

b est divisible par a
 b est un multiple de a

$a, b \in \mathbb{Z}$
 $a \mid b : (\Leftrightarrow)$
 $\exists k \in \mathbb{Z} : a \cdot k = b$

Exemple :

$3 \mid 15$ parce que $3 \cdot 5 = 15$
 $7 \mid 49$ parce que $7 \cdot 7 = 49$
 $3 \mid 0$ parce que $3 \cdot 0 = 0$

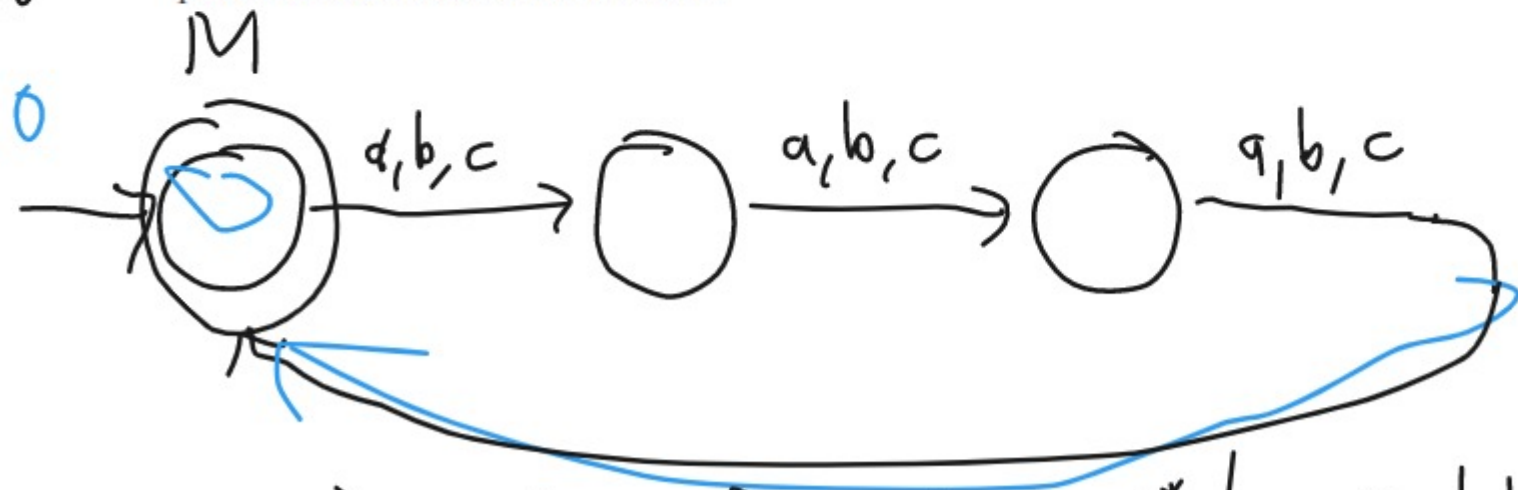
$\frac{3}{0} = \text{non défini}$
 $\frac{0}{3} = 0$
 $0 \mid 3$

1 Révisions : Automates à états finis

1.1 Automates déterministes complets

Soit l'alphabet $X = \{a, b, c\}$. Donner des automates déterministes complets reconnaissant les langages suivants :

1. L'ensemble des mots dont la longueur est un multiple de 3.
2. L'ensemble des mots dans lesquels le motif ab , s'il apparaît, est suivi de ccc .
3. L'ensemble des mots se terminant par b .
4. L'ensemble des mots ne se terminant pas par b .
5. L'ensemble des mots non vides ne se terminant pas par b .
6. L'ensemble des mots contenant au moins un a et dont la première occurrence de a n'est pas suivie par un c .
7. L'ensemble des mots comportant au moins 3 lettres et dont la troisième lettre à partir de la fin est un a ou un c .



$$L(M) = L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid 3 \mid |w|\}$$

$bcca \in L$

$\in F$

fonction
de transition

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

$$\delta(q_0, a) = q_1$$

$$\delta(q_3, c) = q_4 \dots$$

fonction de
transition étendue

$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\forall q \in Q: \hat{\delta}(q, \underset{\substack{\uparrow \\ \text{mot vide}}}{\varepsilon}) = q$$

$$\forall w \in \Sigma^* \\ a \in \Sigma \\ \forall q \in Q$$

$$\hat{\delta}(q, aw) = \hat{\delta}(\delta(q, a), w)$$

Exemple:

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(q_0, ab) &= \hat{\delta}(\delta(q_0, a), b) \\ &= \hat{\delta}(q_1, b) = \hat{\delta}(q_1, b\varepsilon) \\ &= \hat{\delta}(\delta(q_1, b), \varepsilon) \\ &= \hat{\delta}(q_2, \varepsilon) = q_2 \end{aligned}$$

l'état d'origine

$$(Q, \underset{\substack{\uparrow \\ \{a,b,c\}}}{\Sigma}, \delta, q_0, F)$$

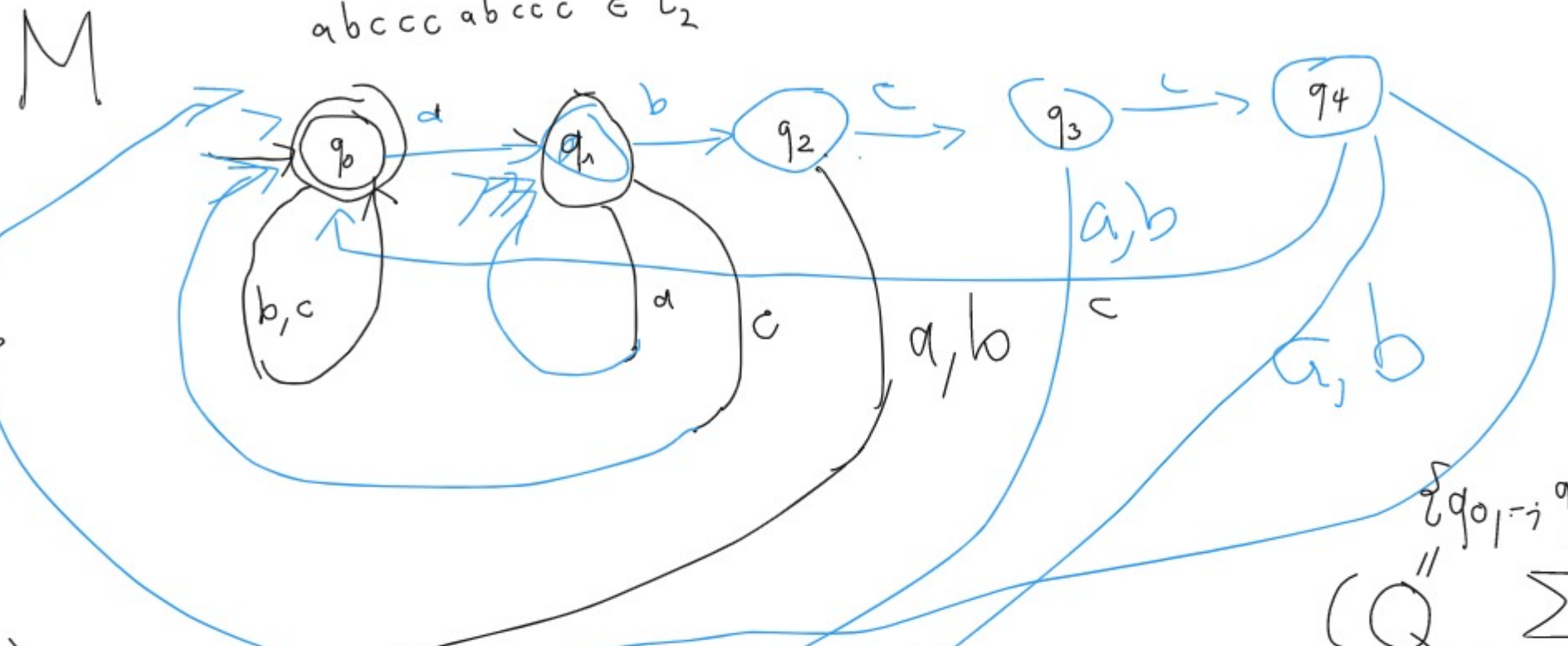
$\{q_0, q_1\}$ l'ensemble des états finaux

$L_2 = \{ \text{ensemble des mots dans lesquels le motif } ab, \text{ s'il apparaît, est suivi de } ccc \}$

$abcccabccc \notin L_2$
 $abcccabccc \in L_2$

$a \in L_2$
 $ba \in L_2$
 $b \in L_2$
 $c \in L_2$

$$L(M) = \{ w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(q_0, w) \in F \}$$



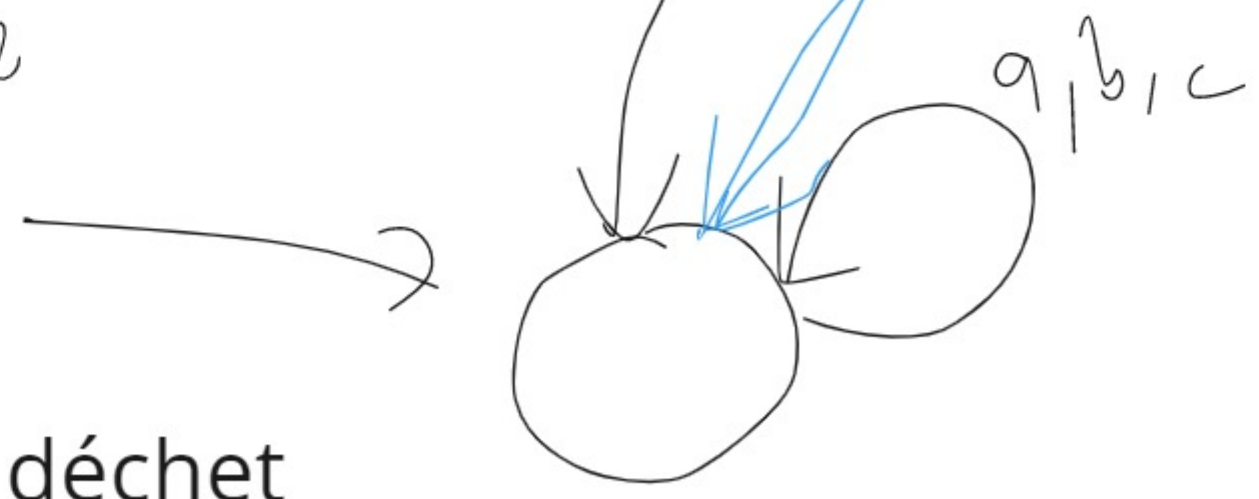
$$\hat{\delta}(q_0, abc) = q_3$$

$$\hat{\delta}(q_0, abccabccc) = q_0 \in F$$

$abcca \in L$

fonction de transition $\Rightarrow \delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$

état de



état de déchet
 échec
 déchet

fonction de transition étendue

$$\hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\forall q \in Q: \hat{\delta}(q, \epsilon) = q$$

miro

mat

1.2 Automate non déterministe

Proposer un automate et une expression rationnelle pour le langage de tous les mots de $\{a, b, c\}^*$ dont cac est un sous-mot¹.

Exemple :

ab^2 est sous-mot de $ccabbcc$!

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid cac \text{ est un sous-mot de } w\}$$

$cacbb^2$

$caacac$ $\in L$

$cccaaa$ $\notin L$

