TD3 Saisonnalité

Florian Crochet, Isaline Hervé

Sommaire

Développements et simulation de modèles saisonniers

Développement, type de modèle et nombre de coefficients à estimer

Première équation

$$Y_t = \frac{(1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2)(1 + \Theta_1 L^4)}{(1 - \phi_1 L)(1 - \Phi_1 L^4)} \varepsilon_t$$

Il s'agit d'un modèle SARMA(1, 2)(1, 1)$_4$.

En développant, on obtient :

$$Y_t = \frac{1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \Theta_1 L^4 + \theta_1 \Theta_1 L^5 + \theta_2 \Theta_1 L^6}{1 - \phi_1 L - \Phi_1 L^4 + \phi_1 \Phi_1 L^5} \varepsilon_t$$

Le modèle est de type ARMA(5, 6) avec 2 coefficients AR et 1 coefficient MA nuls, soit 8 coefficients à estimer.

Deuxième équation

$$Y_t = \frac{(1 + \theta_1 L)(1 + \Theta_1 L^6)}{(1 - \phi_1 L)(1 - \Phi_1 L^6)} \varepsilon_t$$

Il s'agit d'un modèle SARMA(1, 1)(1, 1)$_6$.

En développant, on obtient :

$$Y_t = \frac{1 + \theta_1 L + \Theta_1 L^6 + \theta_1 \Theta_1 L^7}{1 - \phi_1 L - \Phi_1 L^6 + \phi_1 \Phi_1 L^7} \varepsilon_t$$

Le modèle est de type ARMA(7, 7) avec 4 coefficients AR et 4 coefficients MA nuls, soit 6 coefficients à estimer.

Troisième équation

$$Y_t = \frac{(1+\Theta_1 L^{12})}{(1-\phi_1 L-\phi_2 L^2)}\varepsilon_t$$

Il s'agit d'un modèle SARMA(2, 0)(0, 1)$_{12}$.

Ce modèle est également de type ARMA(2, 12) avec 0 coefficient AR et 11 coefficients MA nuls, soit 3 coefficients à estimer.

Questions

```r
library(astsa)
library(forecast)
```

```
Warning: package 'forecast' was built under R version 4.4.3
```

```
Registered S3 method overwritten by 'quantmod':
  method            from
  as.zoo.data.frame zoo
```

```
Attaching package: 'forecast'
```

```
The following object is masked from 'package:astsa':

    gas
```

```r
library(tidyverse)
```

```
Warning: package 'tidyverse' was built under R version 4.4.3
```

```
-- Attaching core tidyverse packages ------------------------ tidyverse 2.0.0 --
v dplyr     1.1.4     v readr     2.1.5
v forcats   1.0.0     v stringr   1.5.1
v ggplot2   3.5.1     v tibble    3.2.1
v lubridate 1.9.4     v tidyr     1.3.1
v purrr     1.0.2
```

```
-- Conflicts ------------------------------------------ tidyverse_conflicts() --
x dplyr::filter() masks stats::filter()
x dplyr::lag()    masks stats::lag()
i Use the conflicted package (<http://conflicted.r-lib.org/>) to force all conflicts to becom
```

1.

Premier modèle

```r
set.seed(123)
```

Pour commencer, nous allons définir des coefficients :

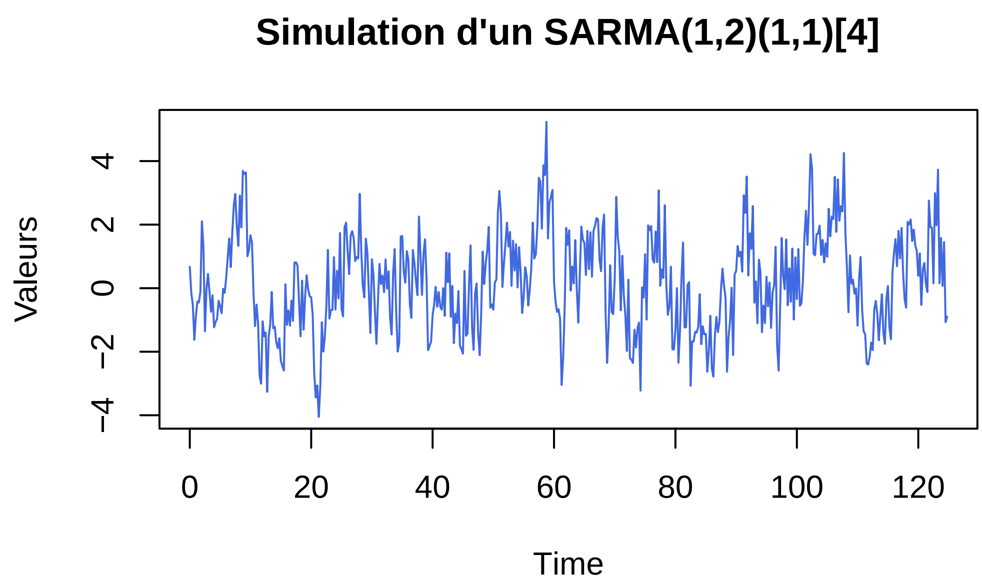
```r
ar_coef <- c(0.4)
ma_coef <- c(0.3, 0.3)
sar_coef <- c(0.4)
sma_coef <- c(0.3)
saisonnalite <- 4
```

Simulation du modèle SARMA(1,2)(1,1)[4] :

```r
sarma1 <- sarima.sim(ar = ar_coef, ma = ma_coef,
                     sar = sar_coef, sma = sma_coef,
                     S = saisonnalite, n = 500)
```

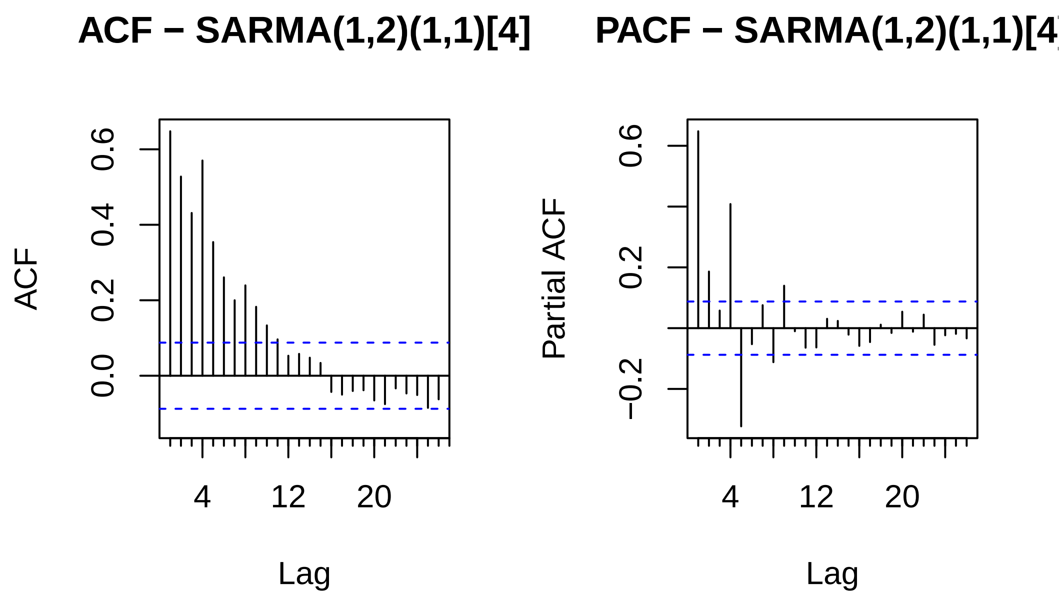
Affichage de la série temporelle et des autocorrélogrammes :

```r
par(mfrow=c(1,1))
ts.plot(sarma1, main="Simulation d'un SARMA(1,2)(1,1)[4]", ylab="Valeurs", col="royalblue")
```



Cette série montre des fluctuations importantes, avec notamment un pic positif important au milieu du temps représenté.

```
par(mfrow=c(1,2))
Acf(sarma1, main = "ACF - SARMA(1,2)(1,1)[4]")
Pacf(sarma1, main = "PACF - SARMA(1,2)(1,1)[4]")
```



En ce qui concerne l'ACF de cette série, nous observons une décroissance quasiment exponentielle, ce qui était attendue, sauf pour le retard 4. Les retards significatifs sur le PACF alternent entre valeurs positives et négatives et décroient, mais seulement après le 3ème retard, ce qui n'est pas logique par rapport à la série.

Deuxième modèle

```
set.seed(123)
```

Définition des coefficients :

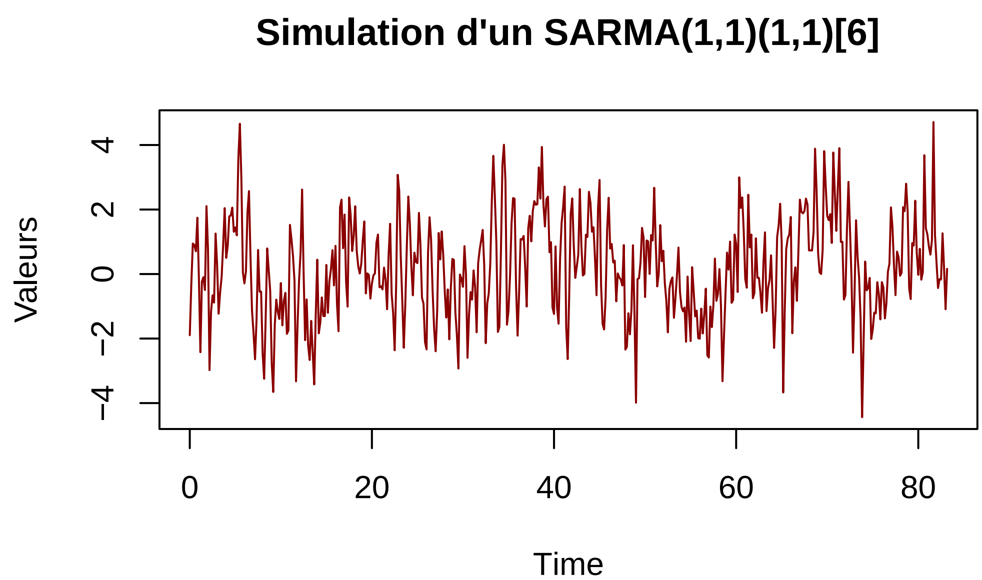
```
ar_coef <- c(0.4)
ma_coef <- c(0.4)
sar_coef <- c(0.4)
sma_coef <- c(0.4)
saisonnalite <- 6
```

Simulation du modèle SARMA(1,1)(1,1)[6] :

```
sarma2 <- sarima.sim(ar = ar_coef, ma = ma_coef,
                     sar = sar_coef, sma = sma_coef,
                     S = saisonnalite, n = 500)
```

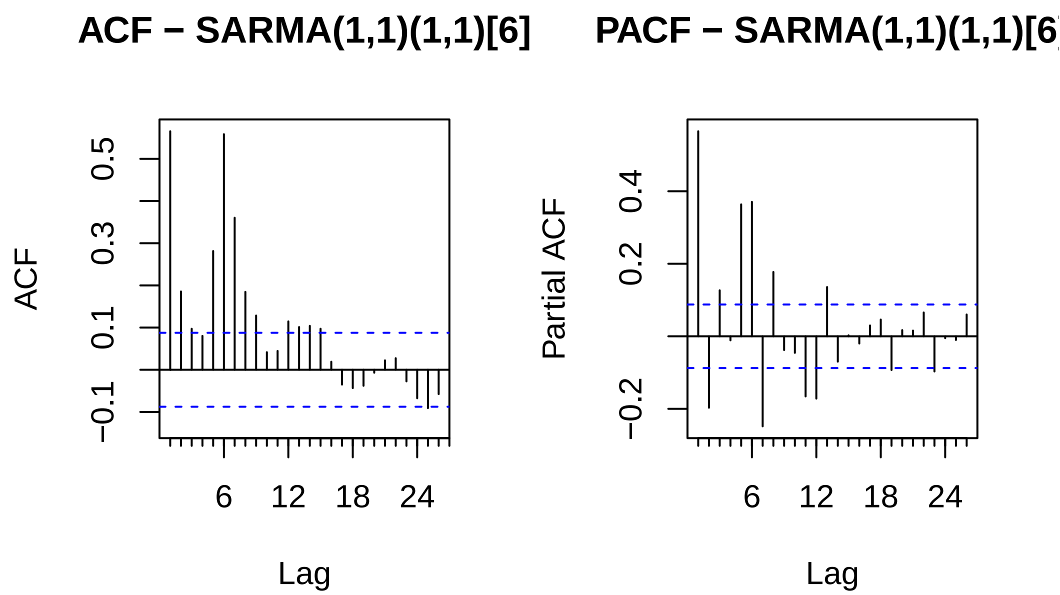
Affichage de la série temporelle et des autocorrélogrammes :

```
par(mfrow=c(1,1))
ts.plot(sarma2, main="Simulation d'un SARMA(1,1)(1,1)[6]", ylab="Valeurs", col="darkred")
```



Comme pour la série précédente, nous n'observons pas de tendance marquée mais une présence de saisonnalité, avec divers chocs positifs et négatifs à certaines période de temps.

```
par(mfrow=c(1,2))
Acf(sarma2, main = "ACF - SARMA(1,1)(1,1)[6]")
Pacf(sarma2, main = "PACF - SARMA(1,1)(1,1)[6]")
```



L'ACF et le PACF ne suivent pas les attentes envers les autocorrélogrammes pour une série avec ces caractéristiques. En effet, l'ACF ne décroit pas exponentiellement et pour le PACF, l'alternance entre valeurs positives et négatives et la baisse de la significativité des coéfficient sont irrégulières.

Troisième modèle

```
set.seed(123)
```

Définition des coefficients :

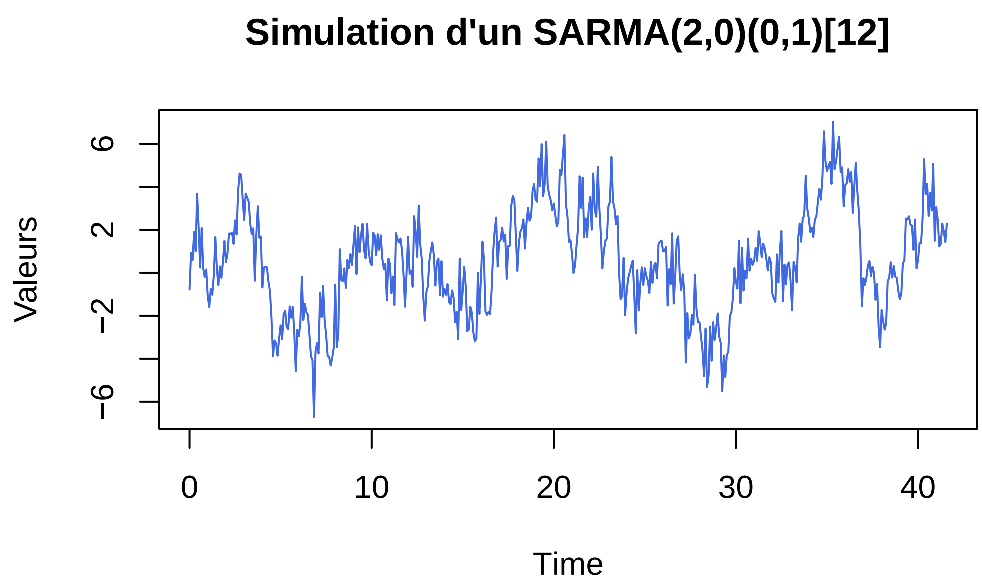
```
ar_coef <- c(0.6, 0.3)
ma_coef <- c(0)
sar_coef <- c(0)
sma_coef <- c(0.8)
saisonnalite <- 12
```

Simulation du modèle SARMA(2,0)(0,1)[12] :

```
sarma3 <- sarima.sim(ar = ar_coef, ma = ma_coef,
                     sar = sar_coef, sma = sma_coef,
                     S = saisonnalite, n = 500)
```

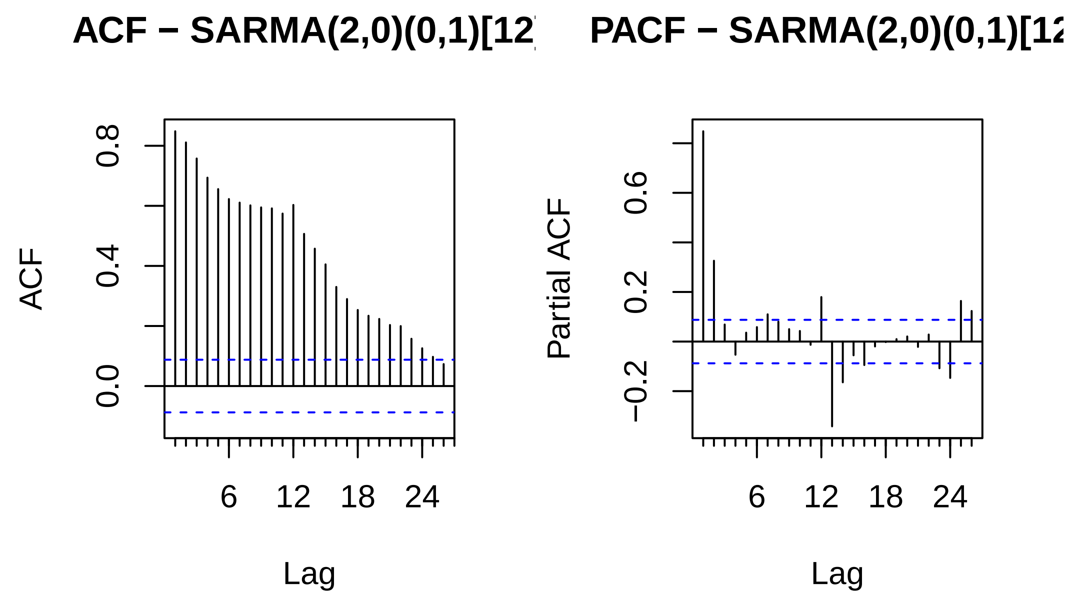
Affichage de la série temporelle et des autocorrélogrammes :

```
par(mfrow=c(1,1))
ts.plot(sarma3, main="Simulation d'un SARMA(2,0)(0,1)[12]", ylab="Valeurs", col="royalblue")
```



D'après la représentation graphique de cette série, nous constatons que les valeurs fluctuent beaucoup, mais sans tendance générale présente sur toute la durée du temps défini.

```
par(mfrow=c(1,2))
Acf(sarma3, main = "ACF - SARMA(2,0)(0,1)[12]")
Pacf(sarma3, main = "PACF - SARMA(2,0)(0,1)[12]")
```



L'ACF de la série semble globalement suivre un décroissement exponentielle en termes de significativité des retards. Néanmoins, le PACF montre une irrégularité dans l'alternance du signe de ses coefficients ainsi que dans la décroissance de ses valeurs.

2.

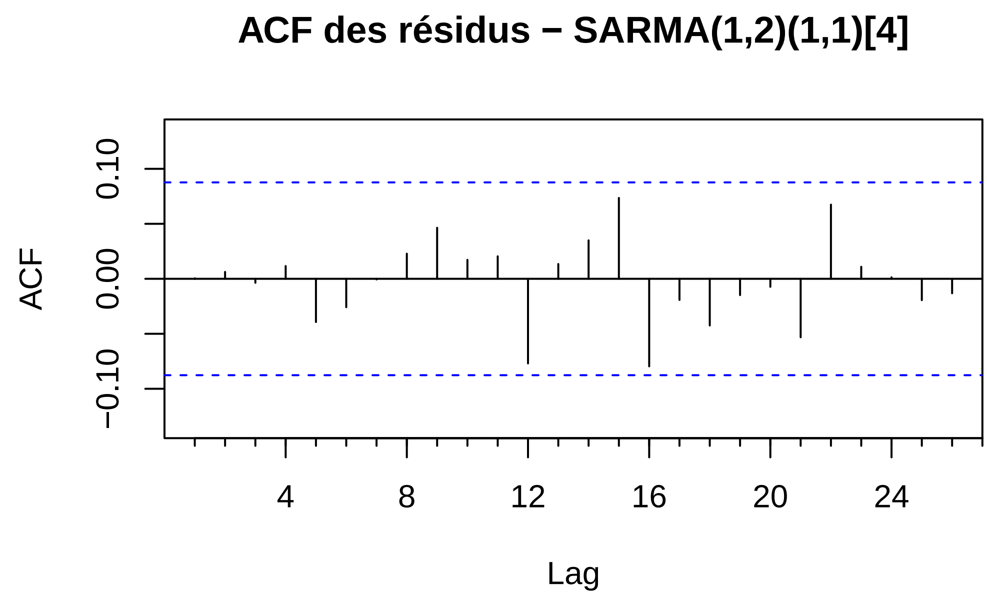
Premier modèle

Ajustement du modèle SARMA(1,2)(1,1)[4] :

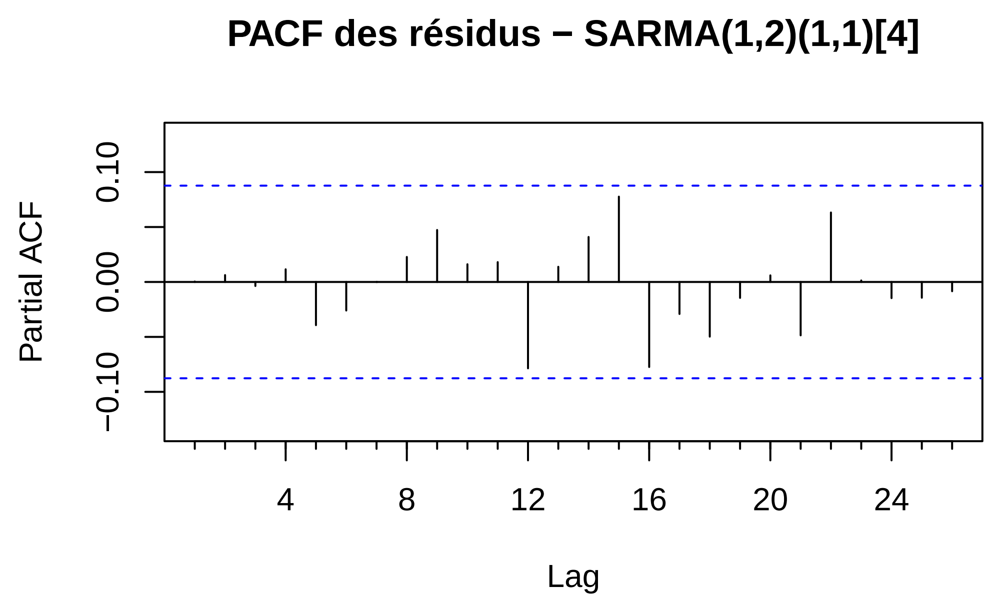
```
mod_sarma1 <- Arima(sarma1, order = c(1,0,2), seasonal = list(order = c(1,0,1), period = 4))
```

Autocorrélogrammes des résidus :

```
Acf(residuals(mod_sarma1), main="ACF des résidus - SARMA(1,2)(1,1)[4]")
```




```r
Pacf(residuals(mod_sarma1), main="PACF des résidus - SARMA(1,2)(1,1)[4]")
```



Les autocorrélogrammes des résidus de cette modélisation ne montrent pas de retards significatifs. Alors, les résidus peuvent être considérés comme des bruits blancs.

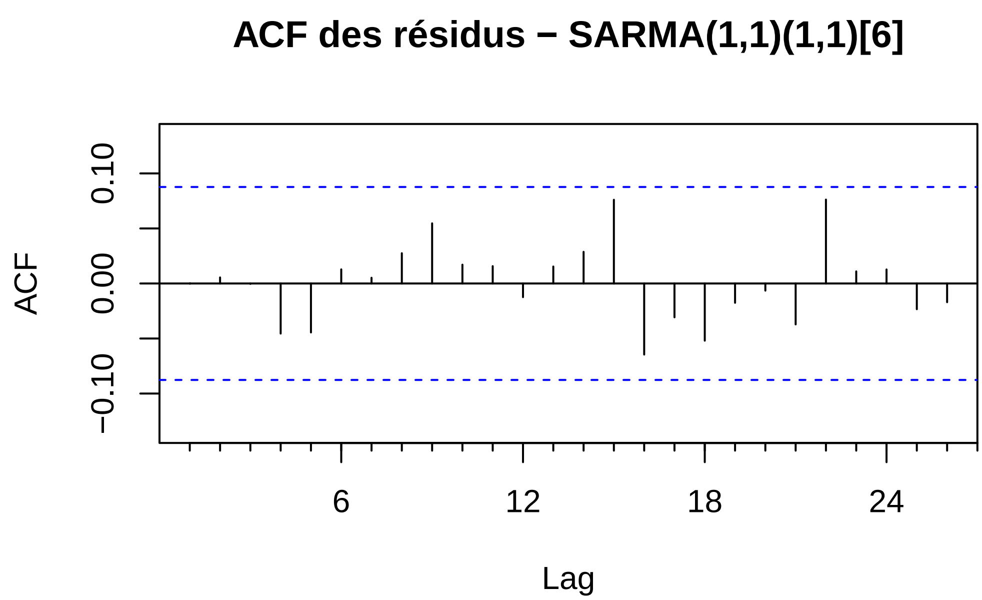
Deuxième modèle

Ajustement du modèle SARMA(1,1)(1,1)[6] :

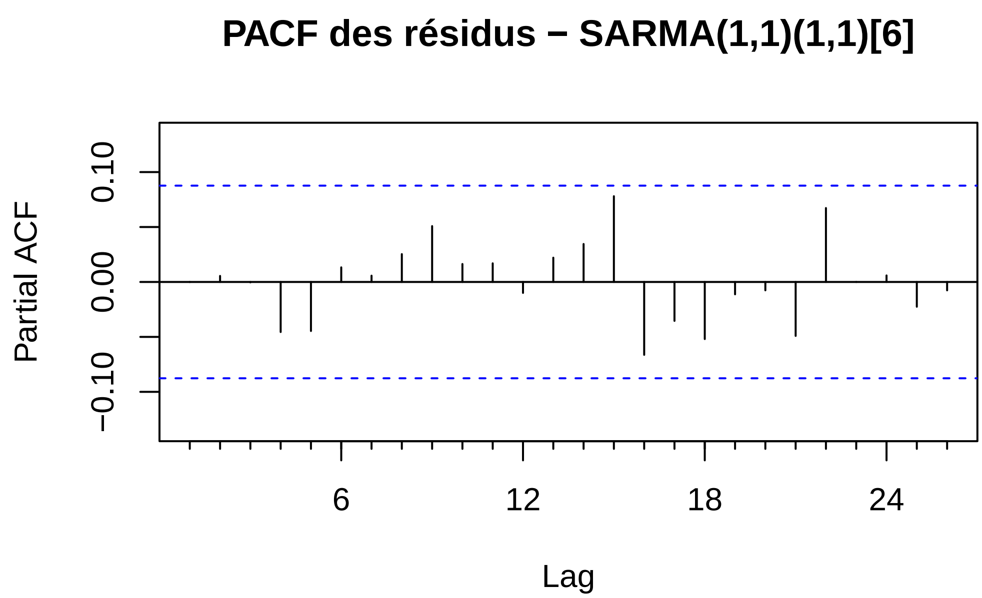
```
mod_sarma2 <- Arima(sarma2, order = c(1,0,1), seasonal = list(order = c(1,0,1), period = 6))
```

Autocorrélogrammes des résidus :

```
Acf(residuals(mod_sarma2), main="ACF des résidus - SARMA(1,1)(1,1)[6]")
```



```
Pacf(residuals(mod_sarma2), main="PACF des résidus - SARMA(1,1)(1,1)[6]")
```



D'après l'ACF et le PACF des résidus de ce modèle, nous pouvons également conclure que les résidus correspondent à un bruit blanc, puisqu'aucun retard n'est significatif.

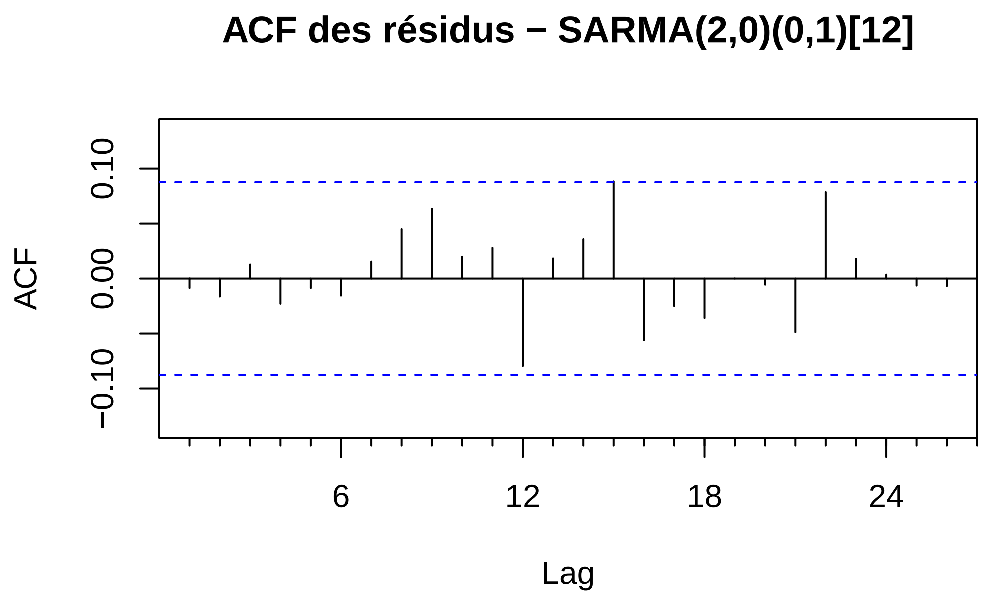
Troisième modèle

Ajustement du modèle SARMA(2,0)(0,1)[12] :

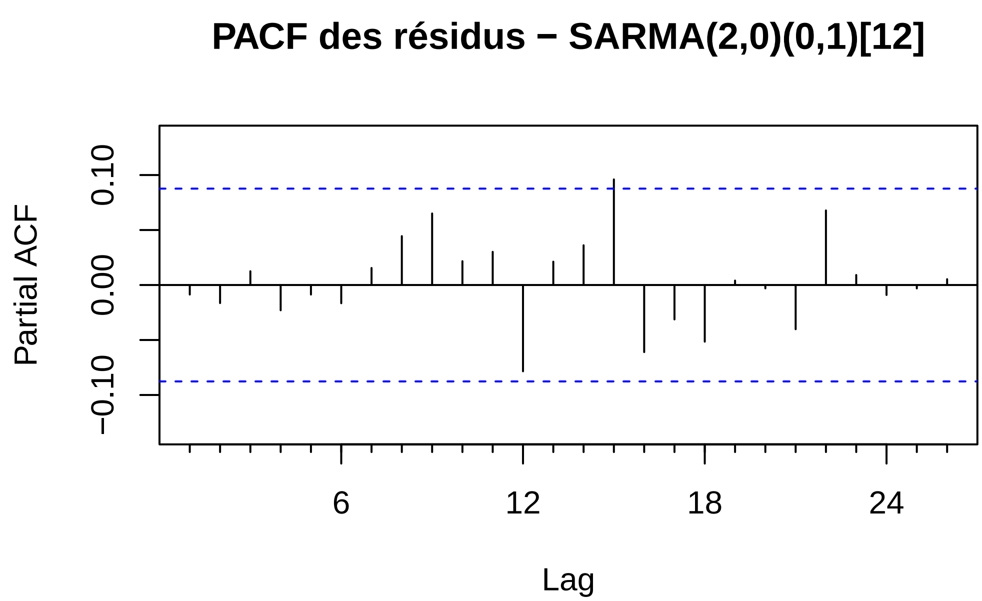
```
mod_sarma3 <- Arima(sarma3, order = c(2,0,0), seasonal = list(order = c(0,0,1), period = 12)
```

Autocorrélogrammes des résidus :

```
Acf(residuals(mod_sarma3), main="ACF des résidus - SARMA(2,0)(0,1)[12]")
```




```r
Pacf(residuals(mod_sarma3), main="PACF des résidus - SARMA(2,0)(0,1)[12]")
```



En observant l'ACF et le PACF des résidus pour cette modélisation, nous constatons que le lag 15 est très légèrement significatif. Alors, le fait que les résidus correspondent à des bruits blancs n'est pas assuré et reste à vérifier, comme avec un test de Ljung-Box par exemple.

3.

Afin de trouver dans chacun des cas d'autres façons de modéliser le processus simulé permettant d'obtenir des bruits blancs, nous nous sommes aidé des équations développées précédemment. En effet, nous avions trouvé des correspondance avec des modèles ARMA que nous avons alors modélisé.

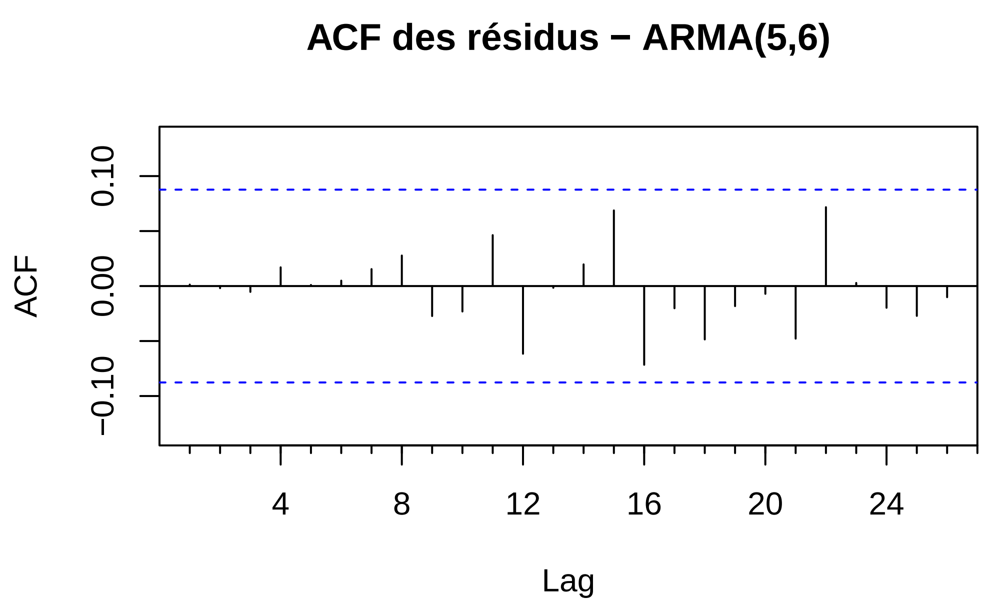
Premier modèle

Ajustement du modèle ARMA(5,6) :

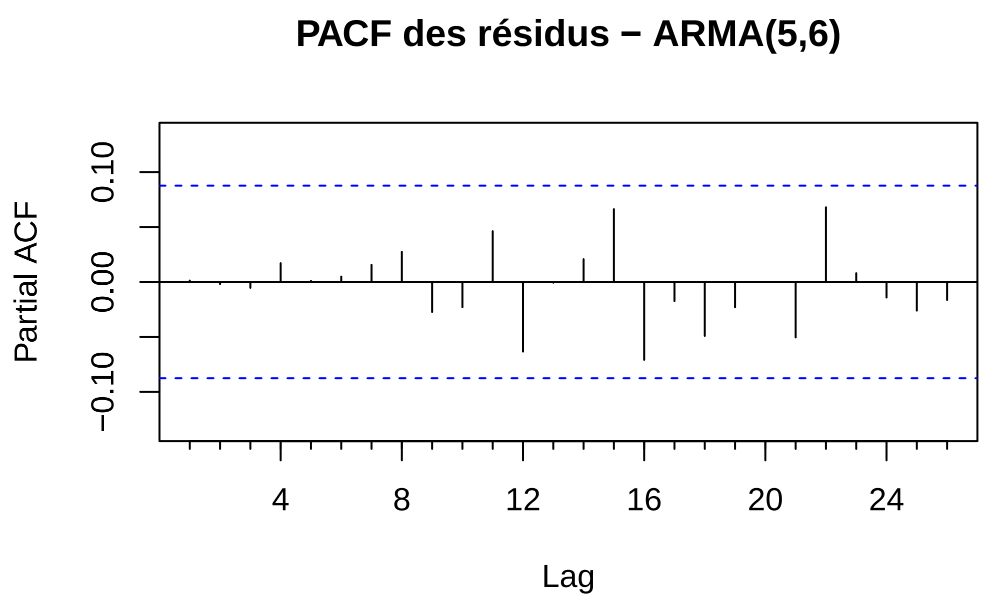
```
mod_sarma4 <- Arima(sarma1, order = c(5,0,6), seasonal = list(order = c(0,0,0)))
```

Autocorrélogrammes des résidus :

```
Acf(residuals(mod_sarma4), main="ACF des résidus - ARMA(5,6)")
```



```
Pacf(residuals(mod_sarma4), main="PACF des résidus - ARMA(5,6)")
```



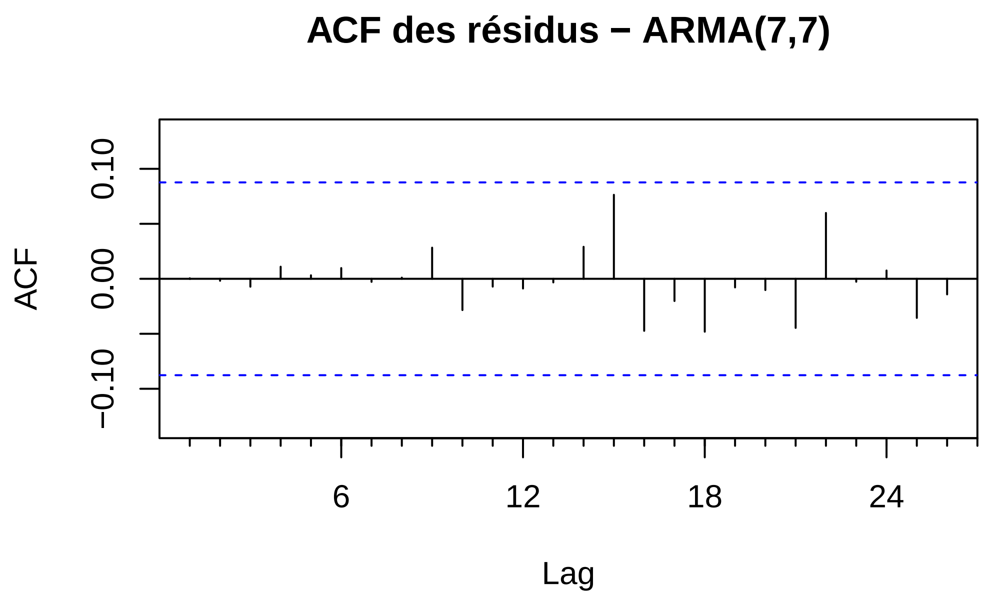
Deuxième modèle

Ajustement du modèle ARMA(7,7) :

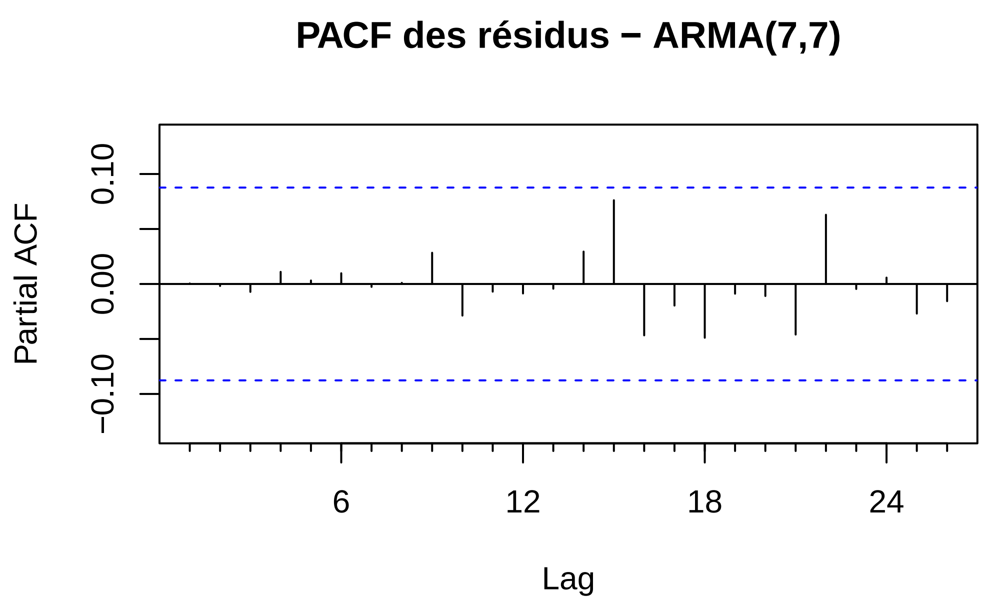
```
mod_sarma5 <- Arima(sarma2, order = c(7,0,7), seasonal = list(order = c(0,0,0)))
```

Autocorrélogrammes des résidus :

```
Acf(residuals(mod_sarma5), main="ACF des résidus - ARMA(7,7)")
```




```r
Pacf(residuals(mod_sarma5), main="PACF des résidus - ARMA(7,7)")
```



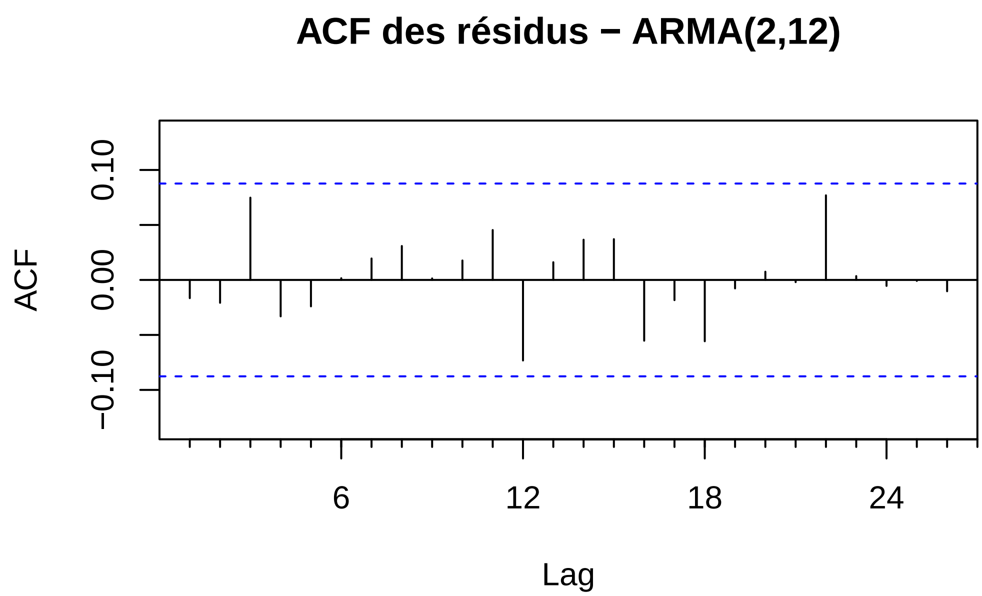
Troisième modèle

Ajustement du modèle ARMA(2,12) :

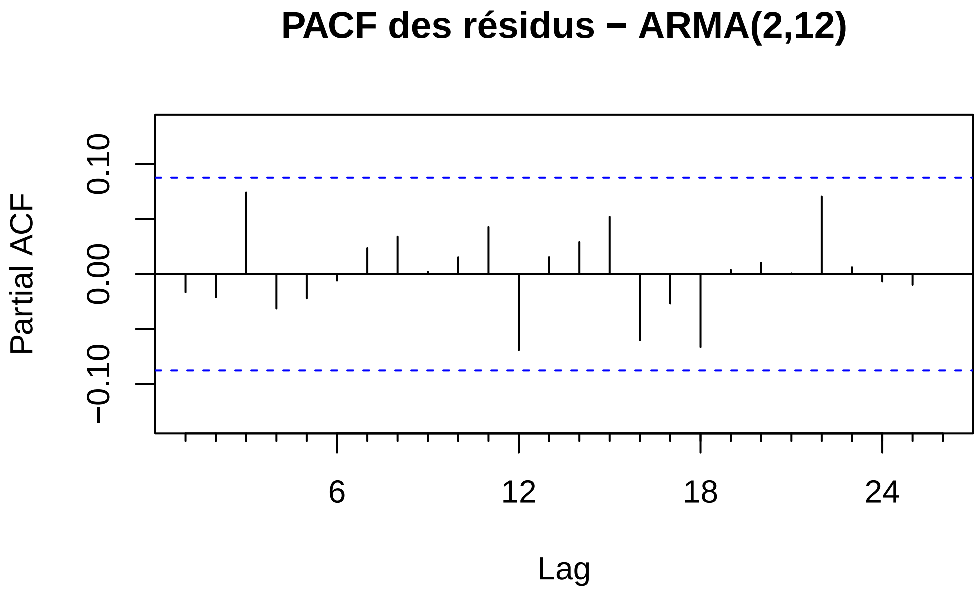
```
mod_sarma6 <- Arima(sarma3, order = c(2,0,12), seasonal = list(order = c(0,0,0)))
```

Autocorrélogrammes des résidus :

```
Acf(residuals(mod_sarma6), main="ACF des résidus - ARMA(2,12)")
```




```
Pacf(residuals(mod_sarma6), main="PACF des résidus - ARMA(2,12)")
```



Pour ces 3 modèles, nous n'observons aucun retard significatifs au niveau de l'ACF ou du PACF des résidus. Alors, nous pouvons affirmer que les résidus sont bien de type bruit blanc.

Analyse d'une série temporelle saisonnière : la consommation de gaz naturel en France (2008-2024)

Import des données

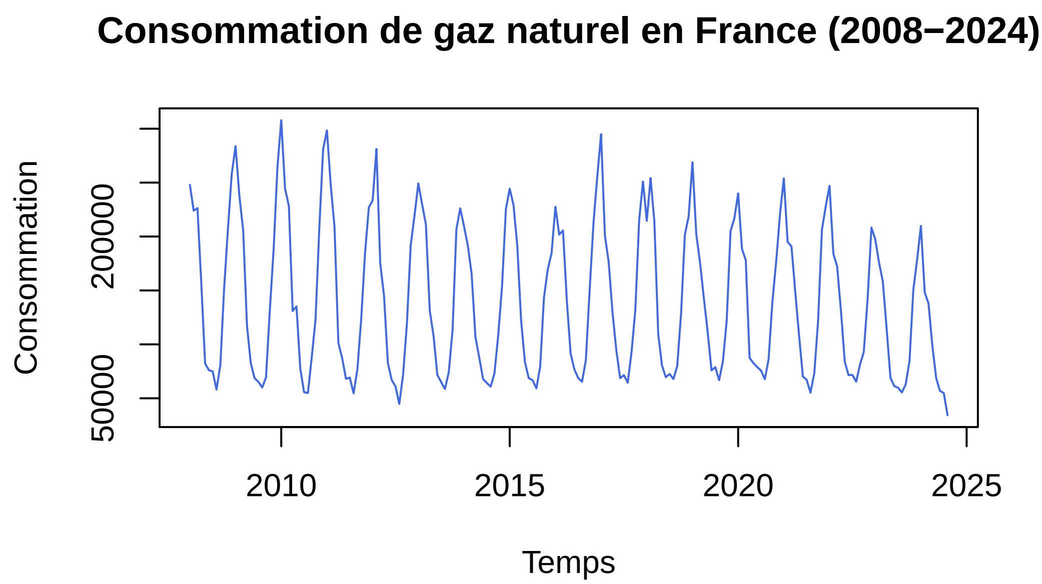
```
load("data/fr_gas_consumption_monthly.RData")
```

Transformation en série temporelle

```
gas_ts <- ts(gas_consumption$consumption, start = c(2008, 1), frequency = 12)
```

Visualisation de la série temporelle

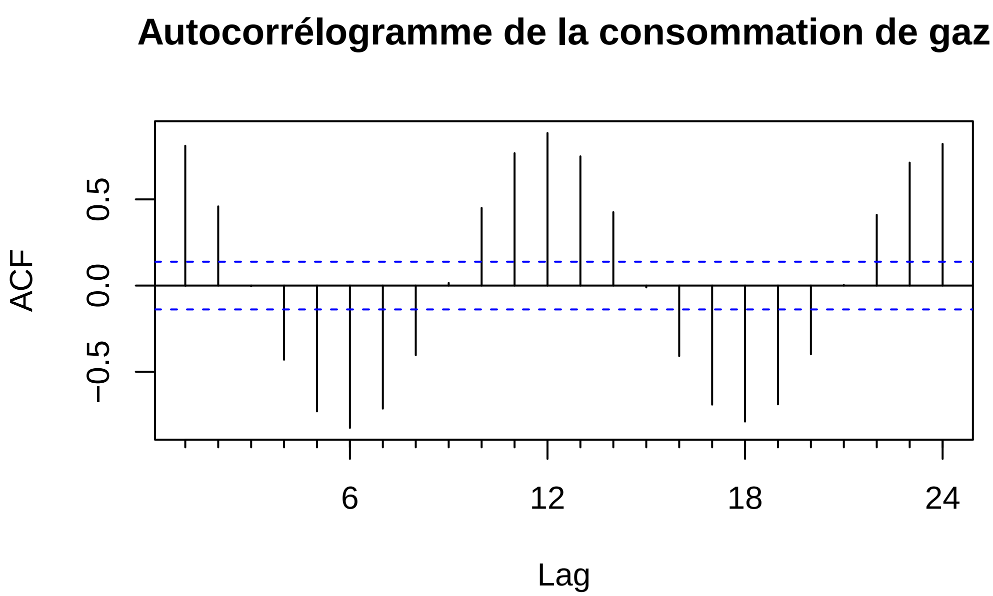
```
par(mfrow=c(1,1))
plot.ts(gas_ts, main="Consommation de gaz naturel en France (2008-2024)", col="royalblue", xl
```



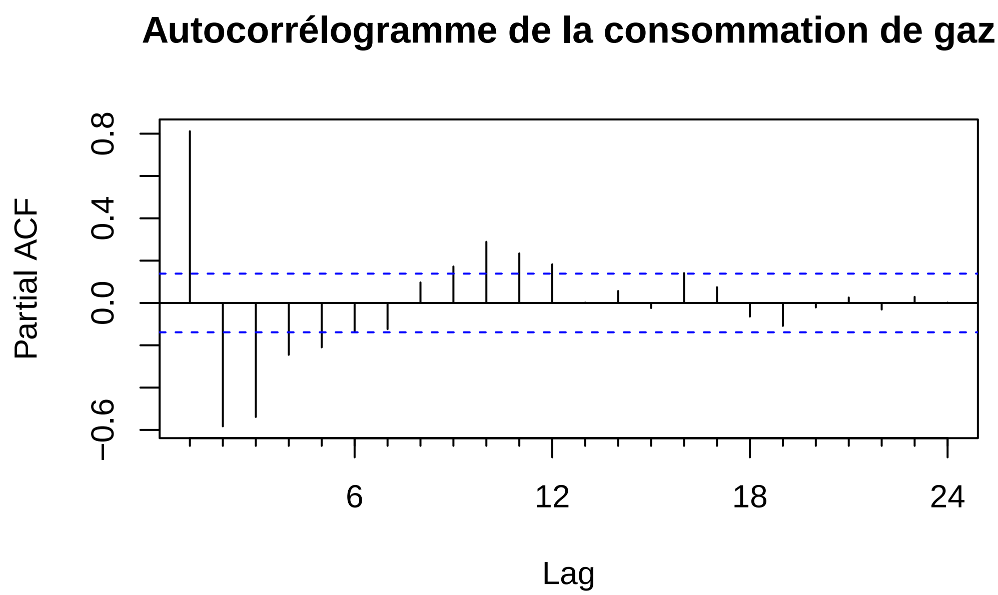
D'après la représentation de cette série temporelle, nous pouvons constater une saisonnalité marquée, ce qui semble logique étant donné que les données représentes la consommation de gaz naturel. En effet, cela fait sens qu'il y est une augmentation de la consommation de gaz en hiver, et une baisse en été, chaque année. De plus, comme décrit dans l'énoncé, nous n'observons pas de tendance évidente.

Observation des autocorrélogrammes et caractéristiques

```
Acf(gas_ts, main="Autocorrélogramme de la consommation de gaz")
```



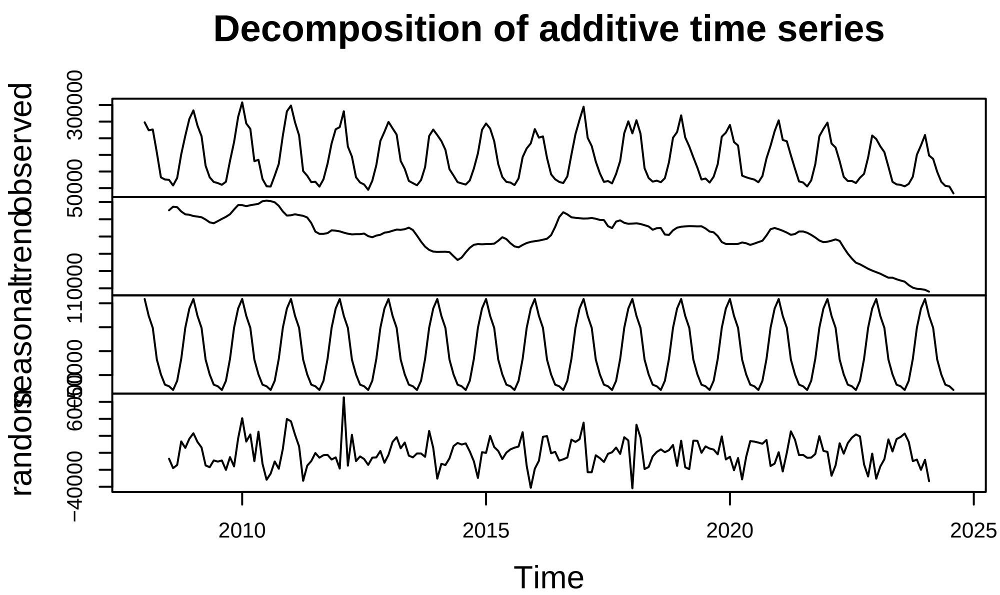

```
Pacf(gas_ts, main="Autocorrélogramme de la consommation de gaz")
```



Nous pouvons voir que l'ACF montre des pics tous les 12 mois. Cela confirme donc la forte saisonnalité annuelle supposé précedemment.

Ensuite, le premier retard significatif positif en PACF suggère une composante AR. Puis, on observe une alternance de signes dans les retards suivants, ce qui évoque la présence d'un processus oscillatoire, sûrement lié à des effets saisonniers.

```r
decompo <- decompose(gas_ts)
plot(decompo)
```



En décomposant la série comme présenté ci-dessus, nous pouvons voir que la tendance semble complexe et évoluant négativement, nous ne la prendrons donc pas en compte dans la modélisation. D'après la forte saisonnalité qui semble ressortir de cette série, nous pouvons alors essayer d'estimer un modèle SARIMA.

Modélisation de la série

Modèle - 1 - auto.arima

```
# Ajustement automatique d'un modèle SARIMA avec saisonnalité à partir de la fonction auto.ar
mod_sarima_1 <- auto.arima(gas_ts, seasonal = TRUE, d=0)

summary(mod_sarima_1)
```

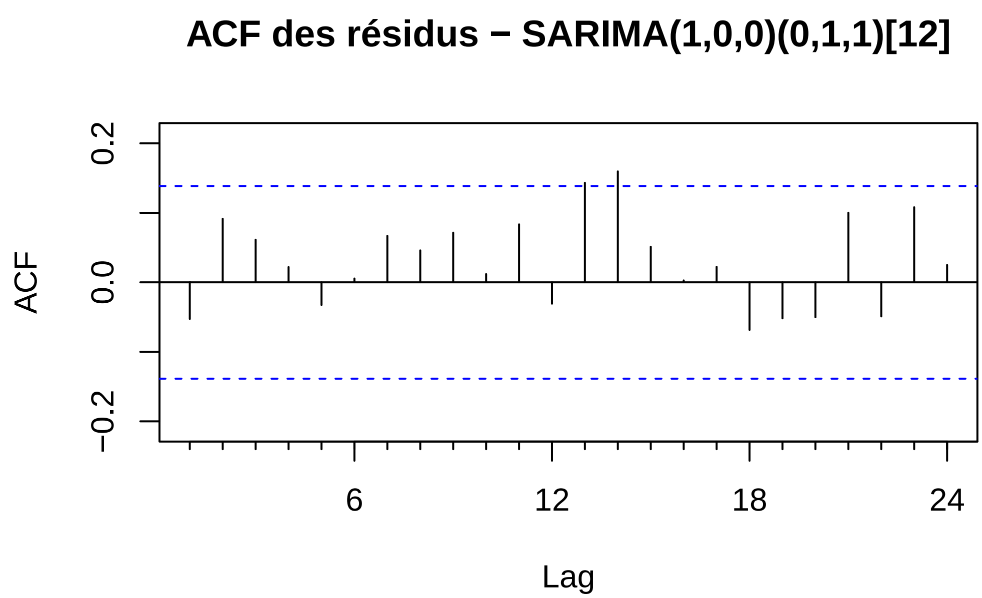
```
Series: gas_ts
ARIMA(1,0,0)(0,1,1)[12] with drift

Coefficients:
         ar1      sma1      drift
      0.3966   -0.8324   -158.1512
s.e.  0.0698    0.0636    46.7161
```

```
sigma^2 = 331445867:  log likelihood = -2116.59
AIC=4241.17   AICc=4241.39   BIC=4254.12

Training set error measures:
                  ME     RMSE     MAE      MPE     MAPE      MASE        ACF1
Training set 188.366 17509.64 12552.9 0.311602 9.436687 0.7147071 -0.05269679
```

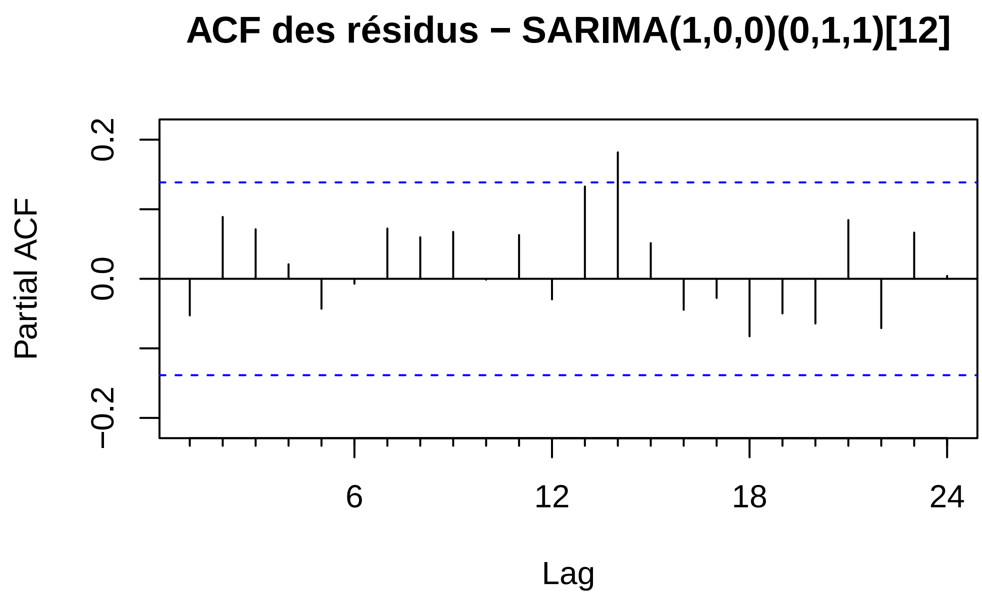
La fonction auto.arima, en précisant que la tendance est nulle, nous donne donc le modèle suivant : ARIMA(1,0,0)(0,1,1)[12], correspondant notamment bien en termes de nombre de retards (12).

Nous pouvons observer les autocorrélogrammes suivant pour cette série :

```r
Acf(residuals(mod_sarima_1), main="ACF des résidus - SARIMA(1,0,0)(0,1,1)[12]")
```




```r
Pacf(residuals(mod_sarima_1), main="ACF des résidus - SARIMA(1,0,0)(0,1,1)[12]")
```



Graphiquement, nous constatons que 2 retards sont légèrement significatifs au niveau de l'ACF, montrant que les résidus peuvent presque être considérés comme des bruits blancs. Au niveau du PACF, un seul retard sera significatif.

Test de Ljung-Box :

```r
Box.test(residuals(mod_sarima_1), lag=20, type="Ljung-Box")
```

```
    Box-Ljung test

data:  residuals(mod_sarima_1)
X-squared = 20.415, df = 20, p-value = 0.4322
```

Après cela, en observant la p-value du test de Ljung-Box, nous constatons qu'étant supérieure à 0.05, les résidus peuvent être considérés comme représentant du bruit blanc, ainsi le modèle est valide.

Nous avons également testé d'autres modélisation pour cette série temporelle.

Modèle Arima - aléatoire 1

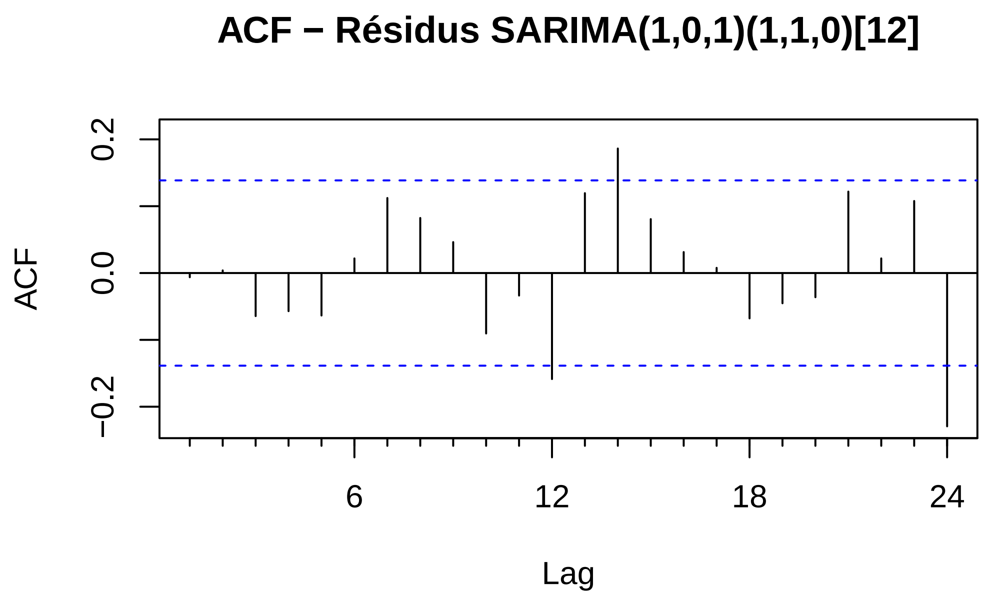
Pour cet essai, afin que la modélisation corresponde à la série de consommation de gaz naturel, nous avons précisé que le nombre de retard devait être 12, que la tendance est inexistante et que la saisonnalité existe.

```r
mod_sarima_2 <- Arima(gas_ts, order=c(1,0,1), seasonal=list(order=c(1,1,0), period=12))
summary(mod_sarima_2)
```

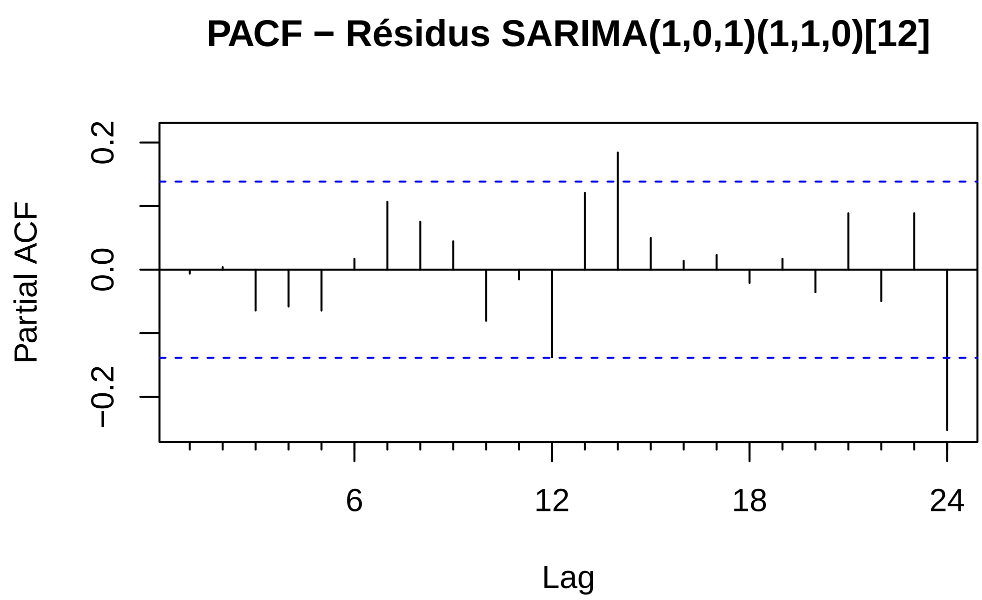
```
Series: gas_ts
ARIMA(1,0,1)(1,1,0)[12]

Coefficients:
         ar1      ma1     sar1
      0.7414  -0.4934  -0.5135
s.e.  0.1785   0.2381   0.0625

sigma^2 = 415568223:  log likelihood = -2132.6
AIC=4273.2   AICc=4273.42   BIC=4286.14

Training set error measures:
                    ME     RMSE      MAE       MPE     MAPE      MASE
Training set -2050.276 19606.14 13737.42 -2.445719 10.14451 0.7821483
                     ACF1
Training set -0.006297488
```

Autocorrélogrammes :

```r
Acf(residuals(mod_sarima_2), main="ACF - Résidus SARIMA(1,0,1)(1,1,0)[12]")
```




```
Pacf(residuals(mod_sarima_2), main="PACF - Résidus SARIMA(1,0,1)(1,1,0)[12]")
```



En observant l'ACF et le PACF, nous pouvons voir que certains lags sont significatifs, les résidus semblent alors ne pas être des bruits blancs.

Test de Ljung-Box :

```
Box.test(residuals(mod_sarima_2), lag=20, type="Ljung-Box")
```

```

	Box-Ljung test

data:  residuals(mod_sarima_2)
X-squared = 28.429, df = 20, p-value = 0.09963
```

La p-value du test de Ljung-Box est ici inférieure à 0.05, ce qui montre qu'il reste de l'autocorrélation et que les résidus ne peuvent pas être considérés comme du bruit blanc. La série peut alors être améliorée.

Modèle Arima - 2

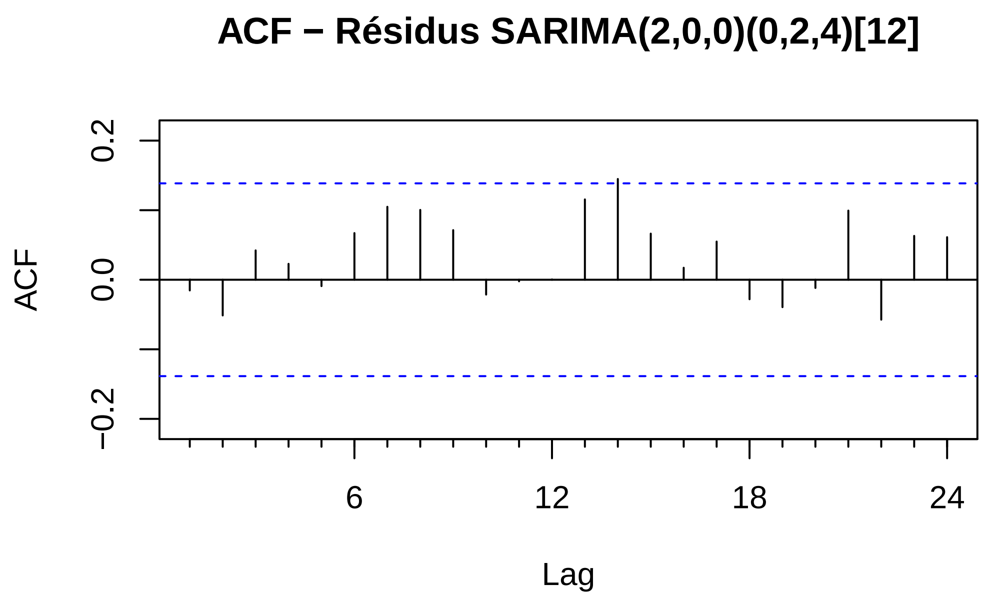
Ensuite, nous avons modélisé la série d'une autre façon. Comme pour les cas précédents, nous avons veillé à ce que le nombre de retard soit de 12, que la tendance soit nulle et la saisonnalité existante.

```
mod_sarima_3 <- Arima(gas_ts, order=c(2,0,0), seasonal=list(order=c(0,2,4), period=12))
summary(mod_sarima_3)
```

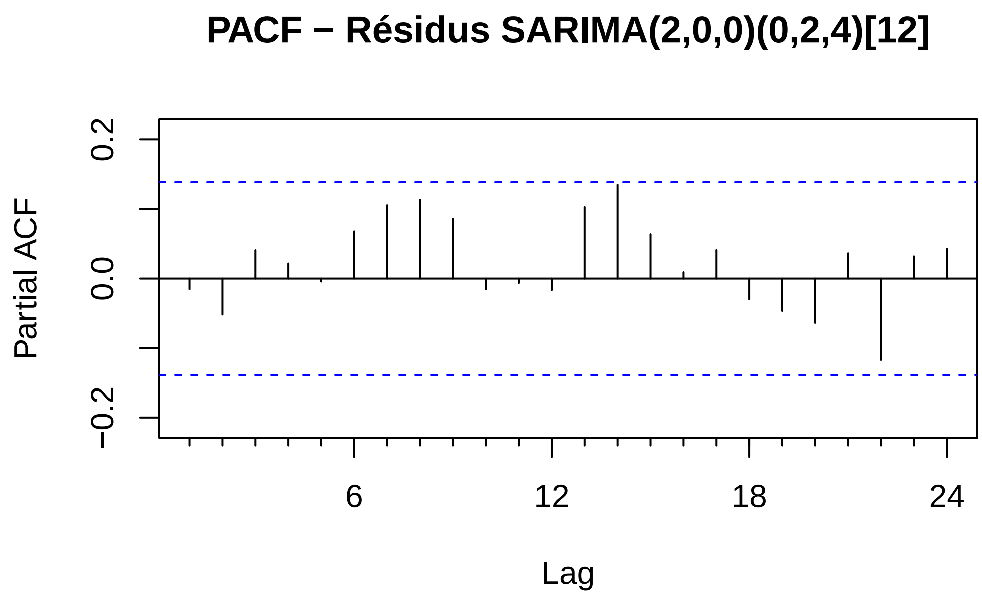
```
Series: gas_ts
ARIMA(2,0,0)(0,2,4)[12]

Coefficients:
         ar1     ar2     sma1    sma2     sma3    sma4
      0.3198  0.1588  -1.9317  1.0058  -0.0975  0.0620
s.e.  0.0769  0.0783   0.3793  0.3957   0.1720  0.1021

sigma^2 = 314133304:  log likelihood = -2011.67
AIC=4037.34   AICc=4038   BIC=4059.53

Training set error measures:
                    ME     RMSE      MAE       MPE     MAPE      MASE
Training set -855.5325 16340.54 11206.21 -1.709675 8.492213 0.6380323
                    ACF1
Training set -0.01536498
```

Autocorrélogrammes :

```
Acf(residuals(mod_sarima_3), main="ACF - Résidus SARIMA(2,0,0)(0,2,4)[12]")
```




```
Pacf(residuals(mod_sarima_3), main="PACF - Résidus SARIMA(2,0,0)(0,2,4)[12]")
```



D'après les autocorrélogrammes de cette modélisation, nous observons seulement un retard très légèrement significatif dans l'ACF. Alors, les résidus de la série peuvent certainement être considérés comme des bruits blancs.

Test de Ljung-Box :

```
Box.test(residuals(mod_sarima_3), lag=20, type="Ljung-Box")
```

```
	Box-Ljung test

data:  residuals(mod_sarima_3)
X-squared = 17.298, df = 20, p-value = 0.6336
```

Cela est confirmé par le test de Ljung-Box, car avec une p-value > 0.05, le modèle est valide et les résidus montrent du bruit blanc.

Comparaison des modèles

Pour commencer, le 2ème modèle étant le seul à avoir une p-value $<$ à 0.05 au test de Ljung-Box, nous pouvons écarter ce modèle.

Du point de vue graphique, d'après les autocorrélogrammes produits ci-dessus, le meilleur modèle semble être le 3ème. En effet, c'est le modèle ayant le moins de coefficients significatifs sur ses autocorrélogrammes.

De plus, nous pouvons également observer les critères d'informations afin de voir envers quel modèle sont-ils favorables.

Tableau de comparaison de critères d'informations :

```
table_comparaison <- data.frame(
  Model = c("SARIMA(1,0,0)(0,1,1)[12]",
            "SARIMA(1,0,1)(1,1,0)[12]",
            "SARIMA(2,0,0)(0,2,4)[12]"),
  AIC = c(AIC(mod_sarima_1), AIC(mod_sarima_2), AIC(mod_sarima_3)),
  BIC = c(BIC(mod_sarima_1), BIC(mod_sarima_2), BIC(mod_sarima_3))
)

print(table_comparaison)
```

```
                     Model      AIC      BIC
1 SARIMA(1,0,0)(0,1,1)[12] 4241.171 4254.117
2 SARIMA(1,0,1)(1,1,0)[12] 4273.197 4286.143
3 SARIMA(2,0,0)(0,2,4)[12] 4037.338 4059.532
```

D'après l'AIC et le BIC de ces modèles, c'est également le modèle 3 qui semble être le plus optimal, avec un AIC et BIC plus faibles que pour les autres modèles.

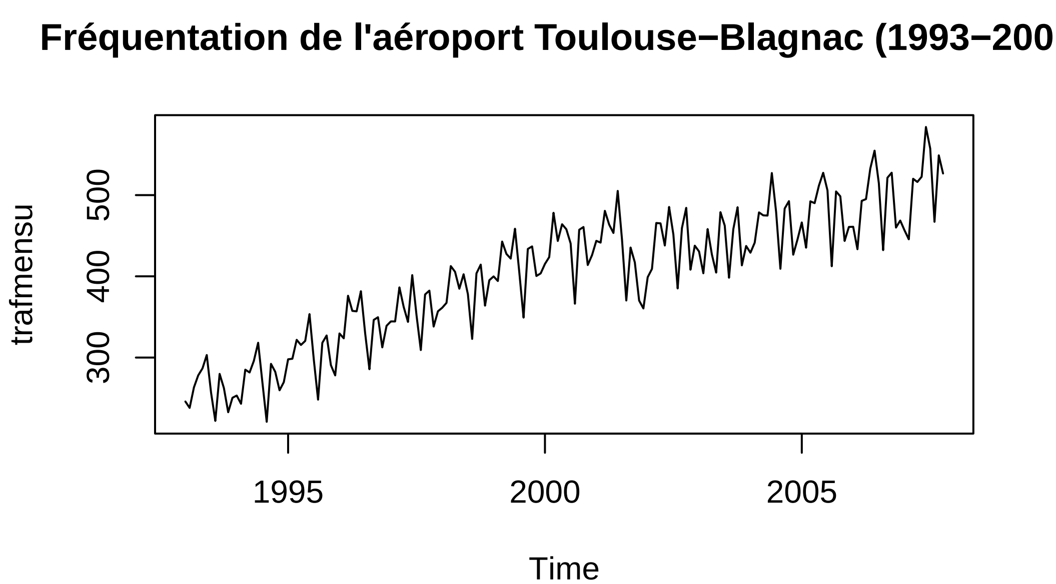
Analyse d'une série temporelle saisonnière avec tendance linéaire : la fréquentation de l'aéroport Toulouse-Blagnac (1993-2008)

1. Chargement de la base de données

```r
# Chargement
load("data/tls_monthly_passengers.rda")

# Vérification
str(trafmensu)
```

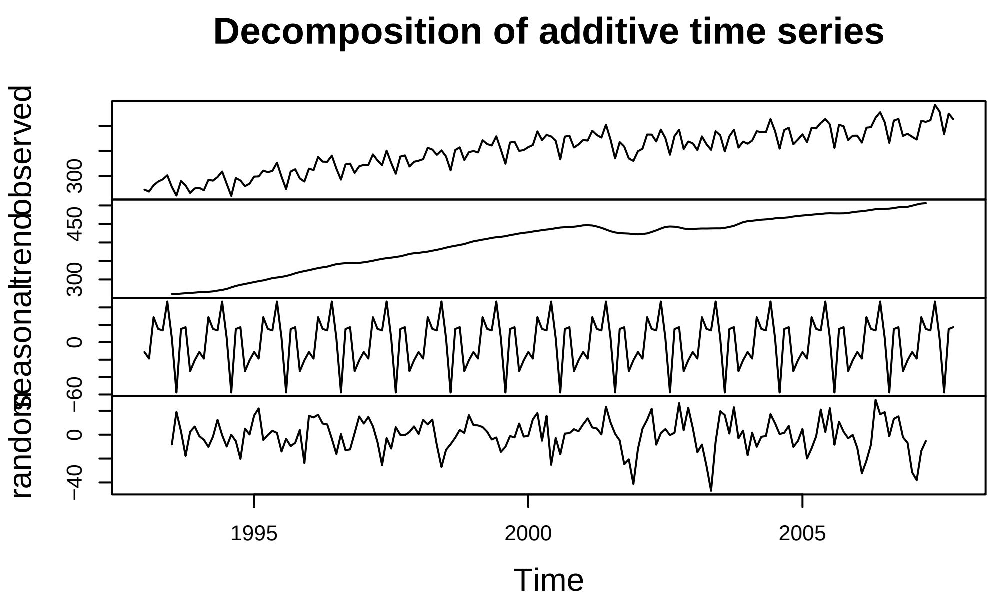
```
 Time-Series [1:178] from 1993 to 2008: 246 238 263 278 287 ...
```

```r
# Affichage
plot(
  trafmensu,
  main = "Fréquentation de l'aéroport Toulouse-Blagnac (1993-2008)"
)
```



2. Décomposition de la série

```
# Décomposition
decomp_trafmensu <- decompose(
  trafmensu,
  type = "additive" # car l'amplitude des variations saisonnières est constante au fil du ter
)

# Affichage
plot(decomp_trafmensu)
```



3. Questions

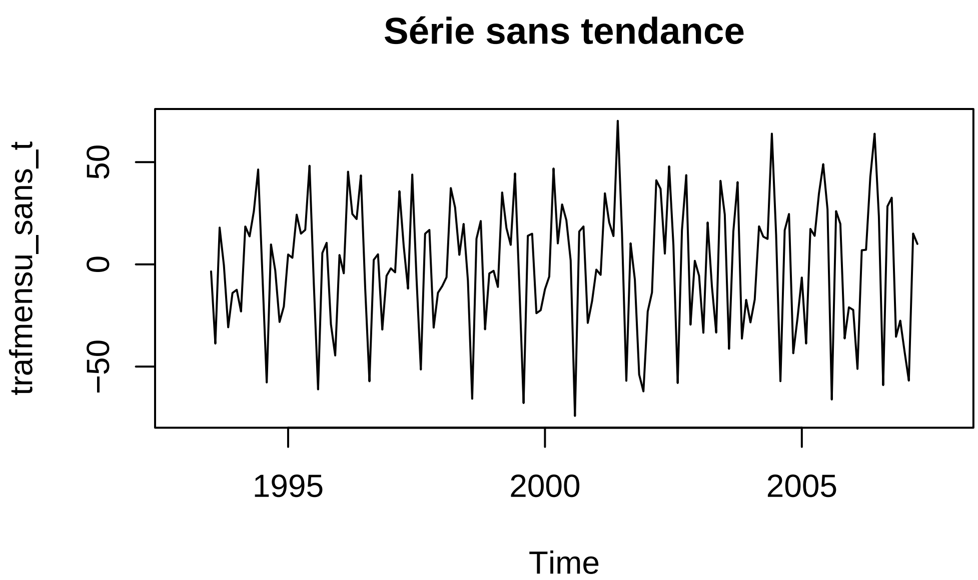
En observant la décomposition, nous remarquons une cassure de la tendance en 2001 due aux attentats du 11 septembre. La tendance est donc différente après 2001. Il est plus pertinent de réaliser une modélisation avant 2001 et une après 2001.

De plus, nous observons des motifs réguliers dans la série des résidus, ce qui indique la présence d'autocorrélation.

Nous devons donc retirer la tendance de la série et estimer la série sans tendance grâce à un modèle SARIMA.

4. Suppression de la tendance

```
# Série sans tendance
trafmensu_sans_t <- trafmensu - decomp_trafmensu$trend

# Affichage
plot(
  trafmensu_sans_t,
  main = "Série sans tendance"
)
```

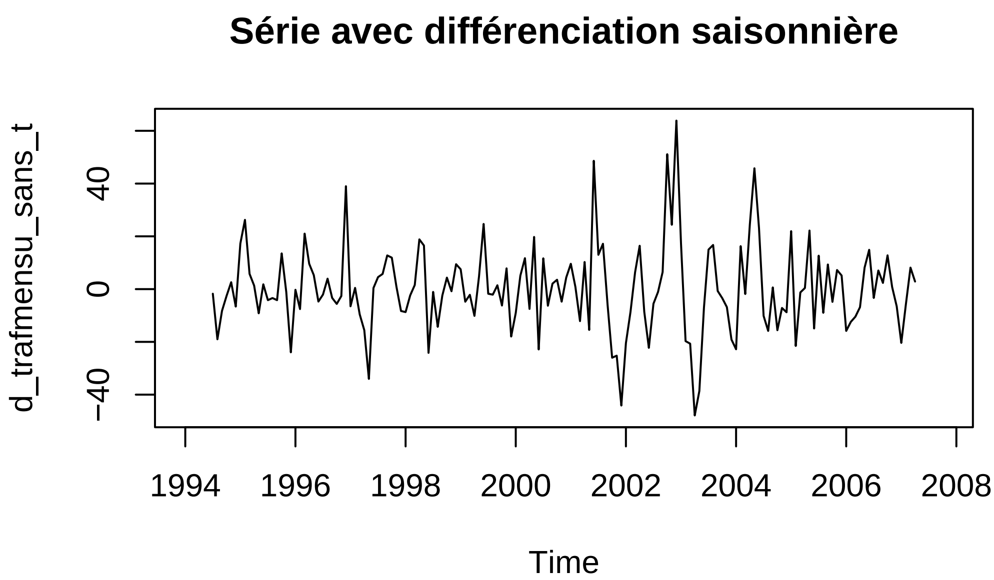


5. Modélisation en recourant à la différenciation saisonnière

1. Différenciation

```
d_trafmensu_sans_t <- diff(
  trafmensu_sans_t,
  lag = 12)

plot(
```

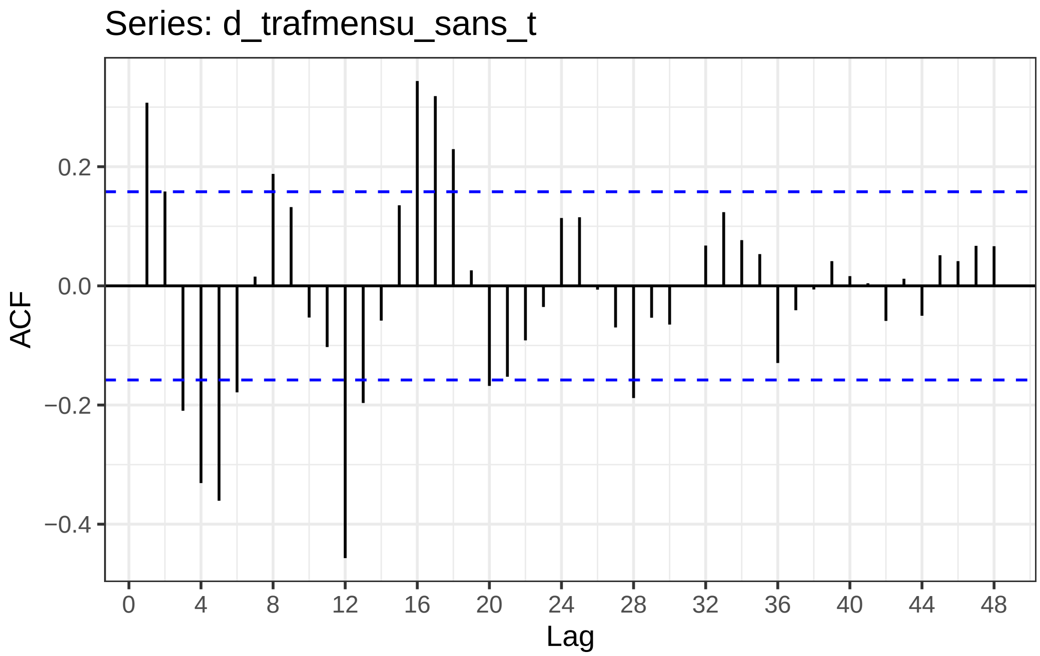
```
  d_trafmensu_sans_t,
  main = "Série avec différenciation saisonnière"
)
```



2. **Autocorrélogrammes**

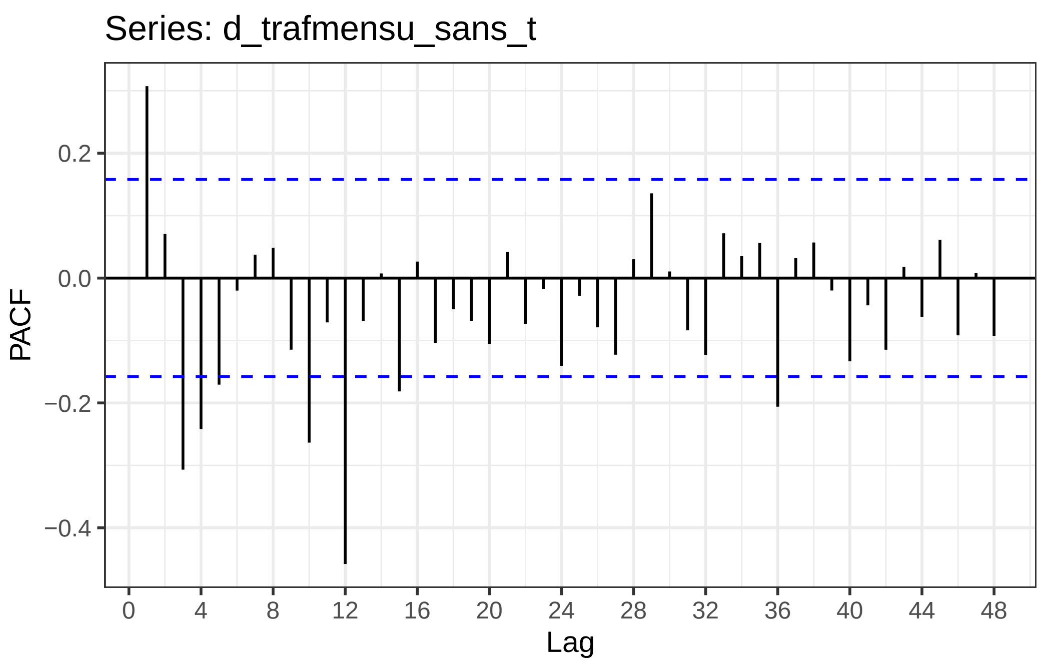
```
d_trafmensu_sans_t |>
  ggAcf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  theme_bw()
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```




```r
d_trafmensu_sans_t |>
  ggPacf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  theme_bw()
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```



Nous allons essayer de déterminer les paramètres p, q, P et Q du modèle SARIMA(p, 0, q)(P, 0, Q)$_{12}$ en fonction des graphiques de l'ACF et de la PACF.

L'ACF est significativement non nulle jusqu'au retard 1, donc q = 1. L'ACF est significativement non nulle jusqu'au retard saisonnier 1 (1×12), donc Q = 1.

La PACF est significativement non nulle jusqu'au retard 1, donc p = 1. La PACF est significativement non nulle jusqu'au retard saisonnier 1 (3×12), donc P = 1.

Nous obtenons un modèle SARIMA(1, 0, 1)(1, 0, 1)$_{12}$

3. Série filtrée via un SARIMA(1, 0, 1)(1, 0, 1)$_{12}$ et comportement des résidus

```r
# Modèle
sarima_d_trafmensu_sans_t <- Arima(
  d_trafmensu_sans_t,
  order = c(1,0,1),
  seasonal = list(order = c(1,0,1), period = 12)
)

# Autocorrélogrammes
acf_sarima1 <- sarima_d_trafmensu_sans_t$residuals |>
  ggAcf(lag.max = 48) +
```

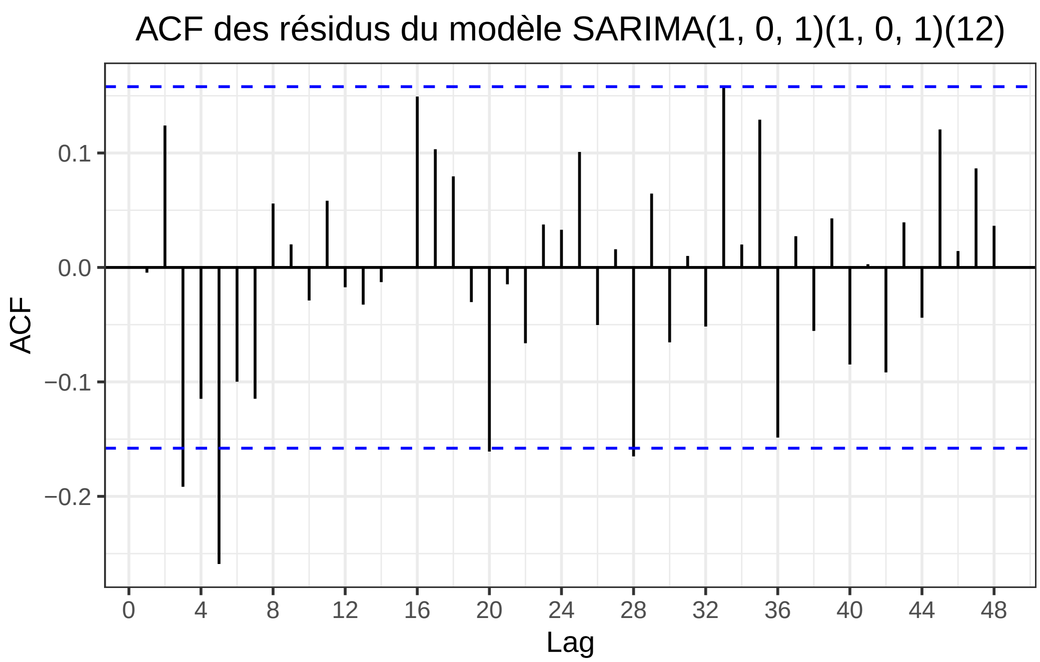
```
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4))+
  ggtitle("ACF des résidus du modèle SARIMA(1, 0, 1)(1, 0, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

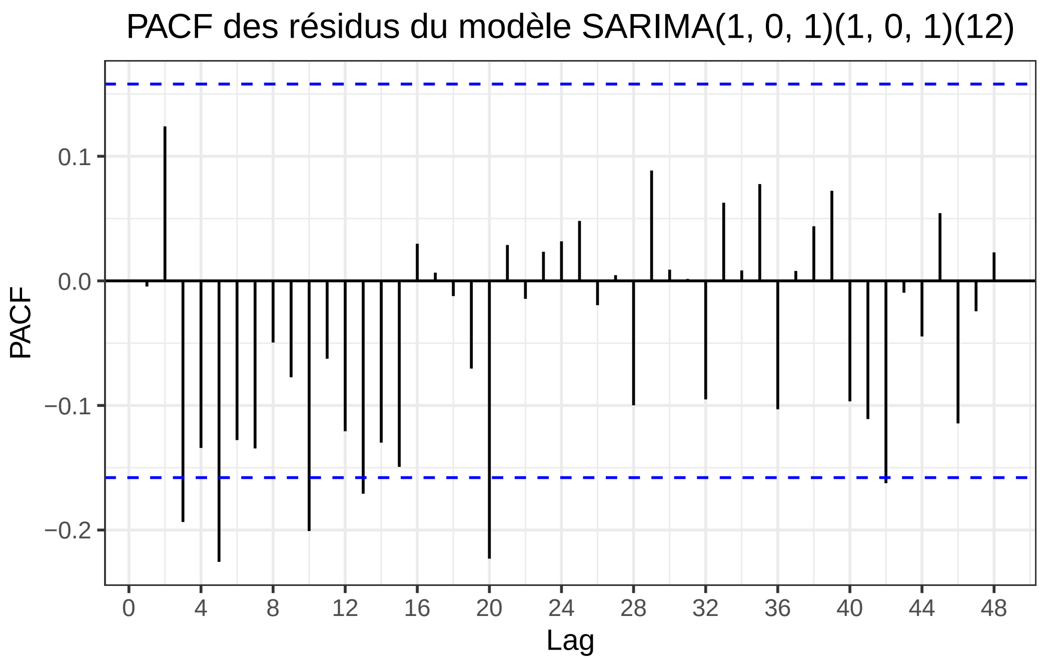
```
pacf_sarima1 <- sarima_d_trafmensu_sans_t$residuals |>
  ggPacf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  ggtitle("PACF des résidus du modèle SARIMA(1, 0, 1)(1, 0, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

```
acf_sarima1
```



```
pacf_sarima1
```



Graphiquement, les résidus ne suivent pas un bruit blanc et présentent encore des autocorrélations.

Nous allons essayer de déterminer d'autres paramètres p, q, P et Q du modèle SARIMA(p, 0, q)(P, 0, Q)$_{12}$ en fonction des graphiques de l'ACF et de la PACF sur les résidus du modèle.

L'ACF est significativement non nulle au retard 3, donc q = 3. La PACF est significativement non nulle retard 3, donc p = 3.

4. Série filtrée via un SARIMA(3, 0, 3)(1, 0, 1)$_{12}$ et comportement des résidus

```
# Modèle
sarima_d_trafmensu_sans_t2 <- Arima(
  d_trafmensu_sans_t,
  order = c(3,0,3),
  seasonal = list(order = c(1,0,1), period = 12)
)

# Autocorrélogrammes
acf_sarima2 <- sarima_d_trafmensu_sans_t2$residuals |>
```

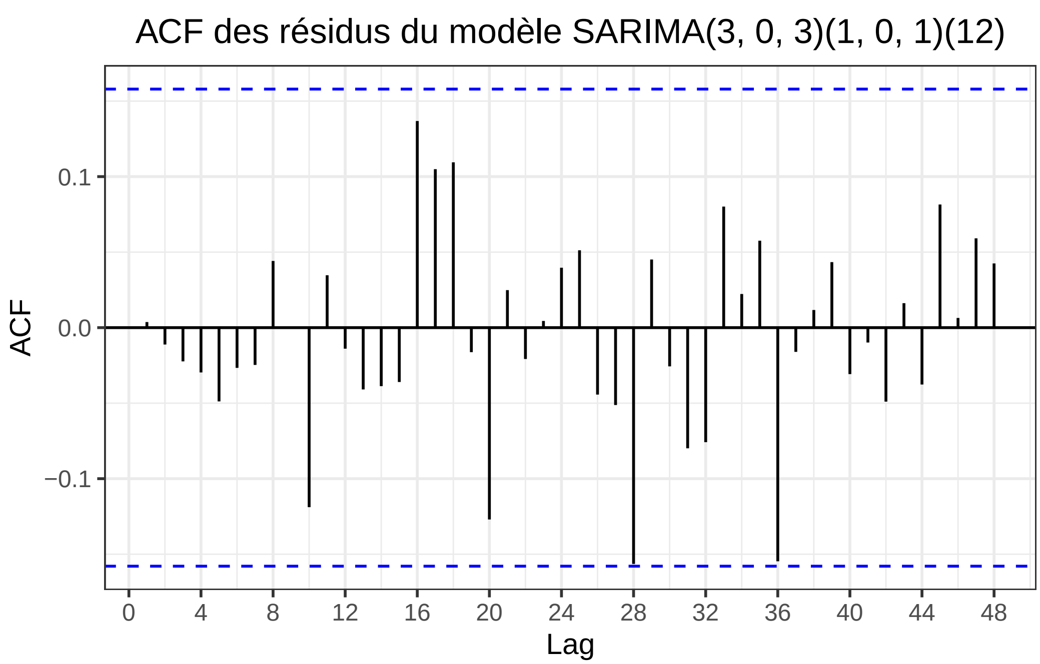
```r
  ggAcf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  ggtitle("ACF des résidus du modèle SARIMA(3, 0, 3)(1, 0, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

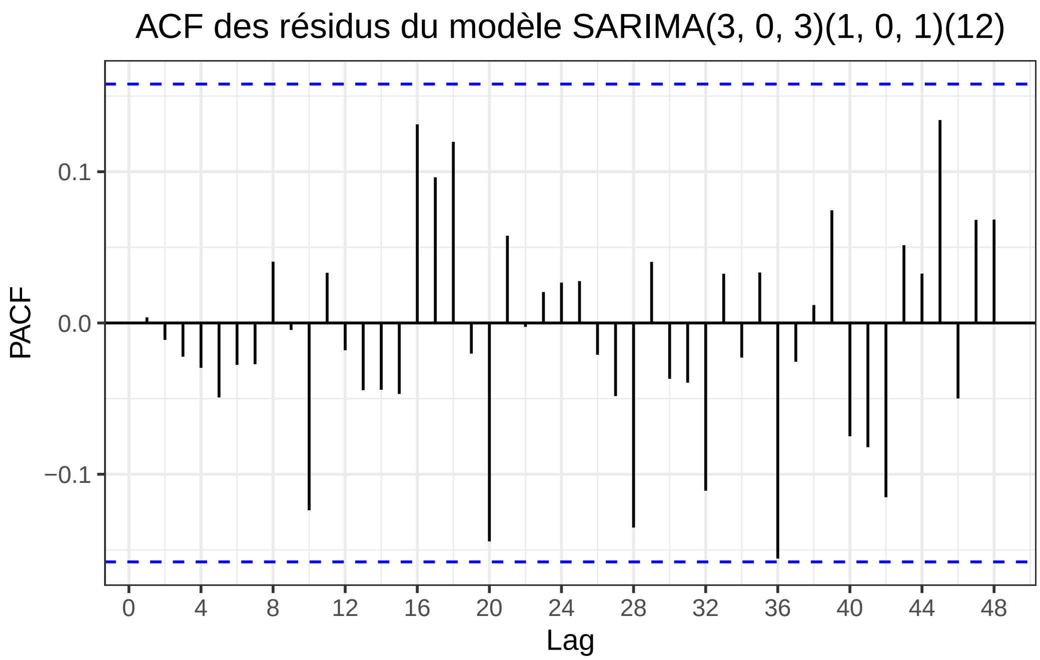
```r
pacf_sarima2 <- sarima_d_trafmensu_sans_t2$residuals |>
  ggPacf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  ggtitle("ACF des résidus du modèle SARIMA(3, 0, 3)(1, 0, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

```r
acf_sarima2
```



```
pacf_sarima2
```



Les résidus suivent un bruit blanc et ne devraient pas présenter d'autocorrélation.

Nous testons la nullité des paramètres estimés pour les différents retards, ainsi que la présence d'autocorrélations significatives à l'aide du test de Ljung-Box.

```
# Test de Ljung-Box sur les résidus pour les 48 premiers lags

resultat_Ljung_Box <- tibble(
  lag = 1:48
) |>
  mutate(
    test_result = map(
      lag,
      ~ Box.test(
          residuals(sarima_d_trafmensu_sans_t2),
          lag = .x,
          type = "Ljung-Box"
        )
    ),
    X_squared = map_dbl(test_result, ~ .x$statistic),
    df = map_dbl(test_result, ~ .x$parameter),
```

```
    p_value = map_dbl(test_result, ~ .x$p.value),
    significativite = ifelse(
      p_value < 0.1,
      "Rejet de H0",
      "Non-rejet de H0"
    )
  ) |>
  select(lag, X_squared, df, p_value, significativite)

print(resultat_Ljung_Box, n = 48)
```

```
# A tibble: 48 x 5
     lag X_squared    df p_value significativite
   <int>     <dbl> <dbl>   <dbl> <chr>
 1     1   0.00217     1   0.963 Non-rejet de H0
 2     2   0.0219      2   0.989 Non-rejet de H0
 3     3   0.101       3   0.992 Non-rejet de H0
 4     4   0.242       4   0.993 Non-rejet de H0
 5     5   0.627       5   0.987 Non-rejet de H0
 6     6   0.742       6   0.994 Non-rejet de H0
 7     7   0.842       7   0.997 Non-rejet de H0
 8     8   1.16        8   0.997 Non-rejet de H0
 9     9   1.16        9   0.999 Non-rejet de H0
10    10   3.52       10   0.966 Non-rejet de H0
11    11   3.72       11   0.977 Non-rejet de H0
12    12   3.75       12   0.987 Non-rejet de H0
13    13   4.04       13   0.991 Non-rejet de H0
14    14   4.30       14   0.993 Non-rejet de H0
15    15   4.52       15   0.995 Non-rejet de H0
16    16   7.78       16   0.955 Non-rejet de H0
17    17   9.71       17   0.915 Non-rejet de H0
18    18  11.8        18   0.856 Non-rejet de H0
19    19  11.9        19   0.891 Non-rejet de H0
20    20  14.8        20   0.790 Non-rejet de H0
21    21  14.9        21   0.829 Non-rejet de H0
22    22  15.0        22   0.864 Non-rejet de H0
23    23  15.0        23   0.896 Non-rejet de H0
24    24  15.2        24   0.913 Non-rejet de H0
25    25  15.7        25   0.922 Non-rejet de H0
26    26  16.1        26   0.934 Non-rejet de H0
27    27  16.6        27   0.940 Non-rejet de H0
28    28  21.3        28   0.814 Non-rejet de H0
```

```
29    29  21.7        29   0.834 Non-rejet de H0
30    30  21.8        30   0.862 Non-rejet de H0
31    31  23.0        31   0.848 Non-rejet de H0
32    32  24.2        32   0.838 Non-rejet de H0
33    33  25.4        33   0.823 Non-rejet de H0
34    34  25.5        34   0.852 Non-rejet de H0
35    35  26.2        35   0.858 Non-rejet de H0
36    36  31.1        36   0.701 Non-rejet de H0
37    37  31.1        37   0.740 Non-rejet de H0
38    38  31.2        38   0.776 Non-rejet de H0
39    39  31.6        39   0.796 Non-rejet de H0
40    40  31.8        40   0.821 Non-rejet de H0
41    41  31.8        41   0.849 Non-rejet de H0
42    42  32.3        42   0.860 Non-rejet de H0
43    43  32.3        43   0.882 Non-rejet de H0
44    44  32.7        44   0.896 Non-rejet de H0
45    45  34.1        45   0.882 Non-rejet de H0
46    46  34.1        46   0.902 Non-rejet de H0
47    47  34.9        47   0.904 Non-rejet de H0
48    48  35.3        48   0.913 Non-rejet de H0
```

Pour ces 48 premiers lags, l'hypothèse nulle n'est pas rejetée, ce qui indique une absence d'autocorrélation significative des résidus au seuil de 10 %. Le modèle est donc bien spécifié.

Nous testons désormais la significativité de chaque coefficient grâce au test de Bartlett.

```r
# Fonction

test_bartlett <- function(modele) {

  T <- length(na.omit(trafmensu))

  # Coefficients du modèle
  coefficients <- modele$coef[
    -length(modele$coef)
  ]

  noms_coefficients <- names(coefficients)

  # Calcul de l'écart-type en utilisant la formule de Bartlett
  ecart_type <- sqrt((1 / T) * (1 + 2 * sum(coefficients^2)))

  # Calcul de la statistique t pour chaque coefficient
```

```r
  t_stats <- coefficients / ecart_type

  valeur_critique <- 1.96

  resultats <- tibble(
    nom_coefficient = noms_coefficients,
    coefficient = coefficients,
    ecart_type = ecart_type,
    t_stats = t_stats,
    significativite = ifelse(
      abs(t_stats) > valeur_critique,
      "Significatif",
      "Non significatif"
    )
  )

  return(resultats)
}
```

```r
# Test de Bartlett

test_bartlett(sarima_d_trafmensu_sans_t2)
```

```
# A tibble: 8 x 5
  nom_coefficient coefficient ecart_type t_stats significativite
  <chr>                 <dbl>      <dbl>   <dbl> <chr>
1 ar1                  0.718       0.184  3.91   Significatif
2 ar2                  0.512       0.184  2.79   Significatif
3 ar3                 -0.636       0.184 -3.47   Significatif
4 ma1                 -0.677       0.184 -3.69   Significatif
5 ma2                 -0.604       0.184 -3.29   Significatif
6 ma3                  0.281       0.184  1.53   Non significatif
7 sar1                -0.00993     0.184 -0.0541 Non significatif
8 sma1                -0.644       0.184 -3.51   Significatif
```

La valeur absolue de la statistique de test est supérieure à 1,96 pour 6 coefficients. L'hypothèse nulle est donc rejetée, ce qui indique que les coefficients ar1, ar2, ar3, ma1, ma2 et sma1 sont significatifs au seuil de 5 %.

En retirant les coefficients ma3 et sar1, nous obtenons un modèle SARIMA$(3, 0, 2)(0, 0, 1)_{12}$.

5. Série filtrée via un SARIMA(3, 0, 2)(0, 0, 1)$_{12}$ et comportement des résidus

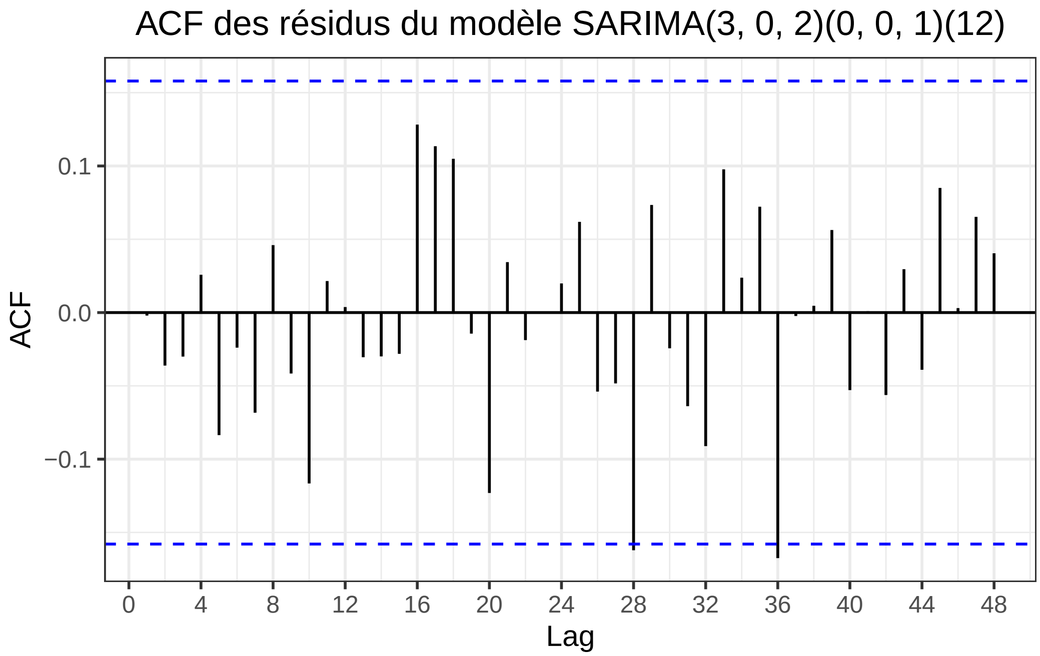
```
# Modèle
sarima_d_trafmensu_sans_t3 <- Arima(
  d_trafmensu_sans_t,
  order = c(3,0,2),
  seasonal = list(order = c(0,0,1), period = 12)
)

# Autocorrélogrammes
acf_sarima3 <- sarima_d_trafmensu_sans_t3$residuals |>
  ggAcf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  ggtitle("ACF des résidus du modèle SARIMA(3, 0, 2)(0, 0, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

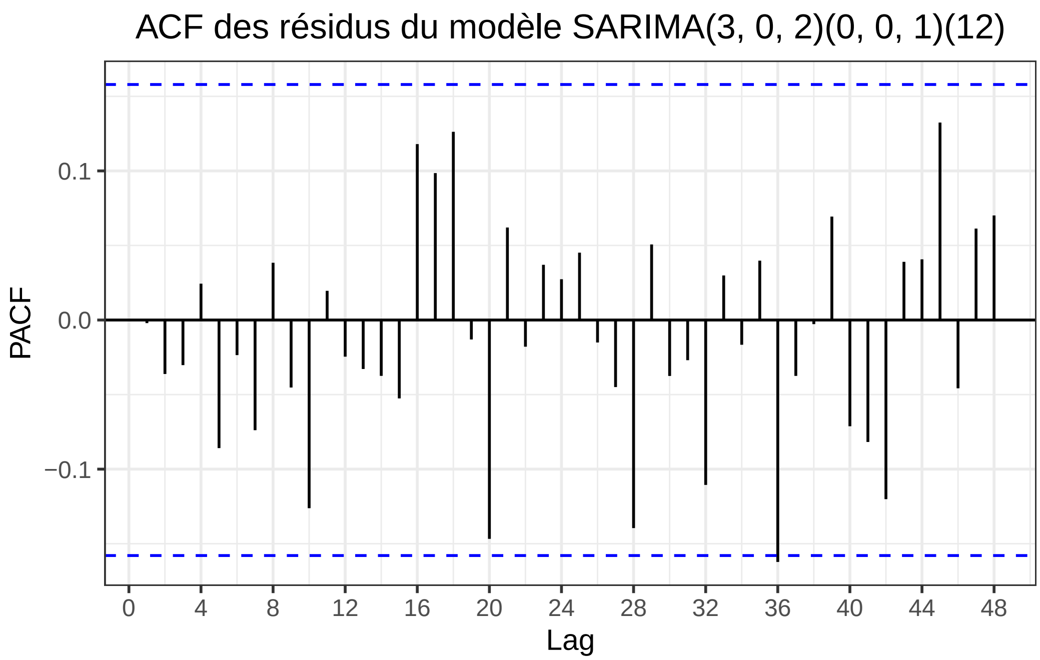
```
pacf_sarima3 <- sarima_d_trafmensu_sans_t3$residuals |>
  ggPacf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  ggtitle("ACF des résidus du modèle SARIMA(3, 0, 2)(0, 0, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

```
acf_sarima3
```




```
pacf_sarima3
```



L'ACF est (légèrement) significativement non nulle aux retards 28 et 36. La PACF est (légèrement) significativement non nulle au retard 36. Il est possible que les résidus ne suivent pas un bruit blanc et présentent encore de l'autocorrélation.

6. Conclusion

Nous retenons le modèle SARIMA(3, 0, 3)(1, 0, 1)$_{12}$ dont les résidus suivent davantage un bruit blanc.

6. Modélisation en utilisant un modèle de type saisonnier

1. Modèle différenciation saisonnière d'ordre 1

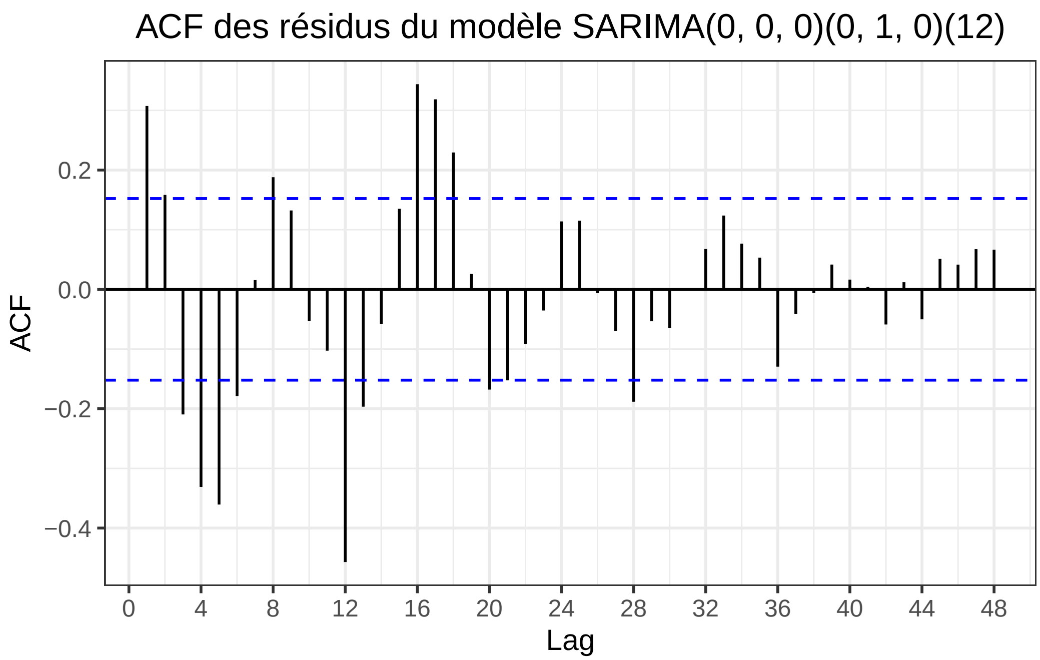
```r
# Modèle
sarima_trafmensu_sans_t4 <- Arima(
  trafmensu_sans_t,
  order = c(0,0,0),
  seasonal = list(order = c(0,1,0), period = 12)
)

# Autocorrélogrammes
acf_sarima4 <- sarima_trafmensu_sans_t4$residuals |>
  ggAcf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4))+
  ggtitle("ACF des résidus du modèle SARIMA(0, 0, 0)(0, 1, 0)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

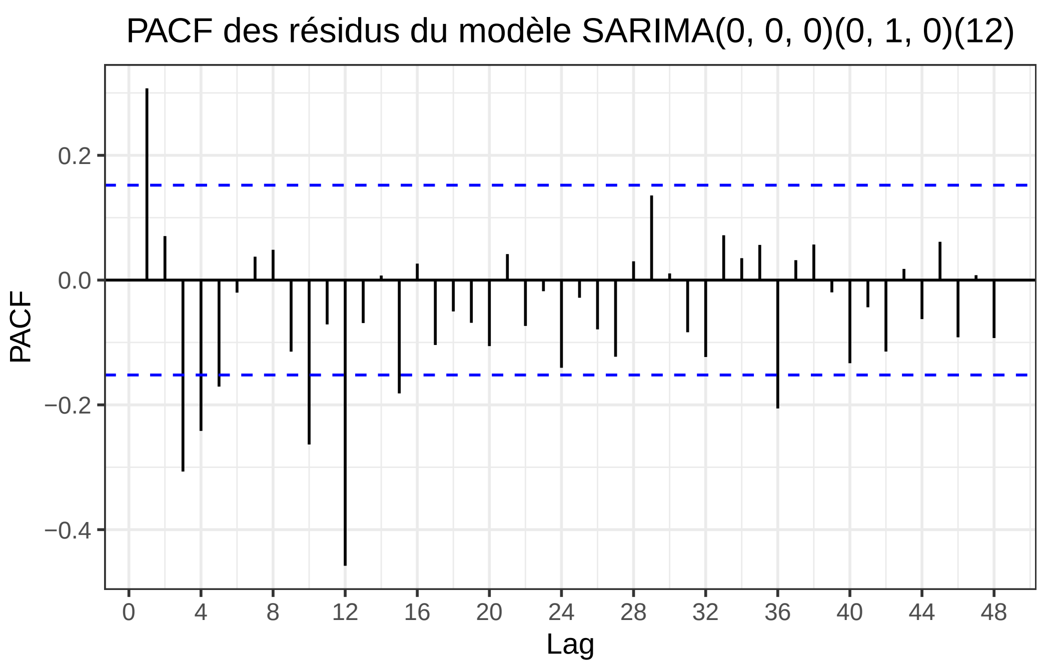
```r
pacf_sarima4 <- sarima_trafmensu_sans_t4$residuals |>
  ggPacf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  ggtitle("PACF des résidus du modèle SARIMA(0, 0, 0)(0, 1, 0)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

```
acf_sarima4
```




```
pacf_sarima4
```



Graphiquement, les résidus ne suivent pas un bruit blanc et présentent encore des autocorrélations.

L'ACF est significativement non nulle jusqu'au retard 1, donc q = 1. L'ACF est significativement non nulle jusqu'au retard saisonnier 1 (1×12), donc Q = 1.

La PACF est significativement non nulle jusqu'au retard 1, donc p = 1. La PACF est significativement non nulle jusqu'au retard saisonnier 1 (3×12), donc P = 1.

Nous obtenons un modèle SARIMA$(1, 0, 1)(1, 1, 1)_{12}$

2. Série filtrée via un SARIMA$(1, 0, 1)(1, 1, 1)_{12}$ et comportement des résidus

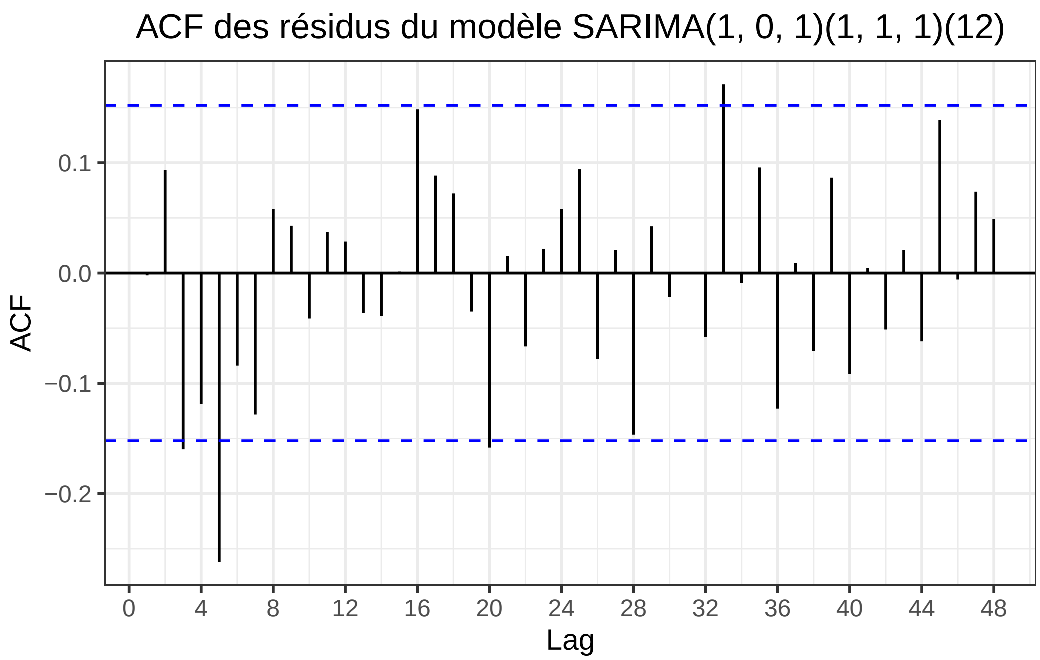
```
# Modèle
sarima_trafmensu_sans_t5 <- Arima(
  trafmensu_sans_t,
  order = c(1,0,1),
  seasonal = list(order = c(1,0,1), period = 12)
)

# Autocorrélogrammes
acf_sarima5 <- sarima_trafmensu_sans_t5$residuals |>
  ggAcf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4))+
  ggtitle("ACF des résidus du modèle SARIMA(1, 0, 1)(1, 1, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

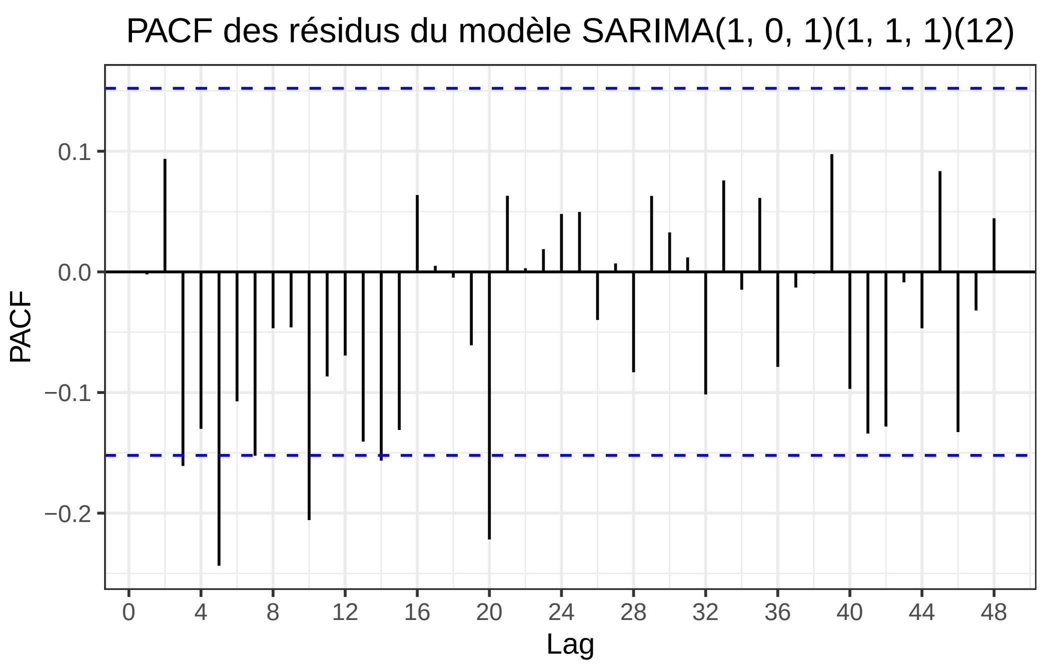
```
pacf_sarima5 <- sarima_trafmensu_sans_t5$residuals |>
  ggPacf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  ggtitle("PACF des résidus du modèle SARIMA(1, 0, 1)(1, 1, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

```
acf_sarima5
```




```
pacf_sarima5
```



Graphiquement, les résidus ne suivent pas un bruit blanc et présentent encore des autocorrélations.

Nous allons essayer de déterminer d'autres paramètres p, q, P et Q du modèle SARIMA(p, 0, q)(P, 1, Q)$_{12}$ en fonction des graphiques de l'ACF et de la PACF sur les résidus du modèle.

L'ACF est significativement non nulle au retard 3, donc q = 3. La PACF est significativement non nulle retard 3, donc p = 3.

3. Série filtrée via un SARIMA(3, 0, 3)(1, 1, 1)$_{12}$ et comportement des résidus

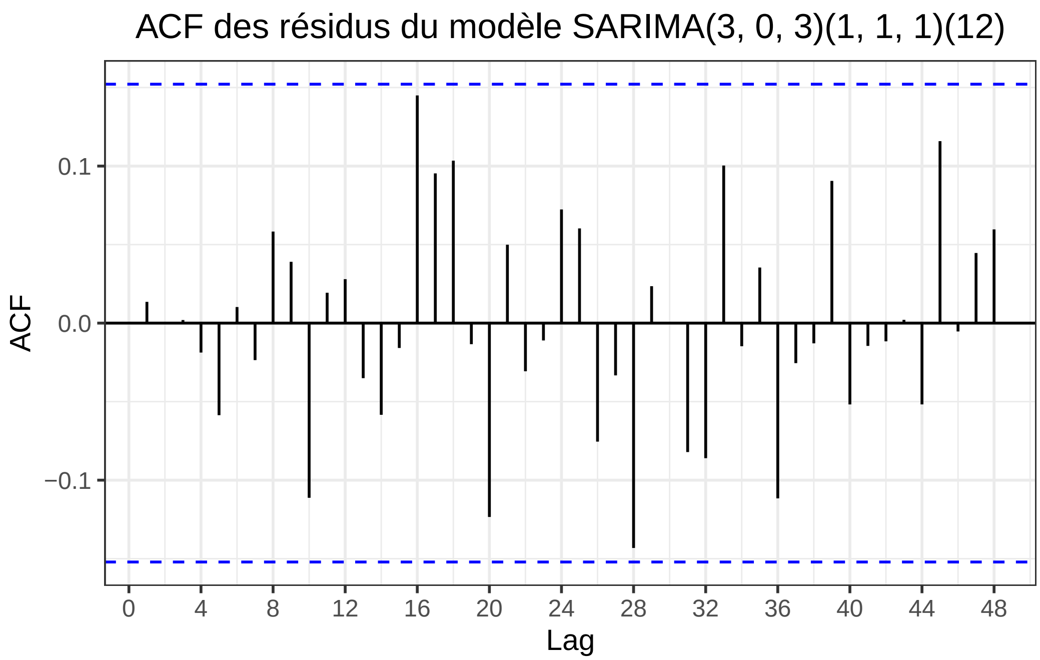
```
# Modèle
sarima_trafmensu_sans_t6 <- Arima(
  trafmensu_sans_t,
  order = c(3,0,3),
  seasonal = list(order = c(1,0,1), period = 12)
)

# Autocorrélogrammes
acf_sarima6 <- sarima_trafmensu_sans_t6$residuals |>
  ggAcf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  ggtitle("ACF des résidus du modèle SARIMA(3, 0, 3)(1, 1, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

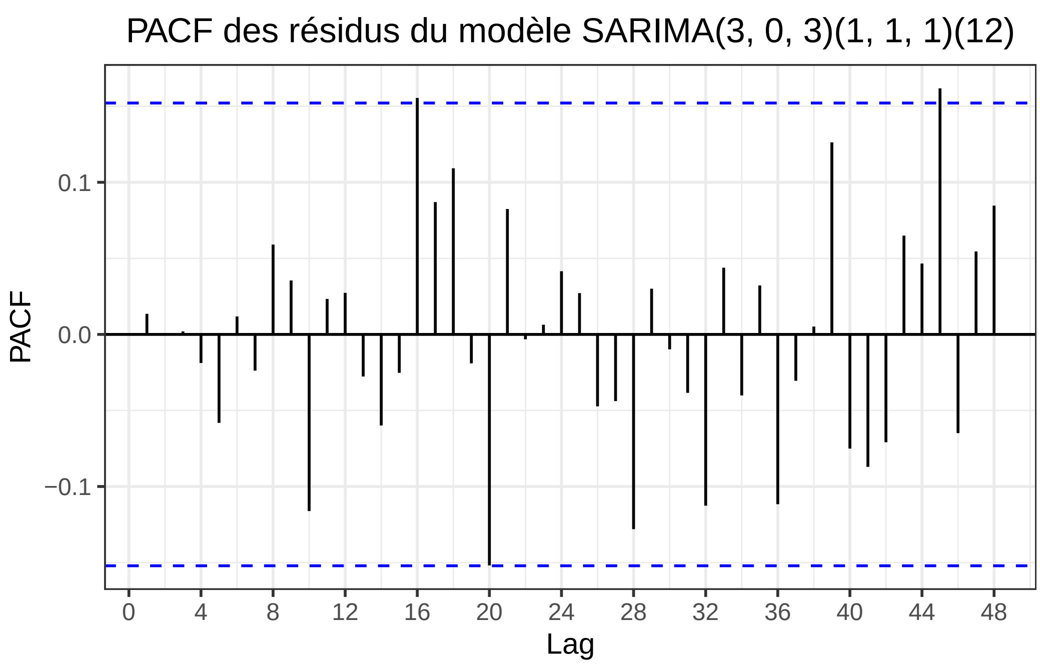
```
pacf_sarima6 <- sarima_trafmensu_sans_t6$residuals |>
  ggPacf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  ggtitle("PACF des résidus du modèle SARIMA(3, 0, 3)(1, 1, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

```
acf_sarima6
```




```
pacf_sarima6
```



Les résidus suivent un bruit blanc et ne devraient pas présenter d'autocorrélation.

Nous testons la nullité des paramètres estimés pour les différents retards, ainsi que la présence d'autocorrélations significatives à l'aide du test de Ljung-Box.

```
# Test de Ljung-Box sur les résidus pour les 48 premiers lags

resultat_Ljung_Box2 <- tibble(
  lag = 1:48
) |>
  mutate(
    test_result = map(
      lag,
      ~ Box.test(
          residuals(sarima_trafmensu_sans_t6),
          lag = .x,
          type = "Ljung-Box"
        )
    ),
    X_squared = map_dbl(test_result, ~ .x$statistic),
    df = map_dbl(test_result, ~ .x$parameter),
    p_value = map_dbl(test_result, ~ .x$p.value),
    significativite = ifelse(
      p_value < 0.1,
      "Rejet de H0",
      "Non-rejet de H0"
    )
  ) |>
  select(lag, X_squared, df, p_value, significativite)

print(resultat_Ljung_Box2, n = 48)
```

```
# A tibble: 48 x 5
     lag X_squared    df p_value significativite
   <int>     <dbl> <dbl>   <dbl> <chr>
 1     1    0.0309     1   0.860 Non-rejet de H0
 2     2    0.0310     2   0.985 Non-rejet de H0
 3     3    0.0316     3   0.999 Non-rejet de H0
 4     4    0.0921     4   0.999 Non-rejet de H0
 5     5    0.687      5   0.984 Non-rejet de H0
 6     6    0.706      6   0.994 Non-rejet de H0
 7     7    0.803      7   0.997 Non-rejet de H0
 8     8    1.40       8   0.994 Non-rejet de H0
```

```
 9     9    1.67        9   0.996 Non-rejet de H0
10    10    3.89       10   0.952 Non-rejet de H0
11    11    3.95       11   0.971 Non-rejet de H0
12    12    4.09       12   0.982 Non-rejet de H0
13    13    4.32       13   0.987 Non-rejet de H0
14    14    4.94       14   0.987 Non-rejet de H0
15    15    4.99       15   0.992 Non-rejet de H0
16    16    8.90       16   0.918 Non-rejet de H0
17    17   10.6        17   0.877 Non-rejet de H0
18    18   12.6        18   0.814 Non-rejet de H0
19    19   12.6        19   0.856 Non-rejet de H0
20    20   15.6        20   0.744 Non-rejet de H0
21    21   16.0        21   0.767 Non-rejet de H0
22    22   16.2        22   0.805 Non-rejet de H0
23    23   16.2        23   0.845 Non-rejet de H0
24    24   17.3        24   0.837 Non-rejet de H0
25    25   18.0        25   0.843 Non-rejet de H0
26    26   19.1        26   0.831 Non-rejet de H0
27    27   19.3        27   0.857 Non-rejet de H0
28    28   23.5        28   0.708 Non-rejet de H0
29    29   23.6        29   0.748 Non-rejet de H0
30    30   23.6        30   0.790 Non-rejet de H0
31    31   25.0        31   0.768 Non-rejet de H0
32    32   26.5        32   0.739 Non-rejet de H0
33    33   28.6        33   0.684 Non-rejet de H0
34    34   28.7        34   0.725 Non-rejet de H0
35    35   29.0        35   0.754 Non-rejet de H0
36    36   31.6        36   0.676 Non-rejet de H0
37    37   31.8        37   0.712 Non-rejet de H0
38    38   31.8        38   0.750 Non-rejet de H0
39    39   33.6        39   0.714 Non-rejet de H0
40    40   34.2        40   0.728 Non-rejet de H0
41    41   34.3        41   0.763 Non-rejet de H0
42    42   34.3        42   0.796 Non-rejet de H0
43    43   34.3        43   0.826 Non-rejet de H0
44    44   34.9        44   0.835 Non-rejet de H0
45    45   38.0        45   0.761 Non-rejet de H0
46    46   38.0        46   0.793 Non-rejet de H0
47    47   38.5        47   0.808 Non-rejet de H0
48    48   39.3        48   0.810 Non-rejet de H0
```

Pour ces 48 premiers lags, l'hypothèse nulle n'est pas rejetée, ce qui indique une absence d'autocorrélation significative des résidus au seuil de 10 %. Le modèle est donc bien spécifié.

Nous testons désormais la significativité de chaque coefficient grâce au test de Bartlett.

```r
# Test de Bartlett

test_bartlett(sarima_trafmensu_sans_t6)
```

```
# A tibble: 8 x 5
  nom_coefficient coefficient ecart_type t_stats significativite
  <chr>                 <dbl>      <dbl>   <dbl> <chr>
1 ar1                   0.720      0.214    3.36 Significatif
2 ar2                   0.518      0.214    2.41 Significatif
3 ar3                  -0.632      0.214   -2.95 Significatif
4 ma1                  -0.695      0.214   -3.24 Significatif
5 ma2                  -0.634      0.214   -2.96 Significatif
6 ma3                   0.328      0.214    1.53 Non significatif
7 sar1                  0.991      0.214    4.62 Significatif
8 sma1                 -0.656      0.214   -3.06 Significatif
```

La valeur absolue de la statistique de test est supérieure à 1,96 pour 6 coefficients. L'hypothèse nulle est donc rejetée, ce qui indique que les coefficients ar1, ar2, ar3, ma1, ma2, sar1 et sma1 sont significatifs au seuil de 5 %.

En retirant le coefficient ma3, nous obtenons un modèle SARIMA(3, 0, 2)(1, 1, 1)$_{12}$.

4. Série filtrée via un SARIMA(3, 0, 2)(1, 1, 1)$_{12}$ et comportement des résidus

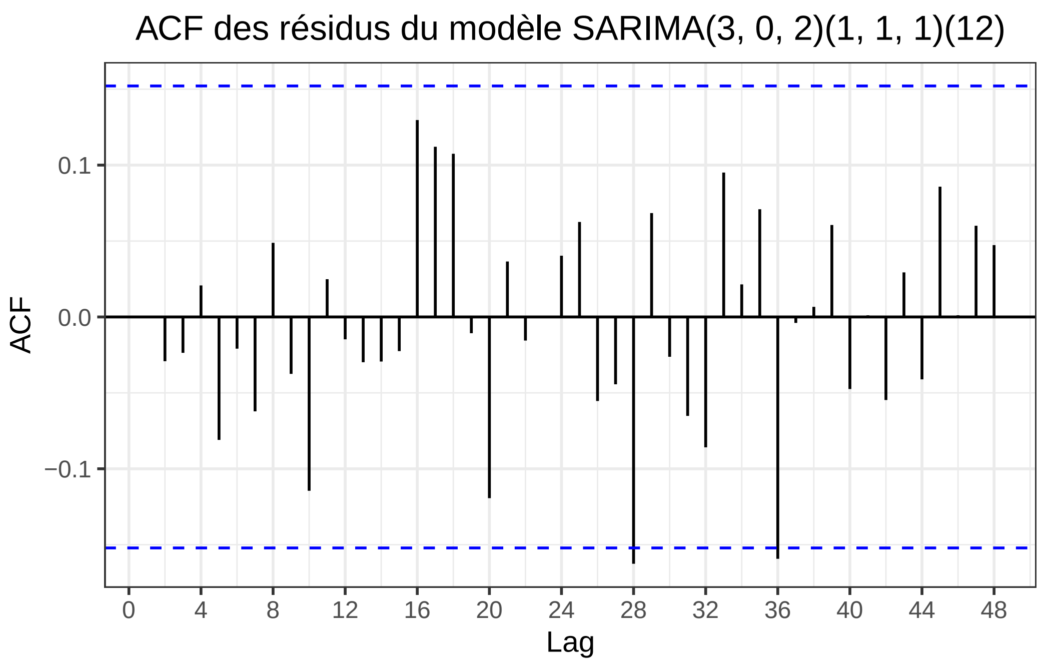
```r
# Modèle
sarima_trafmensu_sans_t7 <- Arima(
  trafmensu_sans_t,
  order = c(3,0,2),
  seasonal = list(order = c(1,1,1), period = 12)
)

# Autocorrélogrammes
acf_sarima7 <- sarima_trafmensu_sans_t7$residuals |>
  ggAcf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  ggtitle("ACF des résidus du modèle SARIMA(3, 0, 2)(1, 1, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

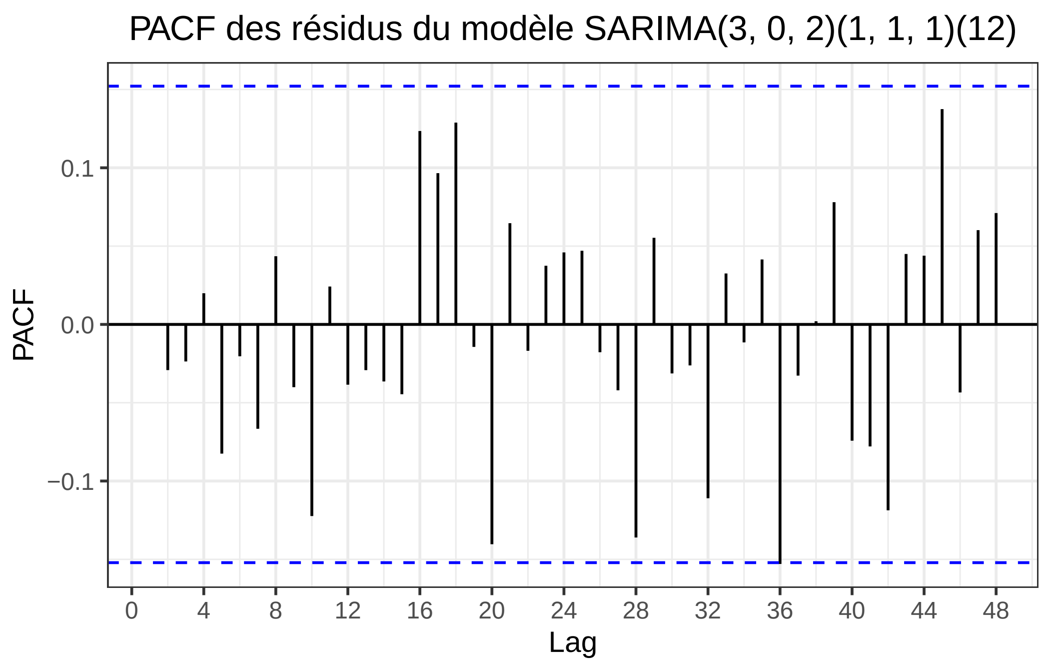
```r
pacf_sarima7 <- sarima_trafmensu_sans_t7$residuals |>
  ggPacf(lag.max = 48) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 48, by = 4)) +
  ggtitle("PACF des résidus du modèle SARIMA(3, 0, 2)(1, 1, 1)(12)") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
Scale for x is already present.
Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

```r
acf_sarima7
```




```r
pacf_sarima7
```



L'ACF est (légèrement) significativement non nulle aux retards 28 et 36. Il est possible que les résidus ne suivent pas un bruit blanc et présentent encore de l'autocorrélation.

5. Conclusion

Nous retenons le modèle SARIMA(3, 0, 3)$(1, 1, 1)_{12}$ dont les résidus suivent davantage un bruit blanc.

7. Comparaison des résultats de ces deux modèles

1. Modèles

```
# SARIMA(3, 0, 3)(1, 0, 1)(12)
sarima_d_trafmensu_sans_t2
```

```
Series: d_trafmensu_sans_t
ARIMA(3,0,3)(1,0,1)[12] with non-zero mean

Coefficients:
         ar1     ar2      ar3      ma1      ma2     ma3     sar1     sma1
```

```
      0.7179  0.5119  -0.6365  -0.6773  -0.6038  0.2811  -0.0099  -0.6436
s.e.  0.1743  0.2657   0.1536   0.2031   0.2904  0.1874   0.1353   0.1194
         mean
      -0.0117
s.e.   0.0286

sigma^2 = 129.6:  log likelihood = -594.87
AIC=1209.74   AICc=1211.28   BIC=1240.11
```

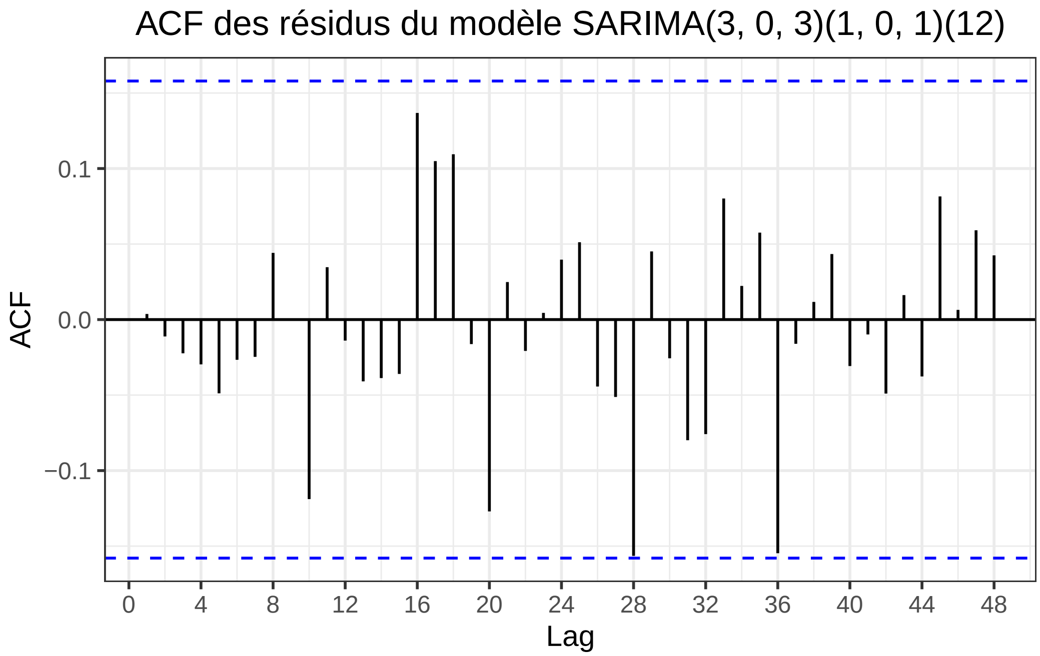
```
# SARIMA(3, 0, 3)(1, 1, 1)(12)
sarima_trafmensu_sans_t6
```

```
Series: trafmensu_sans_t
ARIMA(3,0,3)(1,0,1)[12] with non-zero mean

Coefficients:
         ar1     ar2      ar3      ma1      ma2     ma3    sar1     sma1
      0.7202  0.5177  -0.6324  -0.6947  -0.6336  0.3283  0.9908  -0.6564
s.e.  0.1704  0.2468   0.1409   0.2001   0.2704  0.1788  0.0057   0.0789
        mean
      0.0316
s.e.  0.0741

sigma^2 = 127.7:  log likelihood = -648.75
AIC=1317.49   AICc=1318.91   BIC=1348.61
```

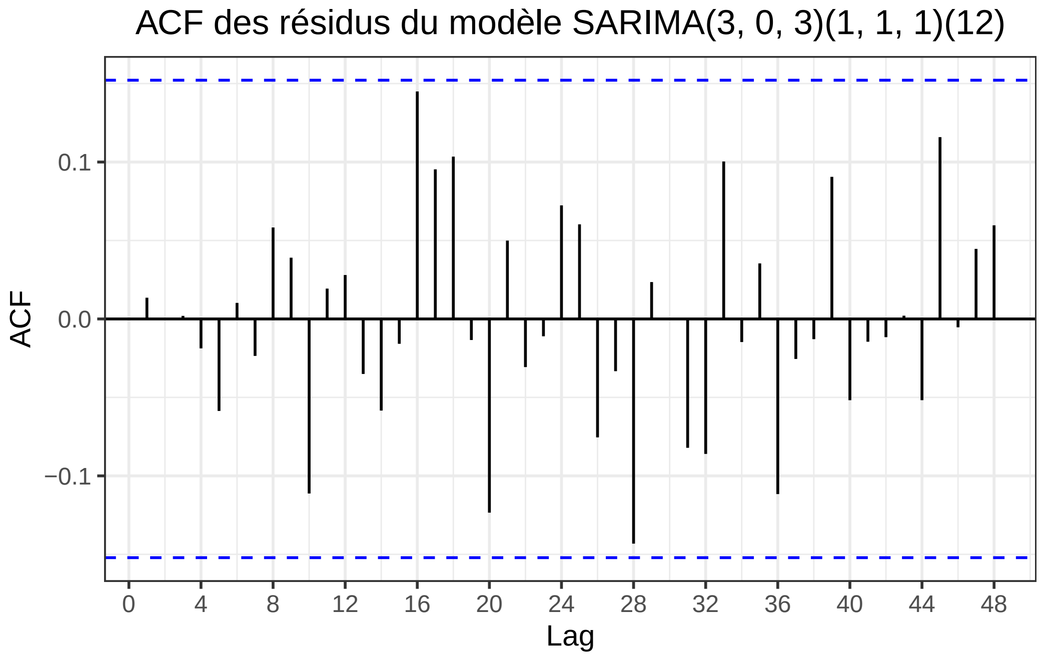
Le modèle SARIMA(3, 0, 3)(1, 0, 1)$_{12}$ est le meilleur selon les critères AIC et BIC qui sont plus faibles.

2. Autocorrélogrammes : ACF

```
acf_sarima2
```



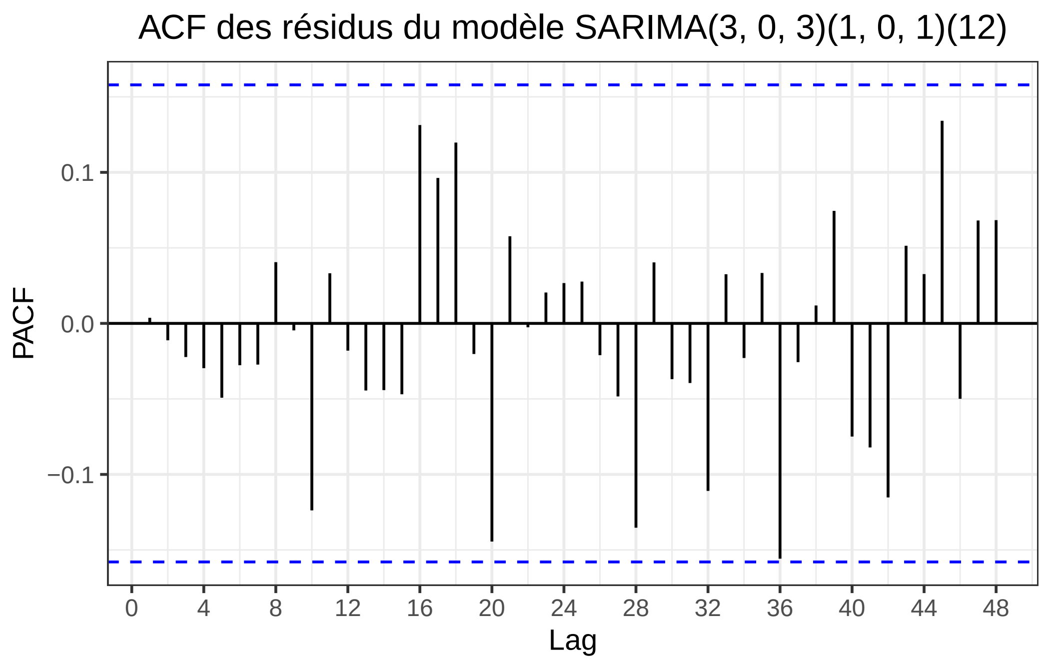

```
acf_sarima6
```



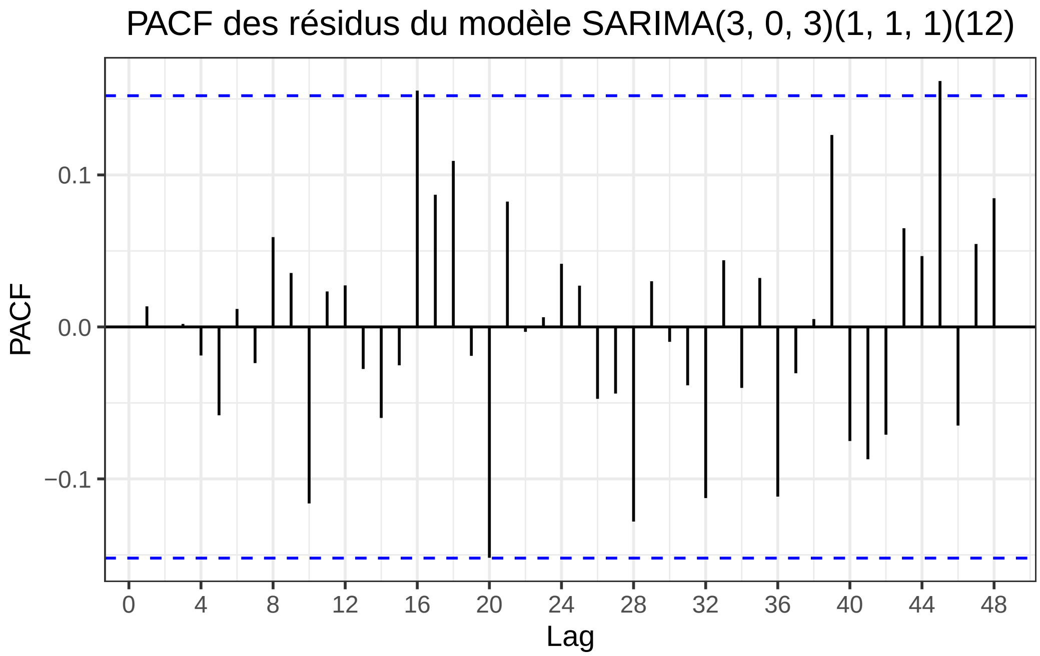
Les deux deux autocorrélogrammes correspondent à ceux de bruit blanc.

3. **Autocorrélogrammes partiels : PACF**

```
pacf_sarima2
```




```
pacf_sarima6
```



Le PACF du modèle SARIMA(3, 0, 3)$(1, 1, 1)_{12}$ est légèrement significatif aux retards 16 et 44.

6. Conclusion

Nous retenons le modèle SARIMA(3, 0, 3)$(1, 0, 1)_{12}$, dont la différenciation saisonnière a été effectuée au préalable, notamment parce que son AIC et son BIC sont plus faibles.

8. Conclusion

1. On sépare notre tendance en deux périodes de temps.

```
# Propriétés de la série
start(trafmensu)  # La série commence en janvier 1993
```

```
[1] 1993    1
```

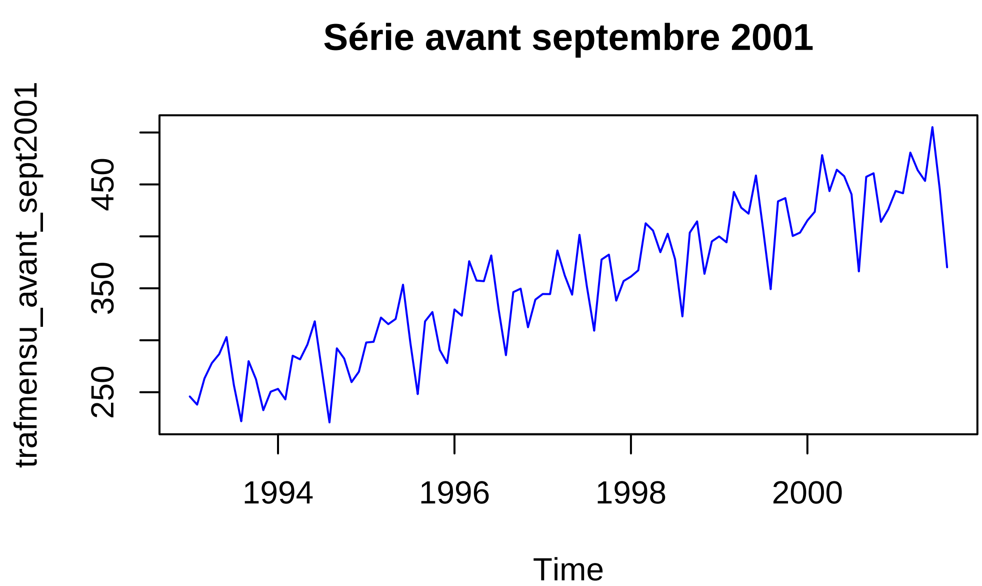
```
end(trafmensu)     # La série se termine en octobre 2007
```

```
[1] 2007   10
```

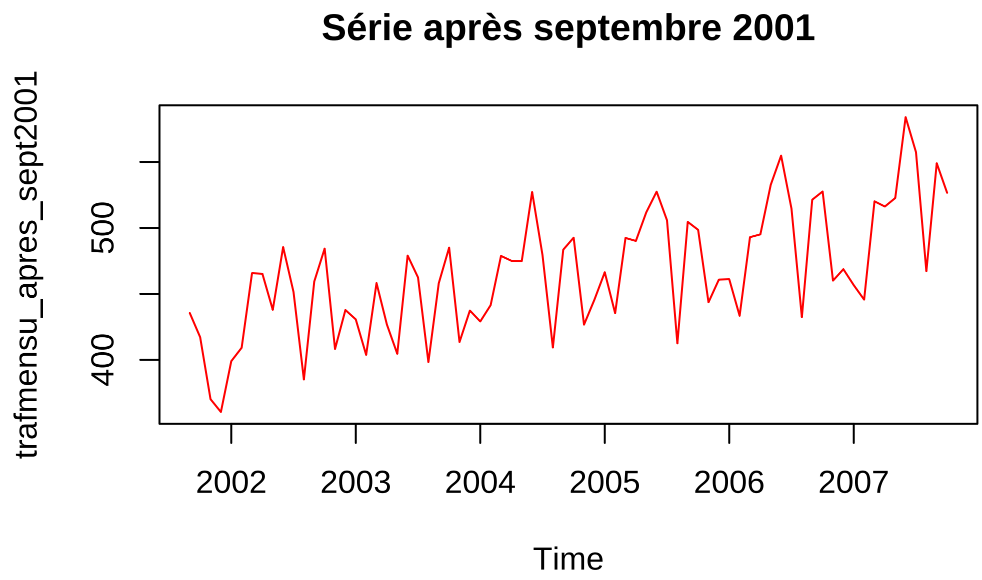
```r
frequency(trafmensu)  # La série est mensuelle
```

```
[1] 12
```

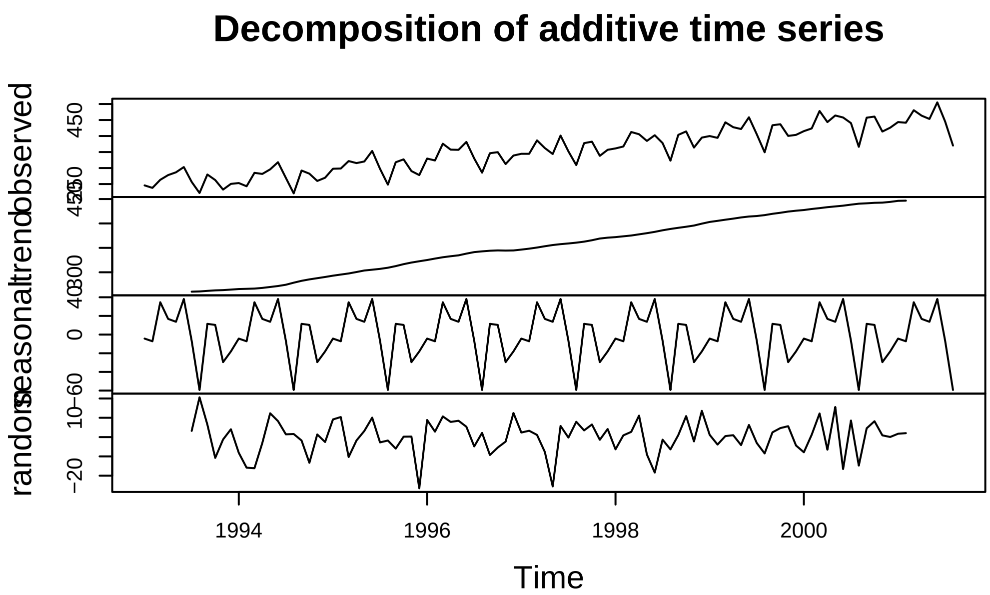
```r
# Série avant septembre 2001
trafmensu_avant_sept2001 <- window(trafmensu, start = c(1993, 1), end = c(2001, 08))

# Série après septembre 2001
trafmensu_apres_sept2001 <- window(trafmensu, start = c(2001, 9))

# Affichage
plot(trafmensu_avant_sept2001, main = "Série avant septembre 2001", col = "blue")
```



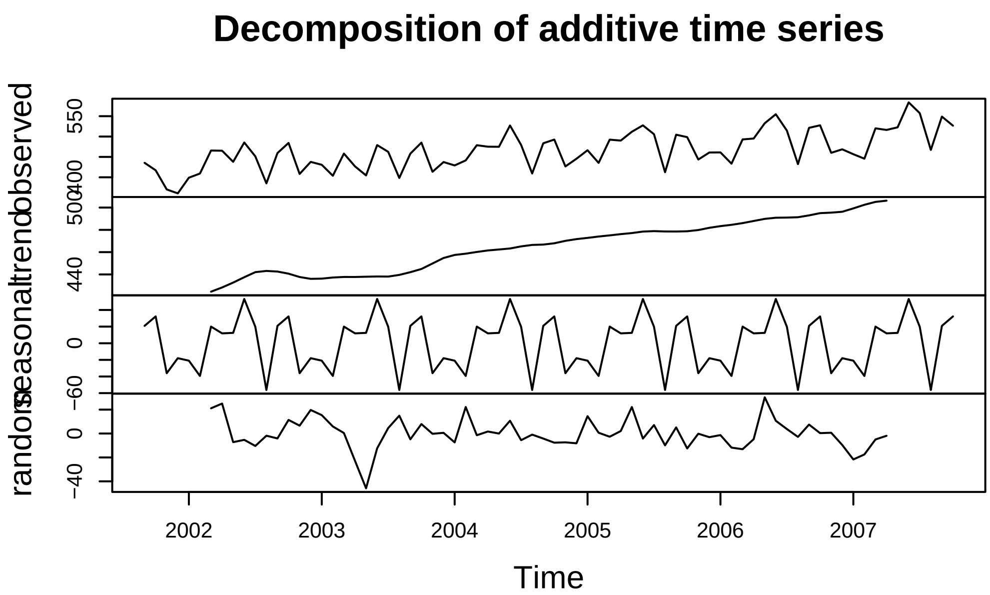

```r
plot(trafmensu_apres_sept2001, main = "Série après septembre 2001", col = "red")
```




```r
# Décomposition
decomp_trafmensu_avant_sept2001 <- decompose(
  trafmensu_avant_sept2001,
  type = "additive"
)

# Affichage
plot(decomp_trafmensu_avant_sept2001)
```



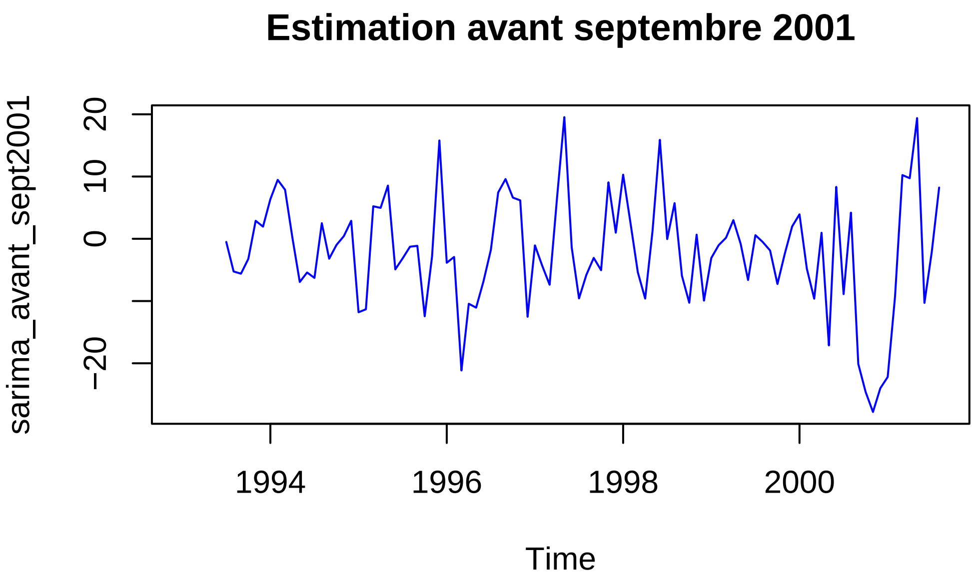

```r
# Décomposition
decomp_trafmensu_apres_sept2001 <- decompose(
  trafmensu_apres_sept2001,
  type = "additive"
)

# Affichage
plot(decomp_trafmensu_apres_sept2001)
```



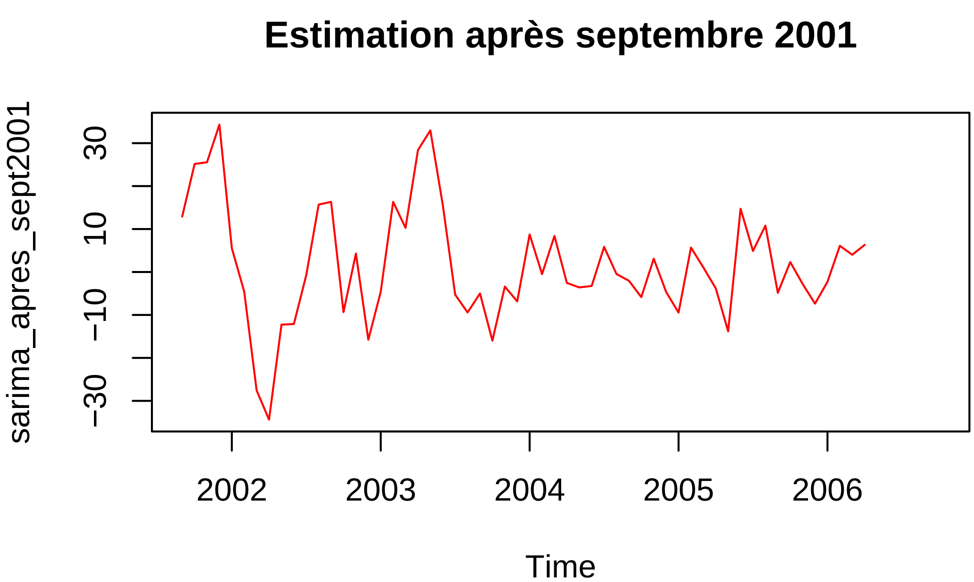
2. On sépare notre modèle en deux périodes de temps.

```
# Récupération des valeurs ajustées sous forme de série temporelle
fitted_sarima <- ts(
  fitted(sarima_d_trafmensu_sans_t2),
  start = start(trafmensu),
  frequency = frequency(trafmensu)
)
```

```
# Modèle avant septembre 2001
sarima_avant_sept2001 <- window(
  fitted_sarima, start = c(1993, 1), end = c(2001, 08)
)

# Modèle après septembre 2001
sarima_apres_sept2001 <- window(
  fitted_sarima, start = c(2001, 9)
)

# Affichage
plot(sarima_avant_sept2001, main = "Estimation avant septembre 2001", col = "blue")
```




```r
plot(sarima_apres_sept2001, main = "Estimation après septembre 2001", col = "red")
```



Series finales

```
trafmensu_avant_septembre2001 <-
  decomp_trafmensu_avant_sept2001$trend + sarima_avant_sept2001

trafmensu_apres_septembre2001 <-
  decomp_trafmensu_apres_sept2001$trend + sarima_apres_sept2001
```