L1-grupa 143-25.03.2021-GAL

1. Fie spaţiul vectorial $(\mathcal{M}_2(\mathbf{R}), +, \cdot)$ şi
$S = \{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\}.$
a) Aflaţi $dim < S >$.
b) Precizaţi un subspaţiu vectorial V'' complementar lui $V' =< S >$.
c) Să se descompună $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ în raport cu $\mathcal{M}_2(\mathbf{R}) = V' \oplus V''$.

2. Fie spaţiul vectorial $\mathbf{R}^3, +, \cdot)$ şi subspaţiile vectoriale
$V' = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x+y-2z = 0\}, V'' = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid \begin{cases} x - y = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases} \}$
a) Precizaţi câte un reper în V', V''.
b) Arătaţi că $\mathbf{R}^3 = V' \oplus V''$.

3. Fie $f : \mathbf{R}^3 \mapsto \mathbf{R}^3, f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + mx_2 + x_3, x_1 + x_2 + mx_3, 2x_1 + x_2 + x_3)$.
a) Determinaţi $m \in \mathbf{R}$ astfel încât f este liniară injectivă.
b) Există m astfel încât $dimKer(f) = 2$?

4. Fie $V' = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \mid A = -A^t\}$.
Precizaţi o bază în V'.

5. Fie spaţiul vectorial $(\mathbf{R}_2[X], +, \cdot)$ şi $S = \{3+X, -2X+X^2, -6+\alpha X^2\}$.
Determinaţi $\alpha \in \mathbf{R}$ astfel încât S este un sistem liniar dependent.

Observaţie.

• Rezolvaţi ex. în ordinea în care sunt scrise.

• Scrieţi enunţul şi rezolvarea fiecăruia.

• Punctaj: Fiecare subpunct câte un punct (ex1=3p, ex2=2p, ex3=2p, ex4=1p, ex5=1p). Se acordă un punct din oficiu.

• Scrieţi pe foi albe, cu pix negru sau albastru, nume, grupa, data, lucrare, numerotaţi paginile. Scanaţi şi încărcaţi pe Moodle un singur fişier PDF, numit "L1-grupa-nume-prenume-data.pdf"

• Timp 10:00-10:55 (timp de lucru 50 minute şi timp de incărcare fişier 5 minute).

• Succes!