Project Alloy

Praktische schikkingen

Je werkt aan deze opgave in groepjes van twee: het verslag moet een gezamelijk document zijn. Indienen gebeurt via de **dropbox op Minerva**. (Let op dat je niet studentenpublicaties gebruikt!) Klik op:

`verstuurde bestanden > nieuw dropbox bestand toevoegen`
`> nieuw bestand sturen`.

Stuur het bestand naar alle cursusbeheerders. Je uploadt **één gezipt bestand** per groep met de naam

`project_familienaam1_familienaam2.zip`.

Hierin zitten al je bestanden met Alloy-code en je verslag. Dien ten laatste in op **zondag 21 december**.

Dit is een project, dus de presentatie (i.e. schrijfstijl, heldere formulering, lay-out) is relevant. Je bent vrij in het structureren van het verslag, zolang het maar duidelijk is dat alle gestelde vragen beantwoord zijn.

Lees voor je begint alle opgaves eens door. Stuur bij onduidelijkheden of vragen gerust een mail. Let bij het schrijven van je Alloy-code goed op de betekenis van de formules die je schrijft. Alloy zal op zoek gaan naar modellen op basis van wat je vraagt, maar als je vraag niet correct geformuleerd is, zal ook het antwoord mogelijks niet juist zijn!

Opgaven

1 Ramseygetallen

Ramsey bewees in 1929 volgende fundamentele stelling. (voor de nodige begrippen i.v.m. grafentheorie zie de appendix op het einde van dit document.)

Stelling 1. *Voor alle $p_1, p_2, \ldots, p_n \in \mathbb{N}$ bestaat er een $N \in \mathbb{N}$ zodat voor eender welke boogkleuring van orde n van K_ν, $\nu \geq N$, er een $1 \leq i \leq n$ bestaat zodat K_ν een deelgraaf K_{p_i} bevat waarvan alle bogen door i gekleurd zijn.*

Het kleinste getal $N \in \mathbb{N}$ dat voldoet aan de voorwaarde uit voorgaande stelling wordt het *Ramseygetal* van orde $(p_1, \ldots, p_n)$ genoemd en genoteerd door $R(p_1, \ldots, p_n)$.

In het algemeen is het zowel theoretisch als computationeel erg moeilijk om Ramseygetallen te berekenen en van slechts weinig Ramseygetallen is dan ook de exacte waarde bekend.

Het doel van deze oefening is om m.b.v. Alloy de volgende Ramseygetallen te berekenen

(a) R(3,3)

(b) R(3,3,3).

Opmerking. Probeer een algoritme te schrijven dat vragen (a) en (b) tegelijk oplost, i.e. dat je enkel de input van je algoritme hoeft aan te passen.

2 Cyclische toren van Hanoi

De *Toren van Hanoi* is volgend wiskundig spel. Gegeven zijn drie palen A, B en C en een aantal schijven, elk met een verschillende diameter, die over de palen kunnen geschoven kunnen worden. Bij aanvang zijn alle schijven over paal A geschoven, in dalende volgorde (m.b.t. tot de diameter) en met de kleinste schijf van boven. Het doel van het spel is om de schijven naar paal C te verplaatsen zodat deze op dezelfde manier geordend zijn als bij aanvang. Hierbij moet men zich aan de volgende regels houden:

(i) er mag slechts één schijf per beurt worden verplaatst.

(ii) Een schijf mag enkel verplaatst worden als ze de bovenste schijf van één van de drie stapels is.

(iii) Een schijf mag nooit op een schijf met een kleinere diameter geplaatst worden.

Men kan bewijzen dat, voor eender welk aantal van schijven, deze puzzel steeds kan opgelost worden. Als n het aantal schijven is, bedraagt de optimale oplossing $2^n - 1$ beurten.

De *cyclische Toren van Hanoi* is een variant op de gewone Toren van Hanoi. De beginsituatie en het doel zijn hetzelfde. Maar men moet zich, naast aan regels (i)-(iii), ook houden aan

(iv) een schijf op paal A mag enkel verplaatst worden naar paal B; een schijf op paal B mag enkel verplaatst worden naar paal C; een schijf op paal C mag enkel verplaatst worden naar paal A.

Opnieuw kan men bewijzen dat, voor eender welk aantal van schijven, deze puzzel steeds kan opgelost worden. Het doel van deze oefening is om m.b.v. Alloy te berekenen hoeveel beurten er minimaal nodig zijn om de cyclische Toren van Hanoi met 3 schijven op te lossen.

Opmerking. De gewone Toren van Hanoi is één van de voorbeelden die in Alloy zijn geïmplementeerd. Je vindt dit in Alloy als volgt terug

`File` > `Open Sample models` > `Models` > `Examples` > `puzzles` > `hanoi.als`

Appendix grafentheorie

Een graaf is een paar $G = (V, E)$ bestaande uit een verzameling V van *toppen* en een symmetrische relatie $E \subseteq V \times V$ van *bogen*. We noemen twee toppen x en y *adjacent* als $(x, y) \in E$.

De graaf G wordt *enkelvoudig* genoemd als geen enkele top adjacent is met zichzelf.

De graaf $G' = (V', E')$ wordt een *deelgraaf* van G genoemd als $V' \subseteq V$ en $E' \subseteq E$.

De *complete graaf van orde* n, genoteerd door K_n, is de enkelvoudige graaf met n toppen waarvan elke twee verschillende toppen adjacent zijn,.

Een *boogkleuring van orde* n van de graaf G is een functie $f : E \to \{1, \ldots, n\}$. Als voor een boog $b \in E$ geldt dat $f(b) = i$ zeggen we dat b gekleurd is door i.