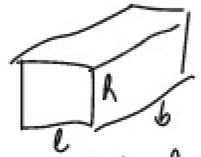
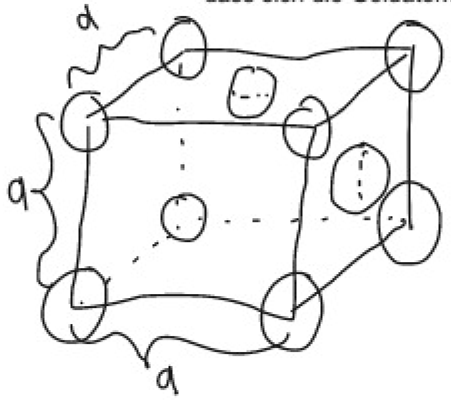
Übungsaufgaben zu Festkörpern

1. Gold kristallisiert im kubisch flächenzentrierten Gitter (dichteste Kugelpackung, 74 % Raumerfüllung) mit einer Dichte von $\rho = 19{,}32\ g/cm^3$. Berechnen Sie den Radius des Goldatoms (relative Atommasse $A_r = 196{,}97$) unter der Annahme, dass sich die Goldatome berühren.



$V = l \cdot b \cdot h$



$$V_E = a \cdot a \cdot a = a^3$$

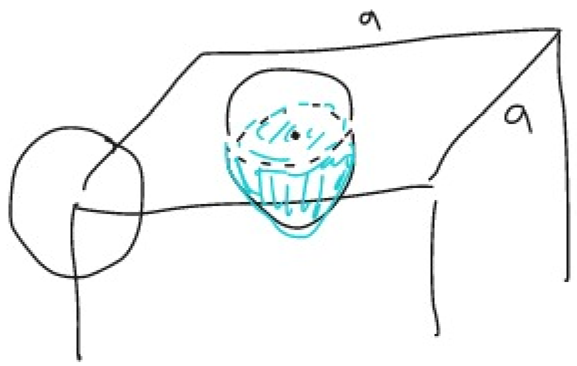
s

$$\rho = \frac{m_E}{V_E} \Rightarrow V_E = \frac{m_E}{\rho} = \frac{\#\text{Anzahl Atome in } V_E \cdot A_r \cdot u}{\rho} =$$

$V_E = a^3$

$$= \frac{\left(6 \cdot \frac{1}{2} + 8 \cdot \frac{1}{8}\right) \cdot A_r \cdot u}{\rho} =$$

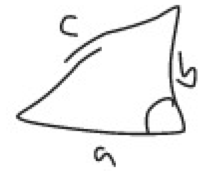
$$= \frac{4 \cdot A_r \cdot u}{\rho}$$



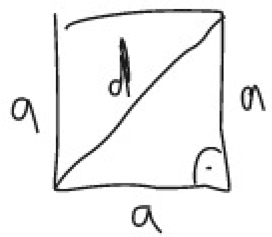
$$V_E = \frac{4 \cdot A_r \cdot u}{\rho}$$

$$a^3 = \frac{4 \cdot A_r \cdot u}{\rho} = \frac{4 \cdot 196{,}97 \cdot u}{19{,}32\ g/cm^3} \approx 6{,}77 \cdot 10^{-23}\ cm^3$$

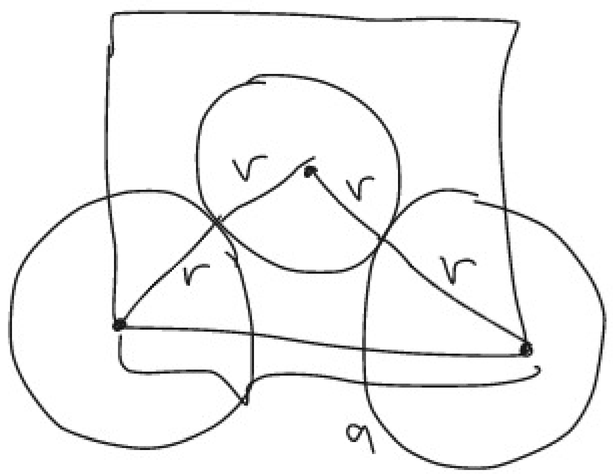
$$d = \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{Ans} \approx 4{,}07 \cdot 10^{-8}\ cm$$



$a^2 + b^2 = c^2$



$$a^2 + a^2 = d^2$$
$$2a^2 = d^2 \quad |\sqrt{\ }$$
$$d = \sqrt{2a^2}$$
$$= \sqrt{2} \cdot a$$



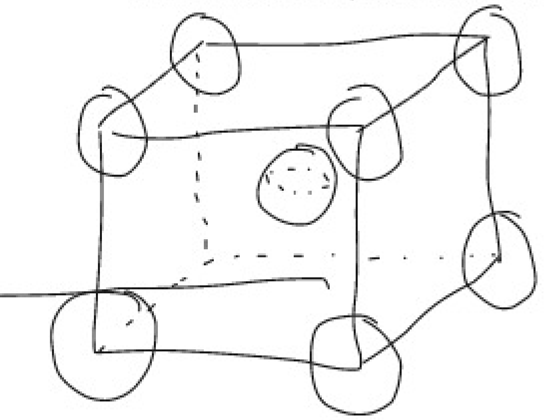
$$2r = \frac{\sqrt{2} \cdot a}{2}$$

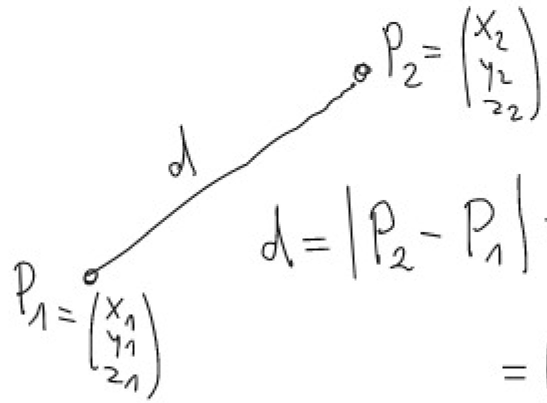
$$r = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \underbrace{4{,}07 \cdot 10^{-8}}_{An}\ cm \approx 1{,}4 \cdot 10^{-8}\ cm$$

$$= 1{,}4 \cdot 10^{-10}\ m$$

$= 1{,}4 \cdot 10 \quad m$

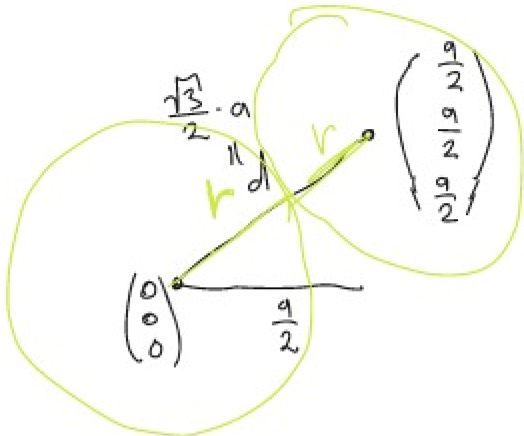
2. Berechnen Sie die Packungsdichte eines kubisch-raumzentrierten Kristalls, wenn man annimmt, dass sich die Atome berühren.





$$d = \left| P_2 - P_1 \right| = \left| \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix} \right| =$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$d = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - 0\right)^2}$$

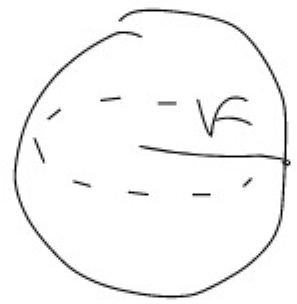
$$= \sqrt{\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) \cdot a^2}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4} a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$$

$$2 \cdot r = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$$

$$\boxed{r = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a}$$

$$\underset{\substack{\nearrow \\ \text{Packungsdichte}}}{\rho} = \frac{V_{\text{Atomen in } V_E}}{V_E} = \frac{\left(8 \cdot \frac{1}{8} + 1\right) \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{a^3} =$$



$$V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

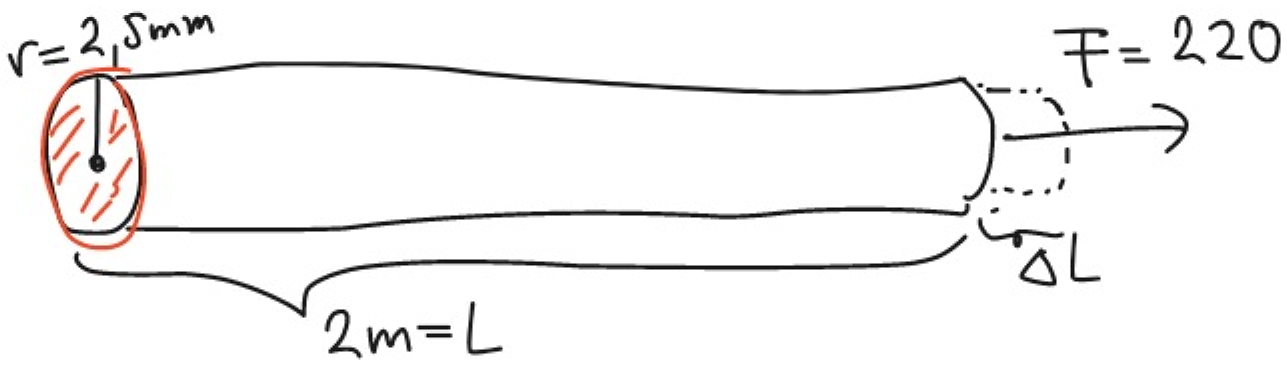
$$= \frac{2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a\right)^3}{a^3} = \frac{2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^3 \cdot \cancel{a^3}}{\cancel{a^3}}$$

$$\approx 0{,}68 = 68\,\%$$

$\approx 0{,}68 =$

r^2

3. Ein Stahlstab (Länge 2 m, kreisförmiger Querschnitt mit Durchmesser 5 mm, Elastizitätsmodul 200 GPa) wird für die Befestigung eines Vordaches eingesetzt. Welche Deformationen ergeben sich längs und quer zur Stabachse, wenn eine Zugkraft von 220 N angreift? Die Poissonzahl beträgt 0,3.



$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Hookesches Gesetz}\\ \text{Spannung} \rightarrow \sigma = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \leftarrow \text{Dehnung}\end{array}}$$

$$\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L} = \varepsilon$$

$$\Rightarrow \Delta L = \frac{F \cdot L}{A \cdot E} = \frac{22\,N \cdot 2m}{\pi \cdot (2{,}5\,mm)^2 \cdot 200\,GPa} = \frac{220\,N \cdot 2m}{\pi \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-3}\,m)^2\, 200 \cdot 10^9\,Pa}$$

$$\approx 1{,}12 \cdot 10^{-4}\,m$$

$$\approx 0{,}11\,mm$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{1{,}12 \cdot 10^{-4}\,m}{2m} \approx 5{,}6 \cdot 10^{-5}$$

Querkontraktion: $\frac{\Delta d}{d_0} = -\mu \frac{\Delta L}{L_0}$ μ = Querkontraktionszahl; (Poissonzahl)

$$\Rightarrow \Delta d = -\mu \cdot \frac{\Delta L \cdot d_0}{L_0}$$

$$= -0{,}3 \cdot \frac{1{,}12 \cdot 10^{-4}\,\cancel{m}}{2\,\cancel{m}} \cdot 5mm$$

$$\approx -8{,}4 \cdot 10^{-5}\,mm$$

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{-8{,}4 \cdot 10^{-5}\,mm}{5mm} \approx -1{,}68 \cdot 10^{-5}$$

miro