39 ème Promotion

Juin 2007

ISARA 1ère année

Pascale NEYRAN

Nom : ....**Prénom :** ....

STATISTIQUE (durée 2 heures)

Une calculatrice collège est autorisée. Les tables statistiques distribuées au début de l'épreuve sont à rendre aux surveillant(e)s.

Répondre sur la feuille du sujet.

Le devoir est noté sur 50 points (barème entre parenthèses).

Exercice I (4 points)

Sélectionner la réponse correcte :

Question	*Réponse A*	*Réponse B*	*Réponse C*	*Choix*
$s^2(x) =$	$\frac{\sum(n_i x_i)^2}{n} - \bar{x}^2$	$\sum f_i x_i^{\ 2} - \bar{x}^2$	$\sum f_i x_i^{\ 2} - n\bar{x}^2$	
Le coefficient de variation =	$\frac{\bar{x}}{s(x)} \times 100$	$\frac{s(x)}{me} \times 100$	$\frac{s(x)}{\bar{x}} \times 100$	
Le coefficient d'asymétrie de Fisher =	$\frac{\mu_4}{s(x)^4}$	$\frac{\mu_3}{\mu_2^{1,5}}$	$\frac{\mu_3}{s(x)^3} - 3$	
Si $Y = bX + a$	$s^2(y) = bs^2(x) + a$	$s^2(y) = b^2 s^2(x)$	$s(y)=bs(x)$	
Si $L(X) = B(n,p)$ $V(X) =$	$np(1-p)$	np	nq	
Si $L(X) = P(\lambda)$ $V(X) =$	λ^2	$\sqrt{\lambda}$	λ	
Si $L(X)=N(m;\sigma)$ $E(X) =$	me	$m/2$	σ	
Si $L(X)=N(m;\sigma)$ $V(X) =$	σ	$m\sigma$	σ^2	

Exercice II (11 points)

Le service des Ressources Humaines d'une exploitation agricole dispose des éléments statistiques suivants concernant l'intéressement perçu l'an dernier par ses cadres.

Intéressement en K€	*Nombre cadres concernés*
[0 ; 10[	6
[10 ; 20[	30
[20 ; 24[	50
[24 ; 30[	40
[30 ; 40[	20
[40 ; 50[	4

1) Déterminer au centième, les paramètres suivants :

Classe modale	
Moyenne	
C_{25}	
Q_3	
Médiane	
$\sum n_i x_i^2 - n\overline{x}^2$	
Coefficient de Yule	

2) Cette série est - elle symétrique ?

3) Déterminer au centième le coefficient d'aplatissement de Fisher. Que peut-on en conclure ?

On nous précise que : $\sum n_i (x_i - \overline{x})^4 = 2064607$.

4) Pour cette année, le directeur des Ressources Humaines s'est prononcé pour une augmentation de 1,5 % de l'intéressement de chaque cadre, majorée d'une prime de 1 000 € pour chacun.

Suite à ces majorations, calculer la moyenne et l'écart type de l'intéressement distribué.

Exercice III (6 points)

On s'intéresse à la répartition d'un volume de 900 arbres d'une même espèce, selon leur hauteur et leur origine géographique. On dispose des données suivantes :

Hauteur / origine	*Faible*	*Moyenne*	*Forte*
Région 1	27	189	54
Région 2	33	124	23
Région 3	103	309	38

On aimerait savoir, pour un risque de 5%, s'il y a un lien entre ces 2 caractères.

Hypothèse nulle :

Critère statistique calculé :	
Nombre de degrés de liberté :	
Critère statistique théorique :	
Conclusion :	
Risque réel ?	

Exercice IV (10 points)

Les parties A, B sont indépendantes.

Partie A :

La société PARCOTO exploite un parking automobile situé à proximité d'une chaîne de magasins.

On estime que le nombre d'heures de stationnement payées chaque jour par un usager suit une loi de Poisson de paramètre 3 et on attend en moyenne 180 clients par jour.

Soit X le nombre d'heures de stationnement payées en une journée par l'ensemble des usagers.

1) Déterminer, en la justifiant, la loi suivie par X.

2) Donner une approximation de cette loi.

3) Donner un intervalle centré sur la moyenne qui a une probabilité de 92% de contenir X.

Partie B :

A la sortie du parking il y a deux caisses :

- ✓ Caisse A : tous paiements.
- ✓ Caisse B : paiements automatiques par carte bancaire.

Des observations antérieures permettent de dire que la probabilité pour qu'un client choisisse la caisse B est 0,3.
On attend toujours en moyenne 180 clients par jour.

Soit Y le nombre de paiements par carte bancaire à la caisse B en une journée.

1) Quelle est la loi de Y? (Justifier)

2) Calculer son espérance mathématique et une valeur approchée à 10^{-2} près de son écart-type.

3) Par quelle loi peut-on approcher la loi de Y ?

4) Quelle est la probabilité pour qu'il y ait entre 38 et 62 (bornes incluses) paiements par carte bancaire à la caisse B en une journée ?

5) La caisse B délivre un reçu à chaque client. Lorsqu'il n'y a plus de reçu dans la machine, celle-ci s'arrête et les clients suivants se dirigent tous vers la caisse A.

Quel nombre minimal de reçus faut-il prévoir pour que 97% des clients souhaitant passer au péage automatique soient satisfaits ?

Exercice V (11 points)

Le tableau suivant (partiellement renseigné) donne l'évolution des frais de publicité (x_i) et du chiffre d'affaires (y_i) d'une entreprise agricole sur 8 ans.

N° observation	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	x_iy_i
1	2	41	4	1681	82
2	2,3	59	5,29	3481	135,7
3	2,6				
4	2,9				
5	3,2				
6	3,5				
7	3,8	73	14,44	5329	277,4
8	4,1	75	16,81	5625	307,5
Total	**24,4**	**515**	**78,2**	**34025**	**1623,10**

1) Déterminer, avec 4 chiffres après la virgule :

- la covariance de X et Y

- l'équation de la droite de regression de Y par rapport à X

- le coefficient de détermination et l'interpréter

- la somme des produits des écarts de X et Y

2) Compléter le tableau ci-dessous :

N° observation	Yi estimé	résidu	e_i^2	Résidu standardisé
1				
2	53,99	-5,01	25,12	-1,17
3	58,14	-1,86	3,45	-0,43
4	62,30	-2,70	7,30	-0,63
5	66,45	-3,55	12,59	-0,83
6	70,61	-1,39	1,94	-0,33
7	74,76	1,76	3,10	0,41
8				
Total	**515**		**146,87**	

3) Existe t'il des données OUT. Si oui, expliquer pourquoi.

4) Vérifier l'indépendance des résidus.

5) Calculer la variance expliquée par la regression.

Exercice VI (8 points)

Vérifier à l'aide d'un test statistique, pour un risque d'erreur de 5 %, si la distribution observée dans cet exercice est conforme à celle d'une loi normale de moyenne égale à 25,5 et d'écart type égal à 10.

Variable X	**effectifs**
[5 ; 10[	10
[10 ; 20[	50
[20 ; 25[	38
[25 ; 30[	40
[30 ; 40[	52
[40 ; 60[	10

Hypothèse nulle :

Compléter le tableau suivant :

Valeurs de X	probabilité	Effectifs théoriques	Effectifs observés
$10 \leq X < 20$	0,2306	46,12	
$20 \leq X < 25$	0,1889	37,78	
$25 \leq X < 30$			
$30 \leq X < 40$	0,2528	50,57	
Total			

Critère statistique calculé :

Critère statistique théorique :

Conclusion :