

# Examen ASD - Seria 14

8 February 2018

Alexandru Popa (curs), Radu-Ştefan Mincu (laborator)

In primul rand, va rog sa va scrieti NUMELE si GRUPA pe foaia de examen! Timpul de lucru este de 2 ore. Nu aveti voie sa aveti asupra dumneavoastra decat instrumentul de scris si foile pe care vi le vor oferi instructorii. Daca vom gasi asupra dumneavoastra telefoane mobile, laptopuri, tablete, fituici sau alte materiale ce contin informatii ajutatoare, veti fi scosi din sala de examinare. Daca aveti intrebari, ridicati mana si unul dintre instructori va veni la dumneavoastra in cel mai scurt timp. Scrieti raspunsurile in spatiul indicat. Ultima foaie capsata poate fi folosita ca ciorna. Daca mai aveti nevoie de hartie, adresati-va unui instructor.

## 1 Exerciții de nota 4,5 - (4,5 puncte)

### 1.1 0,5 puncte (0,25 puncte pe exercitiu)

Exprimați funcțiile urmatoare in notatia  $\Theta$ :

(a)  $\lg \sqrt{n}$

(b)  $(n + 2^{200})^{500}$

### 1.2 0,5 puncte

$o(f(n)) \cap \omega(f(n)) = ?$

### 1.3 0,5 puncte

Cate muchii are un arbore binar complet cu  $n$  noduri?

### 1.4 1 punct (0,5 puncte pe exercitiu)

Sa se construiasca un min-heap obtinut prin insertia pe rand a urmatoarelor chei (doar heap-ul final, fara pasi intermediari). Apoi, sa se extraga radacina din heapul rezultat: 40, 22, 2, 18, 19, 5, 3.

### 1.5 1 punct (0,5 puncte pe exercitiu)

Sa se construiasca arborele binar <sup>de cautare</sup> obtinut prin insertia pe rand a urmatoarelor chei (doar arborele final, fara pasi intermediari): 15, 22, 2, 18, 19, 40, 30, 16, 50. Sa se stearga nodul 22.

### 1.6 1 punct

Care este arborele (NU codul) Huffman optim pentru urmatoarele frecvente:  $a:32$   $c:1$   $d:15$   $e:10$   $k:22$   $o:2$   $r:5$   $t:13$  ?

## 2 Exerciții cu demonstratii - (3 puncte)

### 2.1 1 punct

Demonstrati ca orice algoritm de sortare bazat pe comparatii între chei are timp de rulare  $\Omega(n \log n)$ .

### 2.2 1 punct

Rezolvati recurenta  $T(n) = T(n/4) + T(3n/4) + \log n$ . Demonstrati.

### 2.3 1 punct

Demonstrati ca  $\log n = o(\sqrt{n})$ .

## 3 Exercițiu cu algoritmi - (3 puncte)

### 3.1 1,5 puncte

Se da un arbore binar cu  $n$  noduri în urmatorul format: se specifica radacina, iar pentru fiecare nod se dau fiul stang si fiul drept, daca acestia exista. De asemenea, fiecarui nod ii este asociat un numar intreg. Sa se decida daca acest arbore binar este *arbore binar de cautare*.

În functie de timpul de rulare al algoritmului veti primi urmatoarele punctaje:  $O(n^2)$  - (0,5 puncte);  $O(n \log n)$  - (1 punct);  $O(n)$  - (1,5 puncte);

### 3.2 1,5 puncte

Fie  $X[1 :: n]$  si  $Y[1 :: n]$  doi vectori, fiecare continand  $n$  numere *sortate*. Prezentați un algoritm care sa gaseasca mediana celor  $2n$  elemente. Mediana unei multimi de  $n$  elemente este elementul de pe pozitia  $\lceil n/2 \rceil$  în sirul sortat. De exemplu, mediana multimii 3, 1, 7, 6, 4, 9 este 4.

În functie de timpul de rulare al algoritmului veti primi urmatoarele punctaje:  $O(n \log n)$  - (0,25 puncte);  $O(n)$  - (0,5 puncte);  $O(\log^2 n)$  - (1 punct);  $O(\log n)$  - (1,5 puncte).