

Aufgabe 1:

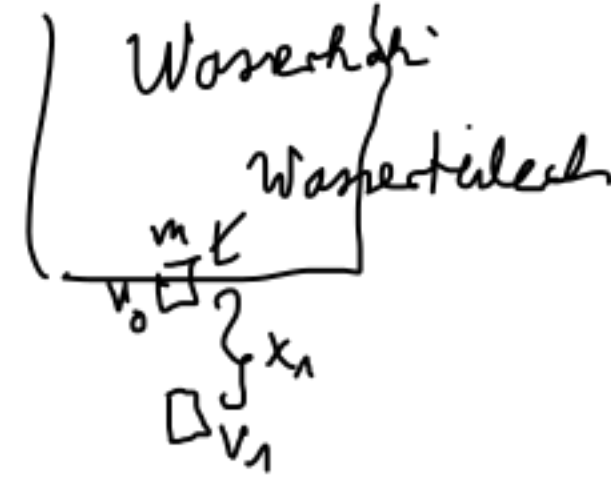
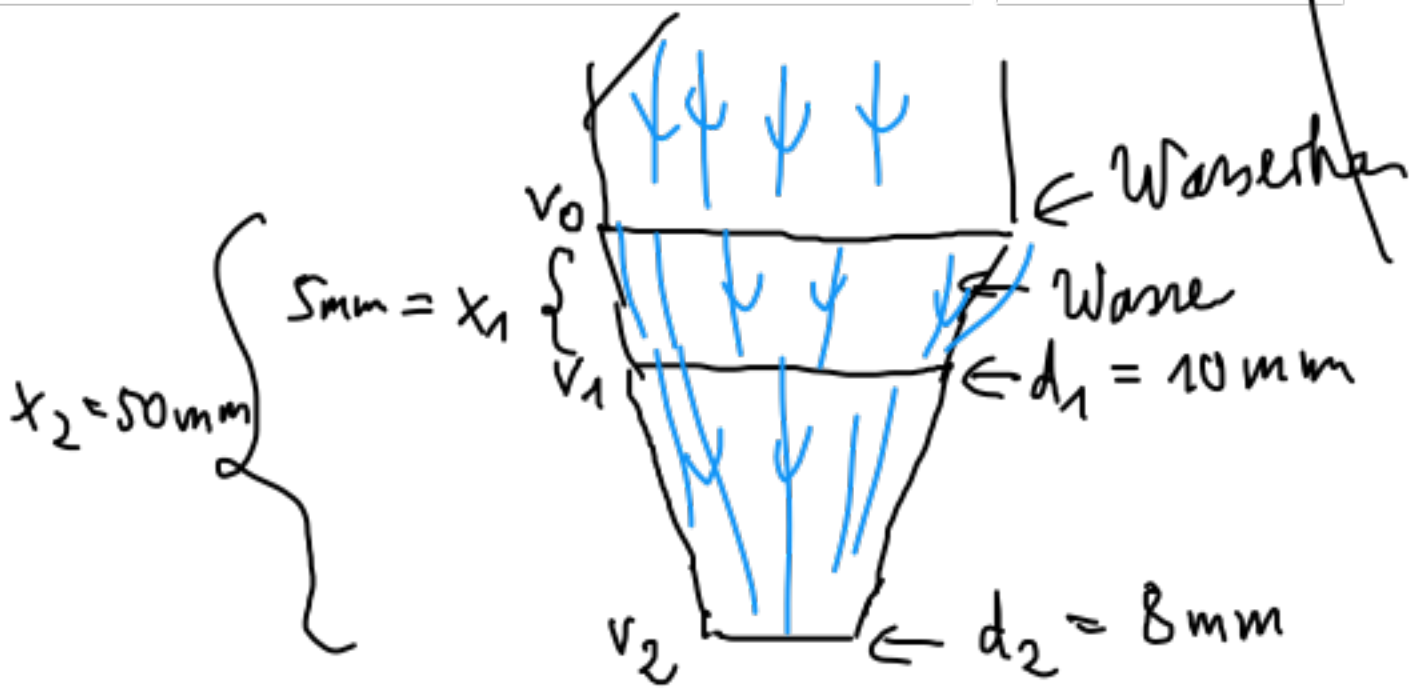
Wenn ein Wasserstrahl aus einer Öffnung (Wasserhahn) austritt, nimmt sein Querschnitt mit zunehmendem Abstand (Fallstrecke) von der Öffnung ab.

(a) Überlegen Sie sich zunächst, warum das so ist und begründen Sie es kurz.

(b) Wie groß ist die Austrittsgeschwindigkeit v_0 des Wassers aus der Öffnung, wenn beim Abstand $x_1 = 5 \text{ mm}$ ein Strahldurchmesser von $d_1 = 10 \text{ mm}$ und beim Abstand $x_2 = 50 \text{ mm}$ ein Strahldurchmesser von $d_2 = 8 \text{ mm}$ gemessen wird?

(c) Der Wasserhahn sei an einen Wassertank angeschlossen, dessen Wasserspiegel $h = 2 \text{ m}$ über der Austrittsöffnung liegt. Wie groß muss der Luftdruck P_1 innerhalb des Wassertanks sein, wenn die Austrittsgeschwindigkeit v_0 des Wassers aus Aufgabenteil (a) vorliegt?

Hinweis: Der Außendruck betrage $P_0 = 1013 \text{ hPa}$. Vernachlässigen Sie die Geschwindigkeit des Wasserspiegels im Tank. Sollten Sie Aufgabenteil (b) nicht gelöst haben, verwenden Sie $v_0 = 1 \text{ m/s}$.



$$E_{\text{vorher}} = E_{\text{nachher}}$$

$$m \cdot x_1 \cdot g + \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{2 x_1 \cdot g + v_0^2}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot x_2 \cdot g + v_0^2}$$

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$\pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 \cdot v_1 = \pi \left(\frac{d_2}{2} \right)^2 \cdot v_2$$

$$d_1^2 \cdot v_1 = d_2^2 \cdot v_2$$

$$d_1^4 \cdot (2 x_1 g + v_0^2) = d_2^4 \cdot (2 x_2 g + v_0^2)$$

$$(d_1^4 - d_2^4) \cdot v_0^2 = d_2^4 \cdot 2 x_2 g - d_1^4 \cdot 2 x_1 g$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 g (d_2^4 \cdot x_2 - d_1^4 \cdot x_1)}{d_1^4 - d_2^4}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10^3 \frac{\text{mm}^4}{\text{s}^2} \cdot (8 \text{ mm})^4 \cdot 50 \text{ mm} - (10 \text{ mm})^4 \cdot 5 \text{ mm}}{(10 \text{ mm})^4 - (8 \text{ mm})^4}}$$

$$= 184 \, 470 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \approx 184 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

geschwindigkeit
vom Wane

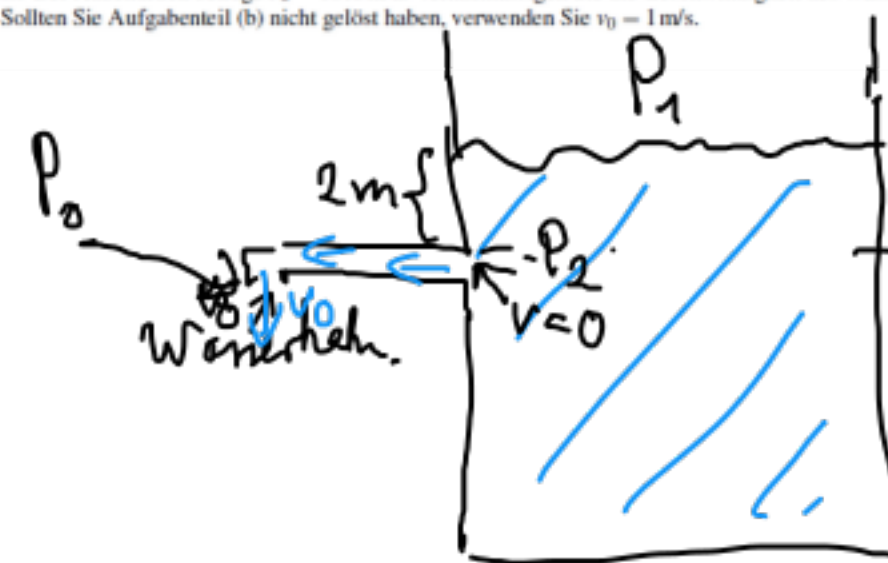
Bernoulli-Gleichung

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = p_0 = \text{const.} \quad (8.17)$$

c)

(c) Der Wasserhahn sei an einen Wassertank angeschlossen, dessen Wasserspiegel $h = 2 \text{ m}$ über der Austrittsöffnung liegt. Wie groß muss der Luftdruck P_1 innerhalb des Wassertanks sein, wenn die Austrittsgeschwindigkeit v_0 des Wassers aus Aufgabenteil (a) vorliegt?

Hinweis: Der Außendruck betrage $P_0 = 1013 \text{ hPa}$. Vernachlässigen Sie die Geschwindigkeit des Wasserspiegels im Tank. Sollten Sie Aufgabenteil (b) nicht gelöst haben, verwenden Sie $v_0 = 1 \text{ m/s}$.



$$P_2 = \frac{F}{A} = \frac{F_{G, \text{Wasser}} + F_{G, \text{Luft}}}{A}$$

$$= \frac{V \cdot \rho_{\text{Wasser}} \cdot g}{A} + \frac{F_{G, \text{Luft}}}{A} = P_1$$

$$= \frac{\rho \cdot 2 \text{ m} \cdot g}{A} + P_1$$

$$2 \text{ m} \cdot g \cdot \rho_{\text{Wasser}} + P_1 = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2$$

$$\Rightarrow P_1 = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 - 2 \text{ m} \cdot g \cdot \rho_{\text{Wasser}}$$

$$= 1013 \text{ hPa} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(\frac{1 \text{ m}}{\text{s}} \right)^2 - 2 \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3}$$

$$= 1013 \cdot 10^3 \text{ Pa} - 19620 \text{ Pa} = 821,8 \text{ hPa}$$