

Erwartungswert einer Zufallsvariablen

7. April 2019

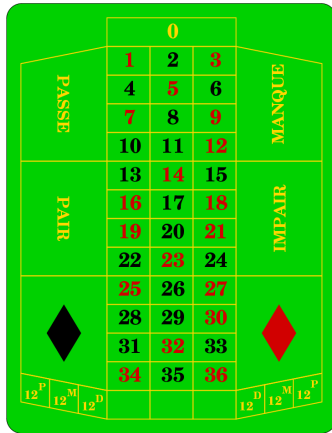


Abbildung 1: Farben der Zahlen beim Roulette

te _____ oder _____ annehmen. Zum Beispiel entnehmen wir Abbildung 1, dass für das Ergebnis $\omega = 5$ gilt: $X(\omega) = 1$. Und für $\omega = 15$ gilt: $X(\omega) = -1$.

Aufgabe 1: Was ist $X(16)$, $X(17)$ und $X(18)$?

Wie viel gewinnt Fridolina nun durchschnittlich pro Runde? Um diese Frage zu beantworten, stellen wir uns vor, dass Fridolina das Spiel sehr oft, d.h. zum Beispiel, $n = 1.000.000$ -mal spielen würde. Dabei wäre es dann zu folgendem Ergebnis gekommen:

Ereignis	$X = 1$	$X = -1$
Anzahl	486.000	514.000

Aufgabe 2: Berechnen Sie in diesem Fall den durchschnittlichen Gewinn \bar{x} pro Spielrunde!

Beim Roulette gibt es 37 Nummernfelder mit den Nummern 0 bis 36. Die 0 hat die Farbe grün, die anderen Zahlen sind rot oder schwarz wie in Abbildung 1 dargestellt. Fridolina setzt immer 1 Euro auf rot. Wie viel gewinnt oder verliert Fridolina durchschnittlich pro Spiel?

Lösung: Wir modellieren das Problem zunächst als ein _____-Experiment, bei dem jedes _____ ω in der _____ Ω dieselbe Wahrscheinlichkeit hat. Also:

$\Omega =$ _____

X sei nun eine Zufallsvariable, die den Gewinn in Euro bezeichnet. Eine Zufallsvariable ist immer eine Abbildung von Ω in die reellen Zahlen. Bei uns kann X nur die Werte _____ oder _____ annehmen.

$h_n(X = 1) = \underline{\hspace{2cm}}$ ist die $\underline{\hspace{2cm}}$ Häufigkeit des Ereignisses $X = 1$. Wenn wir \bar{x} nun mittels der $\underline{\hspace{2cm}}$ Häufigkeiten schreiben, ergibt sich:

$\underline{\hspace{10cm}}$

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist die $\underline{\hspace{2cm}}$ Häufigkeit bei $\underline{\hspace{2cm}}$ großer Stichprobenlänge n . In Formeln: $\lim_{n \rightarrow \infty} h_n(X = 1) = \underline{\hspace{2cm}}$. Der Erwartungswert von X ist gleich \bar{x} bei $\underline{\hspace{2cm}}$ großer Stichprobenlänge n . D.h.

$$E[X] = \underline{\hspace{4cm}}$$

Aufgabe 3: Berechnen Sie nun den Erwartungswert von X !