

## **Aerobotics-Seminar Moonshot-Aufgabe**

# **Systemidentifikation: Schätzung der Parameter flugmechanischer Modelle aus Flugmessdaten**

**Autoren: Gruppe 02**  
**Calvin Ebert**  
**Adam Ghribi**  
**Florian Gschwandtner**  
**Fabrizio Turco**

**Datum: 06.08.2021**

## Liste der noch zu erledigenden Punkte

Abbildung: Tabelle mit Zustands- und Steuergrößen einfügen . . . . .	6
Zeiten einfügen . . . . .	6
Abschnitt schreiben: Interpolation . . . . .	7
Abbildung: Bild von Fourier-Trafo . . . . .	11
durch = zusammen mit dem . . . . .	12
Svv kurz in ein zwei Sätzen erklären . . . . .	12

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Modelle</b>	<b>5</b>
2.1	Längsbewegung . . . . .	5
2.2	Seitenbewegung . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Vorbereitung der Daten</b>	<b>6</b>
3.1	Ermittlung der relevanten Signale . . . . .	6
3.2	Trimpunkt . . . . .	6
3.3	Interpolation . . . . .	7
3.4	Filterung . . . . .	7
3.4.1	Ablauf . . . . .	8
3.4.2	Wahl der Filterübertragungsfunktion . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Systemidentifikation im Zeitbereich</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Systemidentifikation im Frequenzbereich</b>	<b>11</b>
5.1	Fouriertransformation . . . . .	11
5.2	<i>Output Error</i> -Methode . . . . .	11
5.3	Ergebnisse . . . . .	13
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>14</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>14</b>

# **1 Einleitung**

## 2 Modelle

Im folgenden Abschnitt werden die der durchgeführten Systemidentifikationen zugrundeliegenden Modelle beschrieben, deren Beiwerte zu bestimmen sind. Es handelt sich dabei um die bekannten linearisierten Modelle der Längs- und Seitenbewegung mit den folgenden Annahmen [1]:

- Linearisierung um den symmetrischen Horizontalflug ( $\gamma_0 = 0$ )
- kein Auftrieb durch Nickrate ( $Z_q = 0$ )
- keine Querkraft durch Roll- oder Gierdrehrate ( $Y_p = Y_r = 0$ )
- keine Querkraft durch Querruder ( $Y_\xi$ )
- kein Wind ( $\Delta\gamma = \Delta\theta - \Delta\alpha$ )
- horizontal eingebautes Triebwerk ( $i_F = 0$ )

Die Dynamiken können deshalb entkoppelt behandelt werden, was eine getrennte Identifikation der Längs- bzw. Seitenbewegung ermöglicht.

### 2.1 Längsbewegung

Der Zustand der Längsbewegung setzt sich zusammen aus dem Anstellwinkel  $\alpha$ , der Nickrate  $q$ , der Anströmgeschwindigkeit  $V_A$  und dem Bahnwinkel  $\gamma$ . Die zugehörigen Steuerungen umfassen den Höhenruderausschlag  $\eta$  und den Schubdrosselgrad  $\delta_F$ . Bis auf die Nickrate werden alle Größen als Abweichungen (Delta-Größen) vom jeweiligen Trimpunkt (gekennzeichnet durch den Index "0") beschrieben. Es ergibt sich folgendes Modell:

$$\begin{pmatrix} \Delta\dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \Delta\dot{V}_A \\ \Delta\dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Z_\alpha}{V_0} & 1 & \frac{Z_V}{V_0} & 0 \\ M_\alpha & M_q & M_V & 0 \\ X_\alpha & 0 & X_V & -g \\ -\frac{Z_\alpha}{V_0} & 0 & -\frac{Z_V}{V_0} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta\alpha \\ q \\ \Delta V_A \\ \Delta\gamma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{Z_\eta}{V_0} & -\frac{X_{\delta F}}{V_0} \sin(\alpha_0) \\ M_\eta & M_{\delta F} \\ X_\eta & X_{\delta F} \cos(\alpha_0) \\ -\frac{Z_\eta}{V_0} & \frac{X_{\delta F}}{V_0} \sin(\alpha_0) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta\eta \\ \Delta\delta_F \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

### 2.2 Seitenbewegung

Das Modell der Seitenbewegung wird mit dem absoluten Zustand aufgestellt. Dies ist möglich, da es sich bei  $p$  und  $r$  um Drehraten handelt. Außerdem sind die Trimmwerte für den Schiebewinkel und Rollwinkel sowie für die Steuereingaben jeweils 0:

$$\begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_r & N_\beta & N_p & 0 \\ -1 & \frac{Y_\zeta}{V_0} & 0 & \frac{g}{V_0} \\ L_r & L_\beta & L_p & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r \\ \beta \\ p \\ \phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_\xi & N_\zeta \\ 0 & \frac{Y_\zeta}{V_0} \\ L_\xi & L_\zeta \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi \\ \zeta \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

## 3 Vorbereitung der Daten

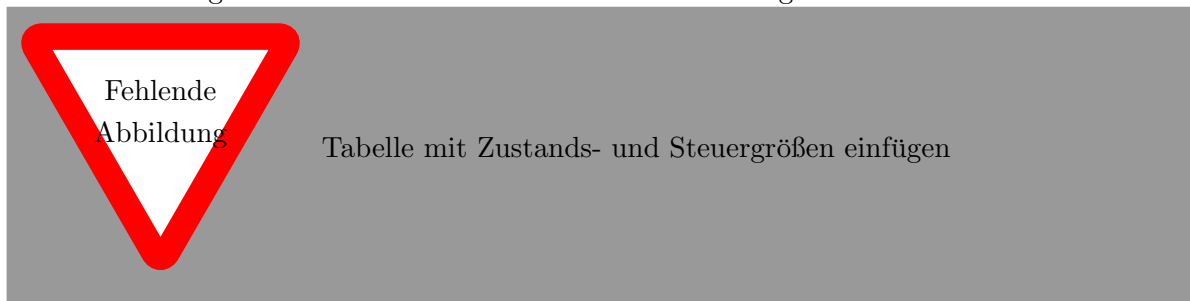
Aus den Flugversuchen des e-Genius 1:3 liegt eine Fülle von Messdaten in verschiedenen .csv-Dateien vor. Im folgenden Kapitel wird erklärt, wie diese vorbereitet werden, um sie für die anschließende Systemidentifikation zu verwenden.

### 3.1 Ermittlung der relevanten Signale

Für die weitere Verarbeitung ist es zunächst nötig, aus den gegebenen Messdaten die relevanten Signalverläufe auszuwählen bzw. zu berechnen. Die meisten Zustandsgrößen können direkt aus den Messdaten verwendet werden, einzig der Bahnwinkel  $\gamma$  muss explizit berechnet werden. Die Bestimmung über die Beziehung  $\gamma = \theta - \alpha$  liefert dabei aufgrund eines unplausiblen Verlaufs des Nickwinkels  $\theta$  kein sinnvolles Ergebnis.<sup>1</sup> Stattdessen wird der Bahnwinkel über Gleichung (3.1) berechnet, in welcher die Bahngeschwindigkeit mit der Anströmgeschwindigkeit gleichgesetzt wird (kein Wind).

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{\dot{h}}{V}\right) = \arcsin\left(\frac{\dot{h}}{V_A}\right) \quad (3.1)$$

Tabelle ?? zeigt eine Übersicht über die verwendeten Messgrößen.



Die vorliegenden Messdaten umfassen einen großen Zeitbereich von Start bis Landung. Für die Systemidentifikation wurde nur der Abschnitt berücksichtigt, in dem das Flugzeug Platzrunden fliegt. Dies entspricht im originalen Datensatz in etwa der Zeit zwischen 0s und 0s.

Zeiten  
einfügen

### 3.2 Trimpunkt

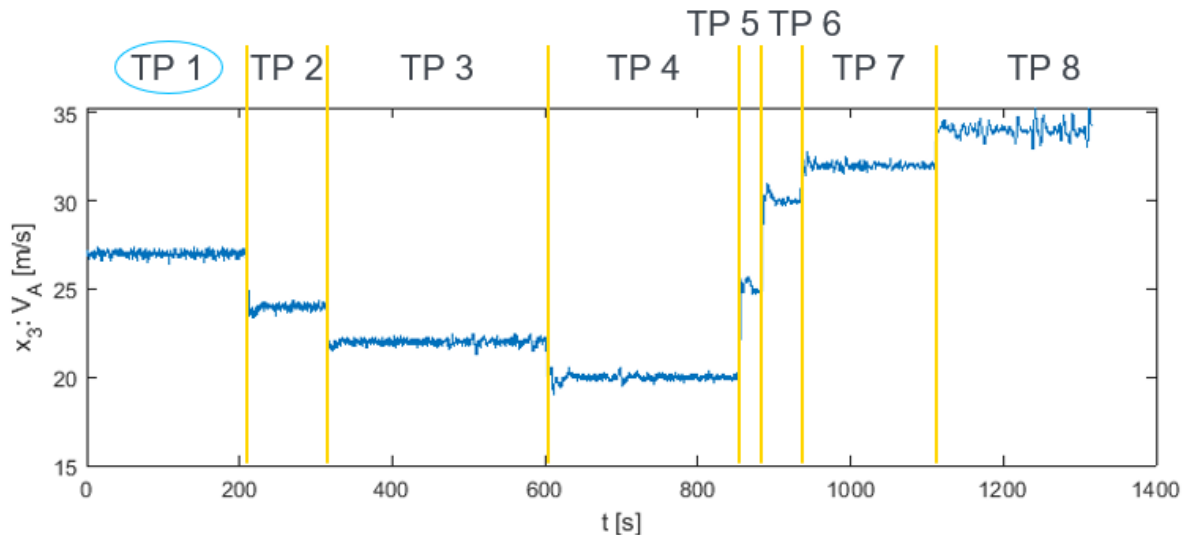
In Abb. 3.1 ist beispielhaft der zeitliche Verlauf der Anströmgeschwindigkeit dargestellt. Es zeigen sich insgesamt acht stationären Bereiche, die als Trimpunkt für eine Modellierung dienen könnten. In den nachfolgenden Systemidentifikationen soll jeweils der erste Punkt (TP 1) als Grundlage dienen. Dazu werden alle Zustands- und Steuergrößen über den Bereich TP 1 gemittelt und diese Mittelwerte als Trimmwerte  $x_0$  und  $u_0$  verwendet. Damit lassen sich die

<sup>1</sup>Berechnet man den Bahnwinkel auf diese Weise, nimmt er genau wie der Nickwinkel nie Werte unter 0 an. Lediglich der Anstellwinkel bewegt sich sowohl im positiven als auch im negativen Bereich.

Abweichungen vom Trimpunkt berechnen:

$$\begin{aligned}\Delta x(t) &= x(t) - x_0 \\ \Delta u(t) &= u(t) - u_0\end{aligned}\quad (3.2)$$

Eine Ausnahme bilden hier die Drehraten  $p$ ,  $q$  und  $r$ , bei denen keine Differenz zum Trimmwert gebildet werden muss.



Abbildungung 3.1: zeitlicher Verlauf der Anströmgeschwindigkeit mit den stationären Bereichen

### 3.3 Interpolation

#### Abschnitt schreiben: Interpolation

Die Rohdaten werden von mehreren Sensoren mit unterschiedlichen Abtastraten geliefert. Da die Identifikationsalgorithmen die Werte zu diskreten Zeitpunkten benötigen, ist es notwendig, einen einheitlichen Zeitvektor mit zugehörigen Eingangs- und Zustandsvektoren zu generieren. Außerdem wird eine konstante Schrittweite gefordert.

Die Abtastrate dieses Zeitvektors ist wichtig, da die Dimension des Optimierungsproblems (im Zeitbereich) und damit der Rechenaufwand mit feinerer Diskretisierung steigt. In dieser Arbeit wird der Zeitvektor des

### 3.4 Filterung

Verrauschte Messdaten stellen für die Systemidentifikation eine Herausforderung dar. Numerische Ableitungen aus verrauschten Daten liefern in vielen Fällen keine sinnvolle Aussage. Neben aufwändigeren Ableitungsregeln bietet sich eine vorangehende Filterung der Daten an.

Das Vorwärts-Rückwärtsfilter bietet den Vorteil, dass keine Phasenverschiebung auftritt. Gerade wenn nur einzelne Signale gefiltert werden, beispielsweise nur der Eingang, ist diese Eigenschaft unerlässlich. Der Nachteil ist, dass das Filter nicht in Echtzeit verwendet werden kann, da immer die vollständige Datenreihe vorliegen muss. Für eine Systemidentifikation ist dies jedoch keine praktische Einschränkung.

In Abb. 3.3 ist die Auswirkung einer reinen Vorwärts und einer Vorwärts-Rückwärtsfilterung auf die Phase gut zu sehen.

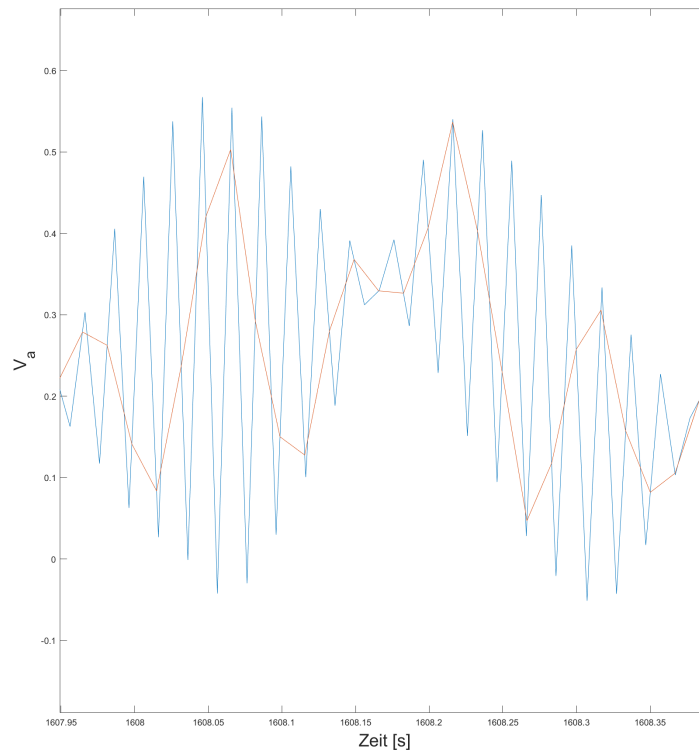


Abbildung 3.2: Beispiel Interpolation

### 3.4.1 Ablauf

Für das Filter wird eine Übertragungsfunktion  $f(s)$  auf die Messdaten vorwärts angewandt, die Messdaten umgekehrt und die selbe Übertragungsfunktion noch einmal verwendet. In Matlab ist dies in der Funktion `filtfilt()` bereits implementiert.

### 3.4.2 Wahl der Filterübertragungsfunktion

Es wurde ein quadriertes PT2-Glied gewählt, da so die Eckfrequenz direkt eingestellt werden kann. Die Eckfrequenz wurde zu 20 Hz gewählt, damit das Rauschen unterdrückt wird, aber keine Information verloren geht.

Mit

$$\omega_{filt} = 2 \cdot \pi \cdot f_{eck} = 2 \cdot \pi \cdot 20 \text{ Hz} \quad (3.3)$$

und

$$\zeta_{filt} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.4)$$

ergibt sich die Übertragungsfunktion zu:

$$f(s) = \left( \frac{\omega_{filt}^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta_{filt} \cdot \omega_{filt} \cdot s + \omega_{filt}^2} \right)^2 \quad (3.5)$$



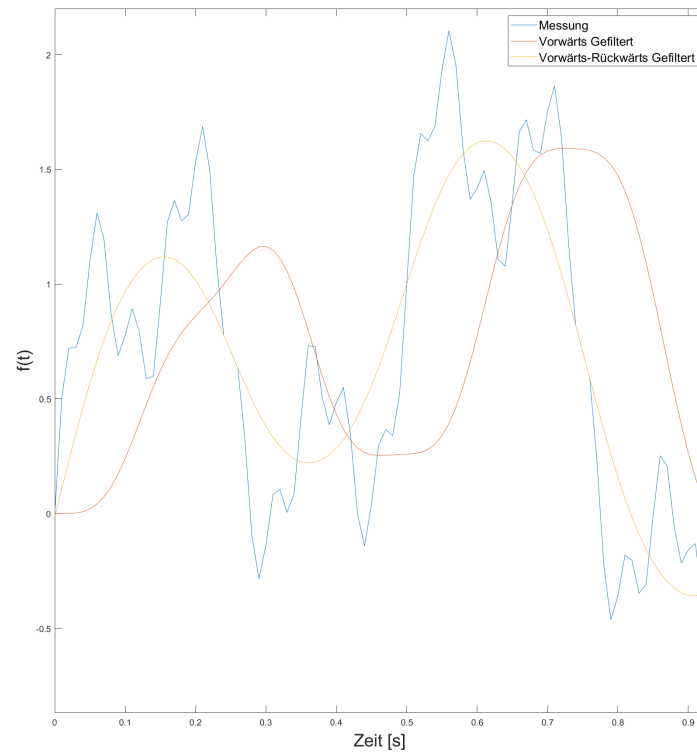


Abbildung 3.3: Beispiel Filterung

Im Bodediagramm, Abb. 3.4, sind Amplituden- und Frequenzgang der Filterfunktion zu sehen.

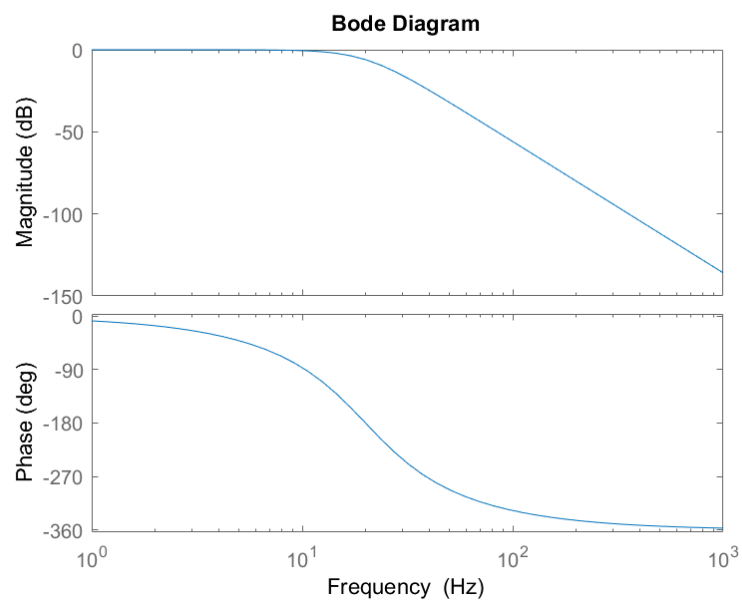


Abbildung 3.4: Bodeplot Filterfunktion Gl. 3.5

## **4 Systemidentifikation im Zeitbereich**

## 5 Systemidentifikation im Frequenzbereich

Neben der Systemidentifikation im Zeitbereich ist es möglich die Parameterschätzung auch im Frequenzbereich durchzuführen. Die Analyse im Frequenzbereich bringt einige Vorteile mit sich, die im weiteren Verlauf dieser Dokumentation genauer beleuchtet werden. Die Grundlage der Frequenzanalyse ist die Fouriertransformation der gemessenen Daten vom Zeitbereich in den Frequenzbereich. Ausgehend von den transformierten Messwerten wird im Folgenden genauer auf die Idee der *Output Error*-Methode und auf den Algorithmus zur Lösung des Schätzproblems eingegangen. Zum Schluss werden die Ergebnisse bewertet und der Blick auf mögliche Verbesserungen und andere Methoden gerichtet.

### 5.1 Fouriertransformation

$$\begin{aligned} j\omega_k \tilde{\mathbf{x}}(k) &= \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}}(k) \\ \tilde{\mathbf{y}}(k) &= \mathbf{C} \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{D} \tilde{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{G}(k, \theta) \tilde{\mathbf{u}}(k) \\ \text{mit } \mathbf{G}(k, \theta) &= \mathbf{C}(j\omega \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} \end{aligned} \quad (5.1)$$



### 5.2 Output Error-Methode

Die Idee der *Output Error*-Methode (OEM) liegt in der Art der Fehlerbetrachtung. Es wird dabei der Fehler, der durch die mathematische Modellbildung entsteht, vernachlässigt. Das dynamische System wird als deterministisch angenommen. Unsicherheiten entstehen nur durch fehlerhafte und verrauschte Messungen. Ausgangspunkt der OEM ist das transformierte Zustandsraummodell (5.1). Im vorliegenden Fall entspricht der Ausgangsvektor  $\tilde{\mathbf{y}}$  dem Zustandsvektor  $\tilde{\mathbf{x}}$ . Die Matrizen  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{D}$  nehmen also folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \mathbf{I} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Da der Zustandsvektor gleichzeitig der gemessene Zustand ist, kann der *Output Error* folgendermaßen formuliert werden:

$$\tilde{\mathbf{v}}(k, \theta) = \tilde{\mathbf{z}}(k) - \tilde{\mathbf{y}}(k, \theta) = \tilde{\mathbf{z}}(k) - \mathbf{G}(k, \theta) \tilde{\mathbf{u}}(k) \quad (5.3)$$

$\tilde{\mathbf{z}}$  entspricht dabei dem gemessenen Zustand, der durch Messrauschen aus dem übertragenen Zustand  $\tilde{\mathbf{y}}$  entsteht. Der übertragene Zustand kann aus den Steuergrößen  $\tilde{\mathbf{u}}$  durch Multiplikation mit der Übertragungsmatrix  $\mathbf{G}(\theta)$  berechnet werden. Die Übertragungsmatrix ist, wie in Gleichung (5.1) gezeigt, abhängig vom zugrunde liegenden Modell und von den zu schätzenden Parametern  $\theta$ . Diese sind die Einträge der Matrizen des Zustandsraummodells. Das Ziel der Methode ist nun den Ausgangsvektor, der aus dem Modell und seinen Parametern folgt, dem gemessenen Zustand möglichst gut anzunähern. Mathematisch bedeutet das, dass das Minimum einer Kostenfunktion gefunden werden soll. Die Kostenfunktion der OEM ist nach Klein und Morelli [2] die negative Log-likelihood Funktion mithilfe des Ansatzes des Ausgangsfehlers (Gl. 5.3):

$$J(\theta) = N \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{\nu}^H(k, \theta) \mathbf{S}_{\nu\nu}^{-1} \tilde{\nu}(k, \theta) + N \ln |\mathbf{S}_{\nu\nu}| \quad (5.4)$$

Wie bereits beschrieben, geht es nun darum das Minimum dieser Kostenfunktion zu finden. Wir suchen also die Nullstelle ihrer Ableitung. Einer der wichtigsten Algorithmen zur Bestimmung von Nullstellen (nicht)-linearer Funktionen sowohl bei Eingrößenproblemen, als auch bei Mehrgrößenproblemen ist der iterative Newton Raphson Algorithmus. Dabei wird die Nullstelle mithilfe der Richtung der Tangentensteigung iterativ angenähert. Das Problem lässt sich folgendermaßen beschreiben:

Gesucht ist die Nullstelle  $s$  einer Funktion  $f(x)$  mit  $f(s) = 0$  für  $x = s$   
 $\bar{x}$  sei ein Punkt in der Umgebung der Nullstelle.

Stellt man nun eine Taylor-Reihe um  $\bar{x}$  auf und vernachlässigt die Terme höherer Ordnung erhält man die Iterationsvorschrift des Newton-Raphson-Verfahrens:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad \text{für } i = 0, 1, 2, \dots \quad (5.5)$$

Diese Vorschrift lässt sich umformulieren für einen mehrdimensionalen Funktionsvektor  $\mathbf{F}$ :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\delta f_1}{\delta x_1} & \frac{\delta f_1}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta f_1}{\delta x_n} \\ \frac{\delta f_2}{\delta x_1} & \frac{\delta f_2}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta f_2}{\delta x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\delta f_n}{\delta x_1} & \frac{\delta f_n}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta f_n}{\delta x_n} \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}^i} \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \dots \\ \Delta x_n \end{pmatrix}}_{\Delta \mathbf{X}^{i+1}} = - \underbrace{\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_n \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}^i} \quad (5.6)$$

Da wir das Minimum der Kostenfunktion suchen ist unser Funktionsvektor die Ableitung der Kostenfunktion nach den einzelnen zu schätzenden Parametern.

$$\mathbf{F} = \frac{\delta J}{\delta \theta} \quad (5.7)$$

Wir suchen die Nullstelle dieser Funktion. Mithilfe von Gleichung 5.6 können wir die Vorschrift für unser Problem umschreiben:

$$\Delta \theta^{i+1} = - \left( \left[ \frac{\delta^2 J}{\delta \theta \delta \theta^T} \right]^{-1} \right)^i \cdot \left( \frac{\delta J}{\delta \theta} \right)^i$$

$$\theta^{i+1} = \theta^i + \Delta \theta^{i+1} \quad (5.8)$$

durch =  
zusammen  
mit dem

Svv kurz  
in ein zwei  
Sätzen  
erklären

In jedem Iterationsschritt muss also ein lineares Gleichungssystem gelöst werden. Das größte Problem bei der Implementierung des Algorithmus ist die Berechnung der Ableitungen und der Hesse-Matrix in jedem Iterationsschritt. Diese können bei vielen zu schätzenden Parametern schnell sehr kompliziert werden. Da die Kostenfunktion als Summe über alle Frequenzen berechnet wird (siehe Gleichung 5.4), gilt dies auch für die Ableitungen. Dadurch wird zusätzlich Rechenzeit beansprucht.

## 5.3 Ergebnisse

## **6 Zusammenfassung und Ausblick**

# Literaturverzeichnis

- [1] FICHTER, W. ; GRIMM, W. : *Flugmechanik*. 2009
- [2] KLEIN, V. ; MORELLI, E. A.: *Aircraft System Identification*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA, 2006. – ISBN 1-56347-832-3