 F. BILLY

Dérivation 1

Exercice 1

1°) * $x \in \mathcal{D}_f$ ssi $2x+3 \geqslant 0$

$\iff x \geqslant -\frac{3}{2}$

donc : $\mathcal{D}_f = \left[-\frac{3}{2} ; +\infty\right[$.

* $f(x) = \sqrt{2x+3} = (2x+3)^{1/2}$

$f(x)$ est de la forme u^n

or : $(u^n)' = n\, u^{n-1} \times u'$

d'où : $f'(x) = \frac{1}{2}(2x+3)^{-\frac{1}{2}} \times 2$

$= (2x+3)^{-\frac{1}{2}}$

$\iff \boxed{f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}}$

⚠ revenir aux racines (après l'utilisation des exposants fractionnaires)

2°) * $x \in \mathcal{D}_g$ ssi $2x^2 - x - 1 \neq 0$

Posons $P(x) = 2x^2 - x - 1 = ax^2 + bx + c$

$x_1 = 1$ est racine évidente de P.

Le produit des racines est $\frac{c}{a}$,

donc $x_2 = -\frac{1}{2}$ est racine de P.

(remarque : $P(x) = 2(x-1)(x+\frac{1}{2})$)

Conclusion : $\mathcal{D}_g = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2} ; 1\}$.

* $$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

donc : $$g'(x) = \frac{(6x-4)(2x^2-x-1)-(3x^2-4x+7)(4x-1)}{(2x^2-x-1)^2}$$

$$= \frac{12x^3-6x^2-6x-8x^2+4x+4-12x^3+3x^2+16x^2-4x-28x+7}{(2x^2-x-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{g'(x) = \frac{5x^2-34x+11}{(2x^2-x-1)^2}}$$

3°) * $x \in \mathcal{D}_h$ ssi $4x-7 \neq 0$

$\Leftrightarrow x \neq \frac{7}{4}$.

d'où $\mathcal{D}_h = \mathbb{R} \setminus \{\frac{7}{4}\}$.

* $$\boxed{h'(x) = -5 - \frac{4}{(4x-7)^2}}$$.

Exercice 2

$*$ Pour que (Γ) admette en $x=-1$ une tangente de coefficient directeur -2, il faut d'abord que f soit définie en -1, donc que :

$$(2-m)\times(-1)+3 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad m+1 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad m \neq -1 .$$

$\boxed{\forall m \neq -1}$, f est dérivable en $x=-1$, et on veut :

$$f'(-1) = -2 .$$

$$* \quad f'(x) = \frac{m(2x-mx+3)-(mx+1)(2-m)}{(2x-mx+3)^2}$$

$$= \frac{2\cancel{mx} - \cancel{m^2x} + 3m - 2\cancel{mx} + \cancel{m^2x} - 2 + m}{(2x-mx+3)^2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{f'(x) = \frac{4m-2}{(2x-mx+3)^2}}$$

Au point $x=-1$, on a : $\boxed{f'(-1) = \dfrac{4m-2}{(m+1)^2}}$

$$* \quad f'(-1) = -2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{4m-2}{(m+1)^2} = -2$$

$$\Leftrightarrow 2-4m = 2m^2+4m+2$$

$$\Leftrightarrow 2m^2+8m = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m(m+4) = 0$$

Conclusion : $\boxed{\mathcal{S} = \{-4 ; 0\}}$.