Florian Börgel

Turbulenzmodelle

Universität Oldenburg
Sommersemester 2016
25. Mai 2016

Gliederung

1. Direct Numerical Simulation
2. Reynold-Averaged Navier-Stokes Equation
3. Schließungsproblem der Turbulenz
4. Transport Energy Equation
5. k-ϵ Model

DNS Verfahren

Die größten Wirbel in der Strömung haben den größten Anteil an dem Transport von Bewegung und Energie. Die größte Skala wird also durch

$$L \tag{1}$$

festgelegt. Die Größe der kleinsten Skala wird durch die Viskosität definiert. (Kinetische Energie wird in Wärme dissipiert)

$$\eta = (\frac{\nu^3}{\epsilon})^{1/4} \tag{2}$$

ϵ - Dissipationsrate
ν - Viskosität

Turbulente Längenskalen

$$\epsilon \sim \frac{U^3}{L} \tag{3}$$

$$\eta = \frac{\nu^3 * L}{U^3} \tag{4}$$

Für $1D$ gilt also:

$$\frac{L}{\eta} = Re^{3/4} \tag{5}$$

(de Bruyn Kops: 8000*8000*8000)

Schließungsproblem der Turbulenz

Vereinfachungen:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \partial_t, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \partial_x, \quad \frac{\partial}{\partial x_i} = \partial_i \tag{6}$$

$$\sum_{j=x,y,z} u_j \partial_j = u_j \partial_j \tag{7}$$

Schließungsproblem der Turbulenz

Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations (RANS)

$$\partial_t u_i + \partial_j u_j u_i = -\frac{1}{\rho}\partial_i p + \nu \partial_j^2 u_i \tag{8}$$

gemitteltep equation:

$$\partial_t \overline{u_i} + \partial_j \overline{u_j u_i} = -\frac{1}{\rho}\partial_i \overline{p} + \nu \partial_j^2 \overline{u_i} \tag{9}$$

Reynolds Decomposition

$$u = \overline{u} + u' \tag{10}$$

Einsetzen:

$$\partial_t \overline{\bar{u}_i} + \partial_t \overline{u_i^{'}} + \partial_j (\overline{\bar{u}_i * \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i * u_j^{'}} + \overline{u_i^{'} * \bar{u}_j} + \overline{u_i^{'} * u_j^{'}}) \tag{11}$$

$$= -\frac{1}{\rho} * \partial_i * (\overline{\bar{p} + p^{'}}) + \nu * \partial_j^2 (\overline{\bar{u}_i + u_i^{'}}) \tag{12}$$

Es gilt $\overline{u^{'}} = 0$, daher:

$$\partial_t \bar{u}_i + \partial_j (\overline{u_i u_j} + \overline{u_i^{'} u_j{'}}) = -\frac{1}{\rho} \partial_i \bar{p} + \nu * \partial_j^2 \bar{u}_i \tag{13}$$

$\overline{u_i^{'} u_j{'}}$ = Reynold-Stress-Term

Wie kann man den Reynold-Stress-Term beschreiben?

$$\partial_t \overline{u_i' u_j'} + u_k \partial_k \overline{u_i' u_j'} = \tag{14}$$

$$-\overline{u_j' u_k'} \partial_k \bar{u}_k - \overline{u_i' u_k'} \partial_k \overline{u_j} - \partial_k \overline{u_i' u_j' u_k'} \tag{15}$$

$$-\frac{1}{\rho}(\partial_i \overline{u_j' p'} + \partial_j \overline{u_i' p'}) + \frac{1}{\rho}(\overline{p' \partial_i u_j'} + \overline{p' \partial_j u_i'}) + \nu(\partial_k^2 \overline{u_j' u_i'} - 2\overline{\partial_k u_i' \partial_k u_j'}) \tag{16}$$

Ende

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Haben Sie Fragen?