Florian Börgel

Turbulenzmodelle

Universität Oldenburg
Sommersemester 2016
25. Mai 2016

Gliederung

DNS Verfahren

Die größten Wirbel in der Strömung haben den größten Anteil an dem Transport von Bewegung und Energie. Die größte Skala wird also durch

$$L \tag{1}$$

festgelegt. Die Größe der kleinsten Skala wird durch die Viskosität definiert. (Kinetische Energie wird in Wärme dissipiert)

$$\eta = (\frac{\nu^3}{\epsilon})^{1/4} \tag{2}$$

ϵ - Dissipationsrate
ν - Viskosität

Turbulente Längenskalen

$$\epsilon \sim \frac{U^3}{L} \tag{3}$$

$$\eta = \frac{\nu^3 * L}{U^3} \tag{4}$$

Für $1D$ gilt also:

$$\frac{L}{\eta} = Re^{3/4} \tag{5}$$

(de Bruyn Kops: 8000*8000*8000)

Schließungsproblem der Turbulenz

Vereinfachungen:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \partial_t, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \partial_x, \quad \frac{\partial}{\partial x_i} = \partial_i \tag{6}$$

$$\sum_{j=x,y,z} u_j \partial_j = u_j \partial_j \tag{7}$$

Schließungsproblem der Turbulenz

Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations (RANS)

$$\partial_t u_i + \partial_j u_j u_i = -\frac{1}{\rho}\partial_i p + \nu \partial_j^2 u_i \tag{8}$$

gemitteltep equation:

$$\partial_t \overline{u_i} + \partial_j \overline{u_j u_i} = -\frac{1}{\rho}\partial_i \overline{p} + \nu \partial_j^2 \overline{u_i} \tag{9}$$

Reynolds Decomposition

$$u = \overline{u} + u' \tag{10}$$

Einsetzen:

$$\partial_t \overline{\bar{u}_i} + \partial_t \overline{u_i^{'}} + \partial_j(\overline{\bar{u}_i * \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i * u_j^{'}} + \overline{u_i^{'} * \bar{u}_j} + \overline{u_i^{'} * u_j^{'}}) \tag{11}$$

$$= -\frac{1}{\rho} * \partial_i * (\overline{\bar{p} + p^{'}}) + \nu * \partial_j^2(\overline{\bar{u}_i + u_i^{'}}) \tag{12}$$

Es gilt $\overline{u^{'}} = 0$, daher:

$$\partial_t \bar{u}_i + \partial_j(\overline{u_i u_j} + \overline{u_i^{'} u_j{'}}) = -\frac{1}{\rho}\partial_i \bar{p} + \nu * \partial_j^2 \bar{u}_i \tag{13}$$

$\overline{u_i^{'} u_j{'}}$ = Reynold-Stress-Term

Wie kann man den Reynold-Stress-Term beschreiben?

$$\partial_t \overline{u_i' u_j'} + u_k \partial_k \overline{u_i' u_j'} = \tag{14}$$

$$-\overline{u_j' u_k'} \partial_k \bar{u}_k - \overline{u_i' u_k'} \partial_k \overline{u_j} - \partial_k \overline{u_i' u_j' u_k'} \tag{15}$$

$$-\frac{1}{\rho}(\partial_i \overline{u_j' p'} + \partial_j \overline{u_i' p'}) + \frac{1}{\rho}(\overline{p' \partial_i u_j'} + \overline{p' \partial_j u_i'}) + \nu(\partial_k^2 \overline{u_j' u_i'} - 2\overline{\partial_k u_i' \partial_k u_j'}) \tag{16}$$

Ende

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Haben Sie Fragen?