Transformări elementare. Forma eșalon.
Sisteme liniare

Să se rezolve sistemele liniare

① $\begin{cases} x+\alpha y+z=1 \\ \alpha x-y+z=1 \\ x+y-z=2 \end{cases}$ Discuție după $\alpha \in \mathbb{R}$

② $\begin{cases} x+2y+3z=0 \\ 4x+5y+6z=0 \\ x+\alpha^2 z=0 \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

③ $\begin{cases} x+y+z=0 \\ ax+by+cz=0 \\ (b+c)x+(a+c)y+(a+b)z=0 \end{cases}$ $a,b,c \in \mathbb{R}$ și $a \neq b$.

④ Fie ΔABC și a,b,c lg laturilor

$\begin{cases} ay+bx=c \\ cx+az=b \\ bz+cy=a \end{cases}$

Să se arate că pt $\forall \Delta ABC \Rightarrow$ SCD și sol unică (x_0,y_0,z_0) verifică $x_0,y_0,z_0 \in (-1,1)$.

⑤ $\begin{cases} x+y+z=0 \\ (b+c)x+(a+c)y+(a+b)z=0 \\ bcx+acy+abz=0 \end{cases}$ $a,b,c \in \mathbb{R}$, distincte.

⑥ $\begin{cases} x+2y=m+1 \\ 2x+3y=m-1 \\ mx+y=3 \end{cases}$

$m=?$ ai sist. este incompatibil.

⑦ $\sum_{i=1}^{k}(1+i)x_i + \sum_{i=1}^{4-k} i\, x_{i+k} = 0, \forall k=\overline{1,3}$

⑧ $\sum_{j=1}^{4} a_{ij}\, x_j = 4^{i-1}, \forall i=\overline{1,4}$, unde $a_{ij} = j^{i-1}, \forall i,j=\overline{1,4}$

⑨ $\begin{cases} x+y+mz-t = 0 \\ 2x+y-z+t = 0 \\ 3x-y-z-t = 0 \\ mx-2y-2t = 0 \end{cases}$

$m = ?$ a.î. sist. are și soluții nenule.

⑩ Fie $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ a) Să se scrie A în forma eșalon, resp. forma eșalon redusă

b) $rg\, A = ?$

⑪ Fie a) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Să se calculeze A^{-1}, utilizând algoritmul Gauss-Jordan.

⑫ Fie sist:

$\begin{cases} 3x_1+x_2-3x_3 = 4 \\ x_1+3x_2-2x_3 = -5 \\ 2x_1+2x_2+5x_3 = 7 \end{cases}$

Să se rezolve, utilizând metoda eliminării Gauss-Jordan.