suit une loi de Poisson de paramètre 1,5.