

## **Aerobotics-Seminar Moonshot-Aufgabe**

# **Systemidentifikation: Schätzung der Parameter flugmechanischer Modelle aus Flugmessdaten**

**Autoren: Gruppe 02**  
**Calvin Ebert**  
**Adam Ghribi**  
**Florian Gschwandtner**  
**Fabrizio Turco**

**Datum: 06.08.2021**

## Liste der noch zu erledigenden Punkte

Auswahl des zeitlichen Ausschnitts erklären . . . . .	6
Abschnitt fertig schreiben: Trimpunkt . . . . .	6
Abschnitt schreiben: Interpolation . . . . .	6
Abbildung: Bild von Fourier-Trafo . . . . .	9

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Modelle</b>	<b>5</b>
2.1	Längsbewegung . . . . .	5
2.2	Seitenbewegung . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Vorbereitung der Daten</b>	<b>6</b>
3.1	Ermittlung der relevanten Signale . . . . .	6
3.2	Trimpunkt . . . . .	6
3.3	Interpolation . . . . .	6
3.4	Filterung . . . . .	7
3.4.1	Ablauf . . . . .	7
3.4.2	Wahl der Filterübertragungsfunktion . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Systemidentifikation im Zeitbereich</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Systemidentifikation im Frequenzbereich</b>	<b>9</b>
5.1	Fouriertransformation . . . . .	9
5.2	Output-Error-Methode . . . . .	9
5.3	Ergebnisse . . . . .	10
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>11</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>11</b>

# **1 Einleitung**

## 2 Modelle

Im folgenden Abschnitt werden die der durchgeführten Systemidentifikationen zugrundeliegenden Modelle beschrieben, deren beiwerte zu bestimmen sind. Es handelt sich dabei um die bekannten linearisierten Modelle der Längs- und Seitenbewegung mit den folgenden Annahmen [1]:

- Linearisierung um den symmetrischen Horizontalflug ( $\gamma_0 = 0$ )
- kein Auftrieb durch Nickrate ( $Z_q = 0$ )
- keine Querkkräfte durch Roll- oder Gierdrehrate ( $Y_p = Y_r = 0$ )
- keine Querkraft durch Querruder ( $Y_\xi$ )
- kein Wind ( $\Delta\gamma = \Delta\theta - \Delta\alpha$ )
- horizontal eingebautes Triebwerk ( $i_F = 0$ )

Die Dynamiken können deshalb entkoppelt behandelt werden.

### 2.1 Längsbewegung

Der Zustand der Längsbewegung setzt sich zusammen aus dem Anstellwinkel  $\alpha$ , der Nickrate  $q$ , der Anströmgeschwindigkeit  $V_A$  und dem Bahnwinkel  $\gamma$ . Die zugehörigen Steuerungen umfassen den Höhenruderausschlag  $\eta$  und den Schubdrosselgrad  $\delta_F$ . Bis auf die Nickrate werden alle Größen als Abweichungen (Delta-Größen) vom jeweiligen Trimpunkt (gekennzeichnet durch den Index "0") beschrieben. Es ergibt sich folgendes Modell [1]:

$$\begin{pmatrix} \Delta\dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \Delta\dot{V}_A \\ \Delta\dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Z_\alpha}{V_0} & 1 & \frac{Z_V}{V_0} & 0 \\ M_\alpha & M_q & M_V & 0 \\ X_\alpha & 0 & X_V & -g \\ -\frac{Z_\alpha}{V_0} & 0 & -\frac{Z_V}{V_0} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta\alpha \\ q \\ \Delta V_A \\ \Delta\gamma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{Z_\eta}{V_0} & -\frac{X_{\delta F}}{V_0} \sin(\alpha_0) \\ M_\eta & M_{\delta F} \\ X_\eta & X_{\delta F} \cos(\alpha_0) \\ -\frac{Z_\eta}{V_0} & \frac{X_{\delta F}}{V_0} \sin(\alpha_0) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta\eta \\ \Delta\delta_F \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

### 2.2 Seitenbewegung

Das Modell der Seitenbewegung wird mit dem absoluten Zustand aufgestellt:

$$\begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_r & N_\beta & N_p & 0 \\ -1 & \frac{Y_\zeta}{V_0} & 0 & \frac{g}{V_0} \\ L_r & L_\beta & L_p & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r \\ \beta \\ p \\ \phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_\xi & N_\zeta \\ 0 & \frac{Y_\zeta}{V_0} \\ L_\xi & L_\zeta \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi \\ \zeta \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

## 3 Vorbereitung der Daten

Aus den Flugversuchen des e-Genius 1:3 liegt eine Fülle von Messdaten in verschiedenen .csv-Dateien vor. Im folgenden Kapitel wird erklärt, wie diese vorbereitet werden, um sie für die anschließende Systemidentifikation zu verwenden.

### 3.1 Ermittlung der relevanten Signale

Für die weitere Verarbeitung ist es zunächst nötig, aus den gegebenen Messdaten die relevanten Signalverläufe auszuwählen bzw. zu berechnen. Die meisten Zustandsgrößen können direkt aus den Messdaten verwendet werden, einzig der Bahnwinkel  $\gamma$  muss explizit berechnet werden. Die Bestimmung über die Beziehung  $\gamma = \theta - \alpha$  liefert dabei aufgrund eines unplausiblen Verlaufs des Nickwinkels  $\theta$  kein sinnvolles Ergebnis.<sup>1</sup> Stattdessen wird der Bahnwinkel über Gleichung (3.1) berechnet, in welcher die Bahngeschwindigkeit mit der Anströmgeschwindigkeit gleichgesetzt wird (kein Wind).

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{\dot{h}}{V}\right) = \arcsin\left(\frac{\dot{h}}{V_A}\right) \quad (3.1)$$

Auswahl  
des zeitli-  
chen Aus-  
schnitts  
erklären

### 3.2 Trimpunkt

Abschnitt fertig schreiben: Trimpunkt

In Abb. 3.1 ist beispielhaft der zeitliche Verlauf der Anströmgeschwindigkeit dargestellt. Es zeigen sich insgesamt acht stationären Bereiche, die als Trimpunkt für eine Modellierung dienen könnten. In den nachfolgenden Systemidentifikationen soll jeweils der erste Punkt (TP 1) als Grundlage dienen. Dazu werden alle Zustandsgrößen über den Bereich TP 1 gemittelt und diese Mittelwerte als Trimmwerte  $x_0$  und  $u_0$  verwendet. Damit lassen sich die Abweichungen vom Trimpunkt berechnen:

$$\begin{aligned} \Delta x(t) &= x(t) - x_0 \\ \Delta u(t) &= u(t) - u_0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Eine Ausnahme bilden hier die Drehraten  $p$ ,  $q$  und  $r$ , bei denen keine Differenz zum Trimmwert gebildet werden muss.

### 3.3 Interpolation

Abschnitt schreiben: Interpolation

<sup>1</sup>Berechnet man den Bahnwinkel auf diese Weise, nimmt er genau wie der Nickwinkel nie Werte unter 0 an. Lediglich der Anstellwinkel bewegt sich sowohl im positiven als auch im negativen Bereich.

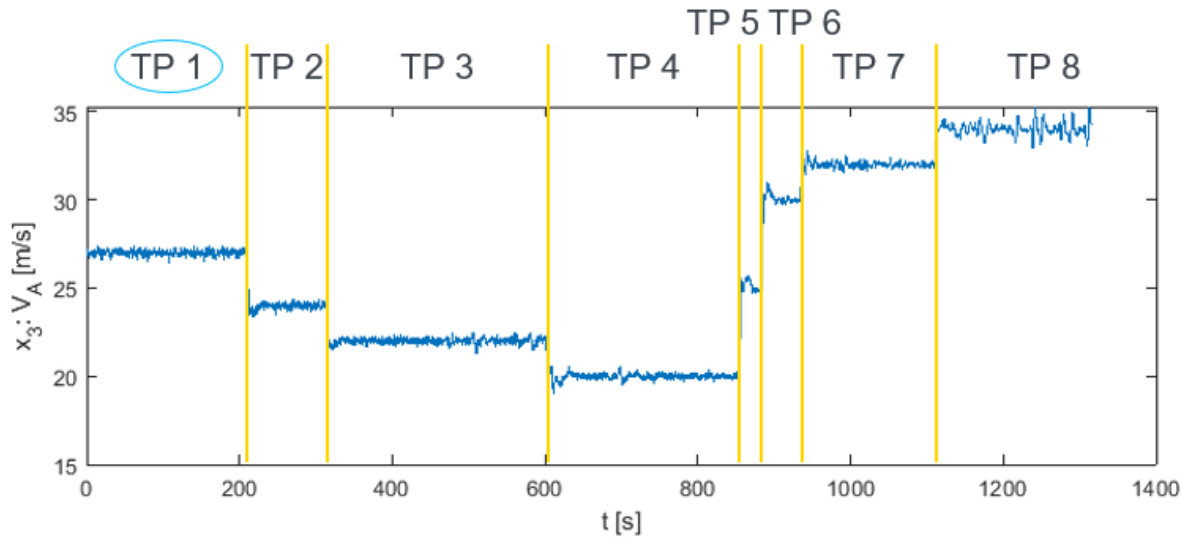


Abbildung 3.1: zeitlicher Verlauf der Anströmgeschwindigkeit mit den stationären Bereichen

### 3.4 Filterung

Verrauschte Messdaten stellen für die Systemidentifikation eine Herausforderung dar. Numerische Ableitungen aus verrauschten Daten liefern in vielen Fällen keine sinnvolle Aussage. Neben aufwändigeren Ableitungsregeln bietet sich eine vorangehende Filterung der Daten an.

Das Vorwärts-Rückwärtsfilter bietet den Vorteil, dass keine Phasenverschiebung auftritt. Gerade wenn nur einzelne Signaleile gefiltert werden, beispielsweise nur der Eingang, ist diese Eigenschaft unerlässlich. Der Nachteil ist, dass das Filter nicht in Echtzeit verwendet werden kann, da immer die vollständige Datenreihe vorliegen muss. Für eine Systemidentifikation ist dies jedoch keine praktische Einschränkung.

#### 3.4.1 Ablauf

Für das Filter wird eine Übertragungsfunktion  $f(s)$  auf die Messdaten vorwärts angewandt, die Messdaten umgekehrt und die selbe Übertragungsfunktion noch einmal verwendet. In Matlab ist dies in der Funktion `filtfilt()` bereits implementiert.

#### 3.4.2 Wahl der Filterübertragungsfunktion

Es wurde ein PT2-Glied gewählt, da so die Eckfrequenz direkt eingestellt werden kann.

Mit

$$\omega_{filt} = 2 \cdot \pi \cdot f_{eck} \quad (3.3)$$

und

$$\zeta_{filt} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.4)$$

ergibt sich die Übertragungsfunktion zu:

$$f(s) = \frac{\omega_{filt}^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta_{filt} \cdot \omega_{filt} \cdot s + \omega_{filt}^2} \quad (3.5)$$

## **4 Systemidentifikation im Zeitbereich**



## 5 Systemidentifikation im Frequenzbereich

Neben der Systemidentifikation im Zeitbereich ist es möglich die Parameterschätzung auch im Frequenzbereich durchzuführen. Die Analyse im Frequenzbereich bringt einige Vorteile mit sich, die im weiteren Verlauf dieser Dokumentation genauer beleuchtet werden. Die Grundlage der Frequenzanalyse ist die Fouriertransformation der gemessenen Daten vom Zeitbereich in den Frequenzbereich. Ausgehend von den transformierten Messwerten wird im Folgenden genauer auf die Idee der Output-Error-Methode und auf den Algorithmus zur Lösung des Schätzproblems eingegangen. Zum Schluss werden die Ergebnisse bewertet und der Blick auf mögliche Verbesserungen und andere Methoden gerichtet.

### 5.1 Fouriertransformation

$$\begin{aligned}j\omega_k \tilde{\mathbf{x}}(k) &= \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}}(k) \\ \tilde{\mathbf{y}}(k) &= \mathbf{C} \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{D} \tilde{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{G}(k, \theta) \tilde{\mathbf{u}}(k) \\ \text{mit } \mathbf{G}(k, \theta) &= \mathbf{C}(j\omega \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D}\end{aligned}\tag{5.1}$$



### 5.2 Output-Error-Methode

Die Idee der Output-Error-Methode (OEM) liegt in der Art der Fehlerbetrachtung. Es wird dabei der Fehler, der durch die mathematische Modellbildung entsteht, vernachlässigt. Das dynamische System wird als deterministisch angenommen. Unsicherheiten entstehen nur durch fehlerhafte und verrauschte Messungen. Ausgangspunkt der OEM ist das transformierte Zustandsraummodell (5.1). Im vorliegenden Fall entspricht der Ausgangsvektor  $\tilde{\mathbf{y}}$  dem Zustandsvektor  $\tilde{\mathbf{x}}$ . Die Matrizen  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{D}$  nehmen also folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned}\mathbf{C} &= \mathbf{I} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{0}\end{aligned}\tag{5.2}$$

Da der Zustandsvektor gleichzeitig der gemessene Zustand ist, kann der Output-Error folgendermaßen formuliert werden:

$$\tilde{\mathbf{v}}(k, \theta) = \tilde{\mathbf{z}}(k) - \tilde{\mathbf{y}}(k, \theta) = \tilde{\mathbf{z}}(k) - \mathbf{G}(k, \theta) \tilde{\mathbf{u}}(k)\tag{5.3}$$

$\tilde{\mathbf{z}}$  entspricht dabei dem gemessenen Zustand, der durch Messrauschen aus dem übertragenen Zustand  $\tilde{\mathbf{y}}$  entsteht. Der übertragene Zustand kann aus den Steuergrößen  $\tilde{\mathbf{u}}$  durch Multiplikation mit der Übertragungsmatrix  $\mathbf{G}(\theta)$  berechnet werden. Die Übertragungsmatrix ist, wie in Gleichung (5.1) gezeigt, abhängig vom zugrunde liegenden Modell und von den zu schätzenden Parametern  $\theta$ . Diese sind die Einträge der Matrizen des Zustandsraummodells.

## 5.3 Ergebnisse

## **6 Zusammenfassung und Ausblick**

# Literaturverzeichnis

- [1] FICHTER, W. ; GRIMM, W. : *Flugmechanik*. 2009