

**Aerobotics-Seminar Moonshot-Aufgabe** 

# Systemidentifikation: Schätzung der Parameter flugmechanischer Modelle aus Flugmessdaten

Autoren: Gruppe 02 Calvin Ebert Adam Ghribi Florian Gschwandtner Fabrizio Turco

Datum: 06.08.2021

Liste der noch zu erledigende	n Punkte
-------------------------------	----------

Infos ergänzen	•	 		 		•							 						1	5

# Inhaltsverzeichnis

1	Emercing	2
2	Modelle	3
	2.1 Längsbewegung	3
	2.2 Seitenbewegung	3
3	Vorbereitung der Daten	4
	3.1 Ermittlung der relevanten Signale	4
	3.2 Trimmpunkt	5
	3.3 Interpolation	6
	3.4 Filterung	6
	3.4.1 Ablauf	7
	3.4.2 Wahl der Filterübertragungsfunktion	7
4	Systemidentifikation im Zeitbereich	9
5	Systemidentifikation im Frequenzbereich	10
	5.1 Fourier-Transformation	10
	5.2 Output Error-Methode	10
	5.3 Vor- und Nachteile	12
	5.4 Ergebnisse	13
6	Zusammenfassung und Ausblick	15
Lit	eraturverzeichnis	15

# 1 Einleitung

gegeben: x(t), u(t) aus Flugmessdaten, Struktur der lin. Modelle (Längs- und Seitenbewegung)

gesucht: Parameter der lin. Modelle

## 2 Modelle

Im folgenden Abschnitt werden die der durchgeführten Systemidentifikationen zugrundeliegenden Modelle beschrieben, deren Beiwerte zu bestimmen sind. Es handelt sich dabei um die bekannten linearisierten Modelle der Längs- und Seitenbewegung mit den folgenden Annahmen [2]:

- Linearisierung um den symmetrischen Horizontalflug ( $\gamma_0 = 0$ )
- kein Auftrieb durch Nickrate  $(Z_q = 0)$
- keine Querkräfte durch Roll- oder Gierdrehrate  $(Y_p = Y_r = 0)$
- keine Querkraft durch Querruder  $(Y_{\varepsilon})$
- kein Wind  $(\Delta \gamma = \Delta \theta \Delta \alpha)$
- horizontal eingebautes Triebwerk  $(i_F = 0)$

Die Dynamiken können deshalb entkoppelt behandelt werden, was eine getrennte Identifikation der Längs- bzw. Seitenbewegung ermöglicht.

## 2.1 Längsbewegung

Der Zustand der Längsbewegung setzt sich zusammen aus dem Anstellwinkel  $\alpha$ , der Nickrate q, der Anströmgeschwindigkeit  $V_A$  und dem Bahnwinkel  $\gamma$ . Die zugehörigen Steuerungen umfassen den Höhenruderausschlag  $\eta$  und den Schubdrosselgrad  $\delta_F$ . Bis auf die Nickrate werden alle Größen als Abweichungen (Delta-Größen) vom jeweiligen Trimmpunkt (gekennzeichnet durch den Index " $_0$ ") beschrieben. Es ergibt sich folgendes Modell:

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \Delta \dot{V}_A \\ \Delta \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Z_{\alpha}}{V_0} & 1 & \frac{Z_V}{V_0} & 0 \\ M_{\alpha} & M_q & M_V & 0 \\ X_{\alpha} & 0 & X_V & -g \\ -\frac{Z_{\alpha}}{V_0} & 0 & -\frac{Z_V}{V_0} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \alpha \\ q \\ \Delta V_A \\ \Delta \gamma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{Z_{\eta}}{V_0} & -\frac{X_{\delta F}}{V_0} \sin(\alpha_0) \\ M_{\eta} & M_{\delta F} \\ X_{\eta} & X_{\delta F} \cos(\alpha_0) \\ -\frac{Z_{\eta}}{V_0} & \frac{X_{\delta F}}{V_0} \sin(\alpha_0) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \eta \\ \Delta \delta_F \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

## 2.2 Seitenbewegung

Das Modell der Seitenbewegung wird mit dem absoluten Zustand aufgestellt. Dies ist möglich, da es sich bei p und r um Drehraten handelt. Außerdem sind die Trimmwerte für den Schiebeund Rollwinkel sowie für die Steuereingaben jeweils 0:

$$\begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_r & N_{\beta} & N_p & 0 \\ -1 & \frac{Y_{\zeta}}{V_0} & 0 & \frac{g}{V_0} \\ L_r & L_{\beta} & L_p & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r \\ \beta \\ p \\ \phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_{\xi} & N_{\zeta} \\ 0 & \frac{Y_{\zeta}}{V_0} \\ L_{\xi} & L_{\zeta} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi \\ \zeta \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

# 3 Vorbereitung der Daten

Aus den Flugversuchen des e-Genius 1:3 liegt eine Fülle von Messdaten in verschiedenen .csv-Dateien vor. Im folgenden Kapitel wird erklärt, wie diese vorbereitet werden, um sie für die anschließende Systemidentifikation zu verwenden.

## 3.1 Ermittlung der relevanten Signale

Für die weitere Verarbeitung ist es zunächst nötig, aus den gegebenen Messdaten die relevanten Signalverläufe auszuwählen bzw. zu berechnen. Die meisten Zustandsgrößen können direkt aus den Messdaten verwendet werden, einzig der Bahnwinkel  $\gamma$  muss explizit berechnet werden. Die Bestimmung über die Beziehung  $\gamma = \theta - \alpha$  liefert dabei aufgrund eines unplausiblen Verlaufs des Nickwinkels  $\theta$  kein sinnvolles Ergebnis.<sup>1</sup> Stattdessen wird der Bahnwinkel mit Gleichung (3.1) über die geodätischen Geschwindigkeiten in z- und x-Richtung berechnet.

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{V_z}{V_x}\right) \tag{3.1}$$

Tabelle 3.1 zeigt eine Übersicht über die verwendeten Messsignale aus den Originaldateien. Zu beachten ist, dass in den Originaldaten für das Höhenruder jeweils ein eigenes Signal für das linke sowie das rechte Ruder vorlieg, im Falle es Querruders sogar zwei je Seite. Im betrachteten Bereich sind diese Signale jedoch zu jedem Zeitpunkt gleich, weshalb die Verwendung eines Verlaufs je Steuerruder ausreicht.

	••			
Tabelle 3.1	<ul> <li>Ubersicht.</li> </ul>	über die	verwendeten	Messgrößen

	Längsl	pewegung	Seitenbewegung								
Größe	Messsignal	Datei	Größe	Messsignal	Datei						
$\alpha$	Alpha	vectoflow_airdata	$\overline{r}$	yawspeed	vehicle_attitude						
q	pitchspeed	$vehicle\_attitude$	$\beta$	Beta	vectoflow_airdata						
$V_A$	VMag	$vectoflow\_airdata$	p	rollspeed	$vehicle\_attitude$						
$\gamma$	vx, vz	vehicle_local_position	$\phi$	Phi	vectoflow_airdata						
$\eta$	$elevator\_l$	$actuator\_controls$	ξ	$aileron\_inner\_l$	$actuator\_controls$						
$\delta_F$	thrust	$actuator\_controls$	ζ	rudder	$actuator\_controls$						

Die vorliegenden Messdaten umfassen einen großen Zeitbereich von Start bis Landung. Für die Systemidentifikation wurde nur der Abschnitt berücksichtigt, in dem das Flugzeug Platzrunden fliegt. Dies entspricht im originalen Datensatz in etwa der Zeit zwischen 910s und 2225s. Abb. 3.1 zeigt den Flug und den entsprechenden Ausschnitt.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Berechnet man den Bahnwinkel auf diese Weise, nimmt er genau wie der Nickwinkel nie Werte kleiner 0 an. Lediglich der Anstellwinkel bewegt sich sowohl im positiven als auch im negativen Bereich.



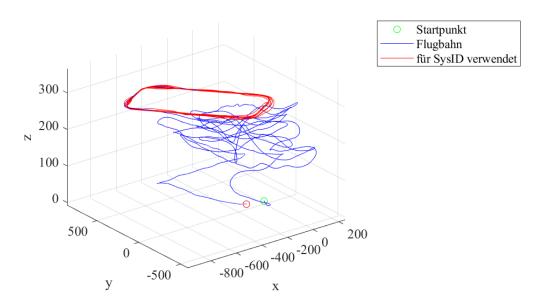


Abbildung 3.1 – Visualisierung der Flugbahn

## 3.2 Trimmpunkt

In Abb. 3.2 ist beispielhaft der zeitliche Verlauf der Anströmgeschwindigkeit dargestellt. Es zeigen sich insgesamt acht stationären Bereiche, die als Trimmpunkt für eine Modellierung dienen könnten. In den nachfolgenden Systemidentifikationen soll jeweils der erste Punkt (TP 1) als Grundlage dienen. Dazu werden alle Zustands- und Steuergrößen über den Bereich TP 1 gemittelt und diese Mittelwerte als Trimmwerte  $x_0$  und  $u_0$  verwendet. Damit lassen sich die Abweichungen vom Trimmpunkt berechnen:

$$\Delta x(t) = x(t) - x_0$$
  

$$\Delta u(t) = u(t) - u_0$$
(3.2)

Eine Ausnahme bilden hier die Drehraten p, q und r, bei denen keine Differenz zum Trimmwert gebildet werden muss.

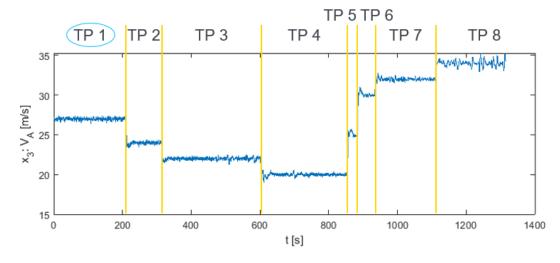


Abbildung 3.2 – zeitlicher Verlauf der Anströmgeschwindigkeit mit den stationären Bereichen

## 3.3 Interpolation

Die Rohdaten werden von mehreren Sensoren mit unterschiedlichen Abtastraten geliefert. Da die Identifikationsalgorithmen die Werte zu diskreten Zeitpunkten benötigen, ist es notwendig, einen einheitlichen Zeitvektor mit zugehörigen Eingangs- und Zustandsvektoren zu generieren. Außerdem wird eine konstante Schrittweite gefordert.

Die Abtastrate dieses Zeitvektors ist wichtig, da die Dimension des Optimierungsproblems und damit der Rechenaufwand mit feinerer Diskretisierung steigt (im Zeitbereich). In dieser Arbeit wird der Zeitvektor des

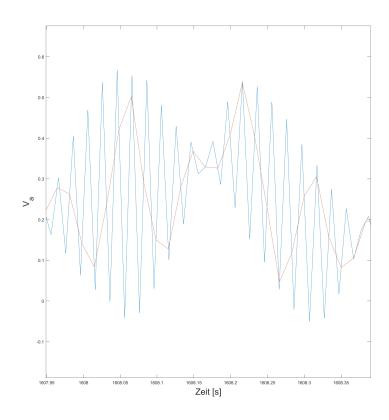


Abbildung 3.3 - Beispiel Interpolation

## 3.4 Filterung

Verrauschte Messdaten stellen für die Systemidentifikation eine Herausforderung dar. Numerische Ableitungen aus verrauschten Daten liefern in vielen Fällen keine sinnvolle Aussage. Neben aufwändigeren Ableitungsregeln bietet sich eine vorangehende Filterung der Daten an.

Das Vorwärts-Rückwärtsfilter bietet den Vorteil, dass keine Phasenverschiebung auftritt. Gerade wenn nur einzelne Signalteile gefiltert werden, beispielsweise nur der Eingang, ist diese Eigenschaft unerlässlich. Der Nachteil ist, dass das Filter nicht in Echtzeit verwendet werden kann, da immer die vollständige Datenreihe vorliegen muss. Für eine Systemidentifikation ist dies jedoch keine praktische Einschränkung.

In Abb. 3.4 sind die Auswirkungen einer reinen Vorwärts- und einer Vorwärts-Rückwärtsfilterung auf die Phase gut zu sehen.

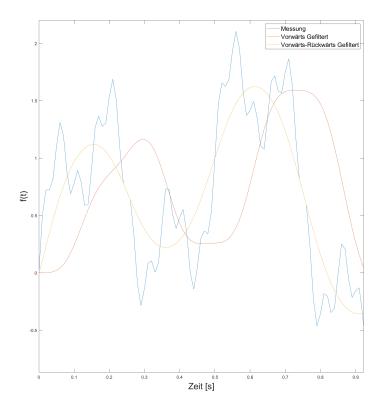


Abbildung 3.4 – Beispiel Filterung

#### 3.4.1 Ablauf

Für das Filter wird eine Übertragungsfunktion f(s) auf die Messdaten vorwärts angewandt, die Messdaten umgekehrt und die selbe Übertragungsfunktion noch einmal verwendet. In Matlab ist dies in der Funktion filtfilt() bereits implementiert.

#### 3.4.2 Wahl der Filterübertragungsfunktion

Es wurde ein quadriertes PT2-Glied gewählt, da so die Eckfrequenz direkt eingestellt werden kann. Die Eckfrequenz wurde zu 20 Hz gewählt, damit das Rauschen unterdrückt wird, aber keine Information verloren geht.

Mit

$$\omega_{filt} = 2 \cdot \pi \cdot f_{eck} = 2 \cdot \pi \cdot 20 \,\text{Hz} \tag{3.3}$$

und der Dämpfung

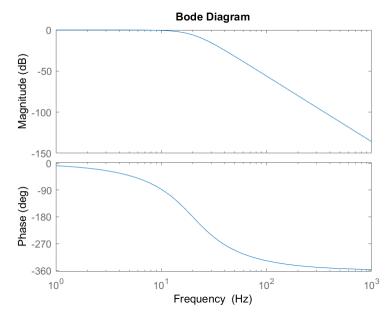
$$\zeta_{filt} = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{3.4}$$

ergibt sich die Übertragungsfunktion zu:

$$f(s) = \left(\frac{\omega_{filt}^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta_{filt} \cdot \omega_{filt} + \omega_{filt}^2}\right)^2$$
(3.5)



Im Bodediagramm, Abb. 3.5, sind Amplituden- und Frequenzgang der Filterfunktion zu sehen.



 ${\bf Abbildung~3.5}$  – Bodediagramm der Filterfunktion aus Gleichung (3.5)

# 4 Systemidentifikation im Zeitbereich

# 5 Systemidentifikation im Frequenzbereich

Neben der Systemidentifikation im Zeitbereich ist es möglich die Parameterschätzung auch im Frequenzbereich durchzuführen. Die Analyse im Frequenzbereich bringt einige Vorteile mit sich, die im weiteren Verlauf dieser Dokumentation genauer beleuchtet werden. Die Grundlage der Frequenzanalyse ist die Fouriertransformation der gemessenen Daten vom Zeitbereich in den Frequenzbereich. Ausgehend von den transformierten Messwerten wird im Folgenden genauer auf die Idee der Output Error-Methode und auf den Algorithmus zur Lösung des Schätzproblems eingegangen. Zum Schluss werden die Ergebnisse bewertet und der Blick auf mögliche Verbesserungen und andere Methoden gerichtet.

#### 5.1 Fourier-Transformation

Die Grundlage für die Arbeit im Frequenzbereich bildet die Fourier-Transformation [1], mit der ein Verlauf im Zeitbereich in den Frequenzbereich transformiert werden kann. Dafür wird der diskrete Fast Fourier Transform-Algorithmus verwendet, welcher in Matlab bereits als fft() integriert ist. Das Fourier-transformierte Zustandsraummodell ergibt sich wie folgt [4]:

$$j\omega_{k}\tilde{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(k)$$
$$\tilde{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{D}\tilde{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{G}(k,\theta)\tilde{\mathbf{u}}(k)$$
mit  $\mathbf{G}(k,\theta) = \mathbf{C}(j\omega_{k}\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}$  (5.1)

Hier bezeichnen  $\tilde{x}$ ,  $\tilde{u}$  und  $\tilde{y}$  die Fourier-Transformation des Zustands-, Steuer bzw. Ausgangsvektors.  $\omega_k = 2\pi f_k = 2\pi k/T$  ist die Kreisfrequenz und  $\mathbf{G}(k,\theta)$  die Übertragungsfunktion einer Frequenz  $f_k$  abhängig vom Parametervektor  $\theta$ .

## 5.2 Output Error-Methode

Die Idee der Output Error-Methode (OEM) liegt in der Art der Fehlerbetrachtung. Es wird dabei der Fehler, der durch die mathematische Modellbildung entsteht, vernachlässigt. Das dynamische System wird als deterministisch angenommen. Unsicherheiten entstehen nur durch fehlerhafte und verrauschte Messungen. Ausgangspunkt der OEM ist das transformierte Zustandsraummodell (5.1). Im vorliegenden Fall entspricht der Ausgangsvektor  $\tilde{\mathbf{y}}$  dem Zustandsvektor  $\tilde{\mathbf{x}}$ . Die Matrizen  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{D}$  nehmen also folgende Gestalt an:

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{0}$$
(5.2)

Da der Zustandsvektor gleichzeitig der gemessene Zustand ist, kann der *Output Error* folgendermaßen formuliert werden:

$$\tilde{\nu}(k,\theta) = \tilde{\mathbf{z}}(k) - \tilde{\mathbf{y}}(k,\theta) = \tilde{\mathbf{z}}(k) - \mathbf{G}(k,\theta)\tilde{\mathbf{u}}(k)$$
(5.3)

 $\tilde{\mathbf{z}}$  entspricht dabei dem gemessenen Zustand, der zusammen mit dem Messrauschen aus dem übertragenen Zustand  $\tilde{\mathbf{y}}$  entsteht. Der übertragene Zustand kann aus den Steuergrößen  $\tilde{\mathbf{u}}$  durch



Multiplikation mit der Übertragungsmatrix  $\mathbf{G}(\theta)$  berechnet werden. Die Übertagungsmatrix ist, wie in Gleichung (5.1) gezeigt, abhängig vom zugrunde liegenden Modell und von den zu schätzenden Parametern  $\theta$ . Diese sind die Einträge der Matrizen des Zustandsraummodells. Das Ziel der Methode ist nun, den Ausgangsvektor, der aus dem Modell und seinen Parametern folgt, dem gemessenen Zustand möglichst gut anzunähern. Mathematisch bedeutet das, dass das Minimum einer Kostenfunktion gefunden werden soll. Die Kostenfunktion der OEM ist nach Klein und Morelli [4] die negative Log-Likelihood-Funktion mithilfe des Ansatzes des Ausgangsfehlers (5.3):

$$J(\theta) = N \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{\nu}^H(k, \theta) \mathbf{S}_{\nu\nu}^{-1} \tilde{\nu}(k, \theta) + N \ln|\mathbf{S}_{\nu\nu}|$$
 (5.4)

Die Matrix  $S_{\nu\nu}$  gewichtet die Messfehler der einzelnen Steuergrößen auf die Zustandsgrößen. Wie bereits beschrieben, geht es nun darum das Minimum dieser Kostenfunktion zu finden. Wir suchen also die Nullstelle ihrer Ableitung. Einer der wichtigsten Algorithmen zur Bestimmung von Nullstellen (nicht)-linearer Funktionen sowohl bei Eingrößenproblemen als auch bei Mehrgrößenproblemen ist der iterative Newton-Raphson-Algorithmus. Dabei wird die Nullstelle mithilfe der Richtung der Tangentensteigung iterativ angenähert. Das Problem lässt sich folgendermaßen beschreiben:

Gesucht ist die Nullstelle s einer Funktion f(x) mit f(s) = 0 für x = s.  $\overline{x}$  sei ein Punkt in der Umgebung der Nullstelle.

Stellt man nun eine Taylor-Reihe um  $\overline{x}$  auf und vernachlässigt die Terme höherer Ordnung, erhält man die Iterationsvorschrift des Newton-Raphson-Verfahrens:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$
 für  $i = 0, 1, 2...$  (5.5)

Diese Vorschrift lässt sich umformulieren für einen mehrdimensionalen Funktionsvektor F:

$$\underbrace{\begin{pmatrix}
\frac{\delta f_1}{\delta x_1} & \frac{\delta f_1}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta f_1}{\delta x_n} \\
\frac{\delta f_2}{\delta x_1} & \frac{\delta f_2}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta f_2}{\delta x_n} \\
\dots & \dots & \dots & \dots \\
\frac{\delta f_n}{\delta x_1} & \frac{\delta f_n}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta f_n}{\delta x_n}
\end{pmatrix}^{i}}_{\mathbf{J}^{i}} \underbrace{\begin{pmatrix}
\Delta x_1 \\
\Delta x_2 \\
\dots \\
\Delta x_n
\end{pmatrix}}_{\Delta \mathbf{X}^{i+1}} = - \underbrace{\begin{pmatrix}
f_1 \\
f_2 \\
\dots \\
f_n
\end{pmatrix}}_{\mathbf{F}^{i}}$$

$$(5.6)$$

Da wir das Miminum der Kostenfunktion suchen ist unser Funktionsvektor die Ableitung der Kostenfunktion nach den einzelnen zu schätzenden Parametern.

$$F = \frac{\delta J}{\delta \theta} \tag{5.7}$$

Wir suchen die Nullstelle dieser Funktion. Mithilfe von Gleichung (5.6) können wir die Vorschrift für unser Problem umschreiben:

$$\Delta \theta^{i+1} = -\left( \left[ \frac{\delta^2 J}{\delta \theta \delta \theta^{\mathbf{T}}} \right]^{-1} \right)^i \cdot \left( \frac{\delta J}{\delta \theta} \right)^i$$

$$\theta^{i+1} = \theta^i + \Delta \theta^{i+1}$$
(5.8)



In jedem Iterationsschritt muss also ein lineares Gleichungssystem gelöst werden. Das größte Problem bei der Implementierung des Algorithmus ist die Berechnung der Ableitungen und der Hesse-Matrix in jedem Iterationsschritt. Diese können bei vielen zu schätzenden Parametern schnell sehr kompliziert werden. Da die Kostenfunktion als Summe über alle Frequenzen berechnet wird (siehe Gleichung (5.4)), gilt dies auch für die Ableitungen. Dadurch wird zusätzliche Rechenzeit beansprucht. Der Algorithmus ist in Abbildung 5.1 nochmals übersichtlich dargestellt.

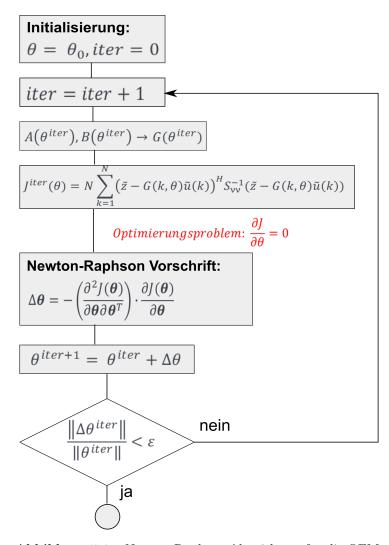


Abbildung 5.1 – Newton-Raphson Algorithmus für die OEM.

#### 5.3 Vor- und Nachteile

Wie bereits erwähnt werden bei der Systemidentifikation im Frequenzbereich fouriertransformierte Signalverläufe betrachtet. Ein großer Vorteil besteht nun darin, dass die in der Identifikation berücksichtigten Frequenzpunkte frei gewählt werden können. Dies ist von Vorteil, wenn im Vorhinein bereits bekannt ist, welche Frequenzen für das Modell eine wichtige Rolle spielen. Auch wenn die Berechnungen im Algorithmus durchaus sehr aufwändig werden können, so ist der Rechenaufwand unabhängig von der Länge des betrachteten Zeitraums bzw. der Anzahl der Datenpunkte im Zeitbereich.



Darüberhinaus lässt sich ein physikalisches Verständnis des Systems im Frequenzbereich gewinnen, was für viele Anwendungen sehr hilfreich sein kann. Im Reglerentwurf beispielsweise sind Frequenzverläufe von großer Wichtigkeit.

Ein schwerwiegender Nachteil ist die Notwendigkeit eines passenden Eingangssignals zum Erreichen einer guten Identifikation. Als Beispiel sei ein Frequency Sweep, auch Chirp-Signal genannt, bei welchem eine Schwingung mit steigender Frequenz auf eine Steuerung gegeben wird. Mit solchen passenden Steuerungen ist mit deutlich besseren Identifikationsergebnissen zu rechnen.

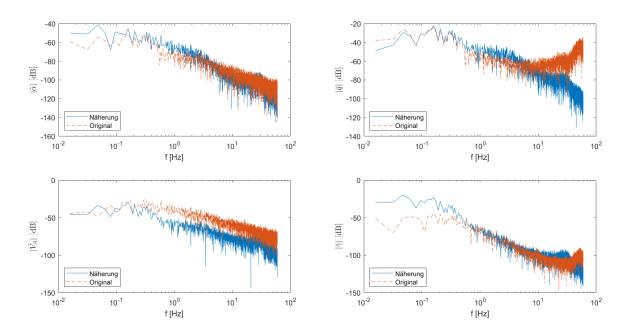
Die Bestimmung der einfachen und zweifachen Ableitungen für die Jacobi- und Hesse-Matrizen ist sehr aufwändig. In diesem Projekt wurde deshalb auf die Möglichkeit des symbolischen Rechnens in Matlab zurückgegriffen. Trotdzem bleibt dies ein Nachteil.

Schließlich bleibt noch die Berücksichtigung des Abtasttheorems nach Shannon ein wichtiger Punkt, um Frequenzverfälschungen zu vermeiden [3]. Demzufolge muss die Abtastfrequenz mehr als doppelt so groß sein wie die größte Frequenz im Signal. Dies stellte sich bei den vorliegenden Daten jedoch nicht als Problem heraus.

### 5.4 Ergebnisse

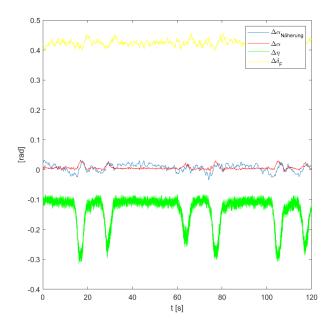
Abschließend will das folgende Kapitel noch einen kurzen Einblick in die Ergebnisse der Parameterschätzung im Frequenzbereich geben. In Abbildung 5.2 sind sowohl die geschätzten Frequenzverläufe als auch die originalen Frequenzverläufe dargestellt. Beim Blick auf die originalen Daten (in Rot dargestellt) fällt der erwartete Trend ins Auge. Die Übertragung findet hauptsächlich im Bereich niedriger Frequenzen statt. Die Verläufe knicken für große Frequenzen ab. Ausnahme ist die Nickrate q. Da wir allerdings nur die Bewegung während der Platzrunde betrachten liegt q nahe bei 0 und wird hauptsächlich vom Messrauschen bestimmt. Dies könnte den Anstieg bei hohen Frequenzen erklären. Um ein besserer Bild vom Übertragungsverhalten von q zu bekommen müsste beispielsweiße im Bereich der Anstellwinkelschwingung geflogen werden. Aus dem Newton-Raphson Algorithmus erhält man eine Abschätzung des Parametervektors  $\theta$  und damit auch eine Abschätzung der Übertragungsmatrix  $G(\theta)$ . Mithilfe von  $G(\theta)$ und den gemessenen Steuergrößen lässt sich ein geschätzter Frequenzverlauf der Zustandsgrößen berechnen. Dieser ist ebenfalls in Abb. 5.2 eingezeichnet. Es zeigt sich, dass die Frequenzverläufe im Allgemeinen gut getroffen werden. Teilweise werden Ausschläge sogar exakt getroffen (siehe Verlauf von q im niedrigen Frequenzbereich). Das häufigstes Problem, das wir beobachten konnten, war allerdings das Überschätzen bzw. Unterschätzen der Ausgangsverläufe. Deutlich zu sehen ist das im Verlauf der Geschwindigkeit  $V_A$ . Ein Grund könnten die unterschiedlichen Größenordnungen der Zustandsgrößen sein. Dies würde erklären warum die Geschwindigkeit, mit der größten nominellen Abweichung vom Trimmpunkt, unterschätzt wird. Eine Normalisierung der Zustandsgrößen wäre deshalb ein möglicher Ansatz zur Verbesserung der Ergebnisse (siehe Kapitel 6).

Exemplarisch wurde der Frequenzverlauf des Anstellwinkels  $\alpha$  wieder in den Zeitbereich zurück transformiert. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Zusätzlich sind die Steuerverläufe von Elevator und Schub aufgetragen. Es ist gut zu erkennen das sogar die Ausschläge im Anstellwinkel abgeschätzt werden und der geschätzte Verlauf ein brauchbares Ergebnis liefert. Weniger realistisch sind allerdings die geschätzten Matrizen des Zustandsraummodells A und B. Auch die Verläufe der anderen Größen werden nicht ganz so gut angenähert. Das Problem könnte hier bereits vor der Anwendung des Algorithmus liegen. Die gegebenen Flugdaten sind speziell für ein Schätzverfahren im Frequenzbereich unzureichend. Es ist vor allem interessant in welchem Frequenzbereich ein Steuereingang auf die Zustandsgrößen übertragen



**Abbildung 5.2** – Frequenzverläufe der vier Zustandsgrößen der Längsbewegung. In Rot sind die Frequenzverläufe der Messdaten und in Blau die Frequenzverläufe des geschätzten Modells dargestellt.

wird. Dies erkennt man dann wenn die Frequenzen beipsielsweise in einem Frequency Sweep abgeflogen werden. Dies wäre eine mögliche Erklärung für die weniger guten Ergebnisse einiger Abschätzungen.



**Abbildung 5.3** – Zeitverlauf der Steuergrößen und der Zustandsgröße  $\alpha$ .

# 6 Zusammenfassung und Ausblick

Abschließend lässt sich sagen, dass die Datenvorbereitung ein sehr wichtiger und auch zeitintensiver Teil der gesamten Arbeit war. Die richtigen Messsignale aus der Fülle an Originaldaten zu finden und auf Plausibilität zu prüfen legt den Grundstein für alle weiteren Schritte. Schwierig ist außerdem die Auswahl eines geeigneten Zeitbereichs zur Identifikation.

Das LSQ-Verfahren im Zeitbereich ließerte keine sonderlich guten Ergebnisse. Deutlich bessere Approximationen der Messdaten ließen sich mit dem Matrix-LSQ-Verfahren erreichen. Dieses stellte sich als sehr schnell und vergleichsweise einfach in der Implementierung heraus. Aus flugmechanischer Sicht sind allerdings Einbußen in den bestimmten Parametern hinzunehmen, da sich keine Vorgaben bzgl. der bereits bekannten Einträge in der System- und Steuermatrix treffen lassen.

Es zeigte sich, dass der Flug in den Platzrunden weniger geeignet für eine Identifikatition im Frequenzbereich ist. Der Verlauf des Steuersignals ist hier von großer Relevanz, bestimmte Manöver, wie ein Frequency Sweep, sollten hier zu deutlich besseren Ergebissen führen. Nichtsdestotrotz konnten bestimmte Zustandsgrößen angenähert werden. Der Implementierungsaufwand für die Output Error-Methode ist deutlich höher verglichen mit den Zeitbereich-Verfahren; die symbolische Berechnung der sehr länglichen Ableitungen in Matlab ermöglichte überhaupt erst eine sinnvolle Anwendung.

An dieser Stelle sei erneut erwähnt, dass in der vorliegenden Arbeit lediglich der Platzrundenflug berücksichtigt wurde. In den restlichen Flugdaten steckt aber womöglich ebenso Potenzial zur Bestimmung des flugmechanischen Modells, vor allem, wenn sich noch passende Manöver (z.B. Anregung der Eigenschwingung des Flugzeugs) finden lassen. Als nächster Schritt bietet sich also eine genaue Untersuchung des bisher vernachlässigten Flugs an.

Möglichkeiten zur Verfeinerung und Optimierung der Identifikation selbst gibt es viele. An erster Stelle bietet sich eine Normalisierung der Signale an, d.h. eine Skalierung mit den Maximalwerten eines jeden Verlaufs, sodass die Werte danach in der gleichen Größenordnung liegen. Dies ist sonst nicht der Fall, die Geschwindigkeit erreicht weit höhere Absolutwerte als alle anderen Zustände, was in den verwendeten Algorithmen einer stärkeren Gewichtung des Geschwindigkeitssignalls entspricht. Eine Gewichtung ließe sich aber außerdem bewusst vornehmen und damit der Fokus speziell auf wichtige Größen legen. Weiterhin könnten die zugrundeliegenden Modelle vereinfacht werden. In der Längsbewegung würde das bedeuten, zwei reduzierte Modelle für die Anstellwinkelschwingung einerseits und die Phygoide andererseits zu erstellen und die Identifikationen getrennt durchzuführen.

Weit aufwändiger, aber auch sehr vielversprechend, ist eine Identifikation im Zeitbereich mit einem nichtlinearen Modell.

Im Frequenzbereich wurde mit der *Output Error*-Methode nur der Fehler im gemessenen Signal berücksichtigt. Alternativ wäre hier eine Betrachtung des Modellfehlers bei gleichzeitiger Vernachlässigung des Messfehlers möglich, wie es die *Equation Error*-Methode vorsieht. Zu guter Letzt lassen sich diese beiden Methoden auch kombinieren.

Infos ergänzen

# Literaturverzeichnis

- [1] Bendat, J. S.; Piersol, A. G.: Random Data: Analysis and Measurement Procedures. John Wiley Sons, Inc., 1986. ISBN 0-471-04000-2
- [2] Fichter, W.; Grimm, W.: Flugmechanik. 2009
- [3] Grimm, W.: Skriptum Digitale Regelung und Filterung. 2017
- [4] Klein, V.; Morelli, E. A.: Aircraft System Identification. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA, 2006. ISBN 1–56347–832–3