Erwartungswert einer Zufallsvariablen

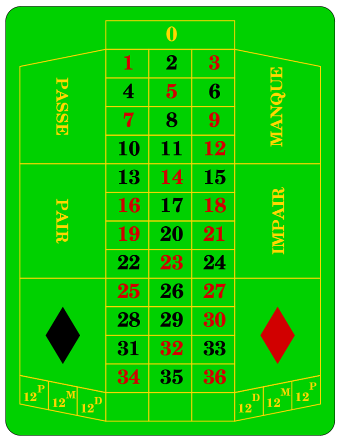

Abbildung 1: Farben der Zahlen beim Roulette

Beim Roulette gibt es 37 Nummernfächer mit den Nummern 0 bis 36. Die 0 hat die Farbe grün, die anderen Zahlen sind rot oder schwarz wie in Abbildung 1 dargestellt. Fridolina setzt immer 1 Euro auf rot. Wie viel gewinnt oder verliert Fridolina durschnittlich pro Spiel?

Lösung: Wir modellieren das Problem zunächst als ein ____________-Experiment, bei dem jedes __________________ ω in der __________________ Ω diesselbe Wahrscheinlichkeit hat. Also:

$\Omega =$ ____

X sei nun eine Zufallsvariable, die den Gewinn in Euro bezeichnet. Eine Zufallsvariable ist immer eine Abbildung von Ω in die reellen Zahlen. Bei uns kann X nur die Werte ______ oder ______ annnehmen. Zum Beispiel entnehmen wir Abbildung 1, dass für das Ergebnis $\omega = 5$ gilt: $X(\omega) = 1$. Und für $\omega = 15$ gilt: $X(\omega) = -1$.

Aufgabe 1: Was ist $X(16)$, $X(17)$ und $X(18)$?

Wie viel gewinnt Fridolina nun durchschnittlich pro Runde? Um diese Frage zu beantworten, stellen wir uns vor, dass Fridolina dass Spiel sehr oft, d.h. zum Beispiel, $n = 1.000.000$-mal spielen würde. Dabei wäre es dann zu folgendem Ergebnis gekommen:

Ereignis	$X = 1$	$X = -1$
Anzahl	486.000	514.000

Aufgabe 2: Berechnen Sie in diesem Fall den durschschnittlichen Gewinn $\overline{x}$ pro Spielrunde!

$h_n(X = 1) =$ __________________ ist die __________________ Häufigkeit des Ereignisses $X = 1$. Wenn wir $\overline{x}$ nun mittels der __________________ Häufigkeiten schreiben, ergibt sich:

____

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist die ________________ Häufigkeit bei ________________ großer Stichprobenlänge n. In Formeln: $\lim_{n \to \infty} h_n (X = 1) =$ ____________. Der Erwartungswert von X ist gleich $\overline{x}$ bei ________________ großer Stichprobenlänge n. D.h.

$$E[X] = \underline{\hspace{12cm}}$$

.

Aufgabe 3: Berechnen Sie nun den Erwartungswert von X!