

SIMULARE EXAMEN
GEOMETRIE SI ALGEBRA LINIARA

Pe foaia de examen trebuie scrise numai răspunsurile. Fiecare problemă are un singur răspuns corect.

- 1.** Următoarele proprietăți ale determinantului sunt adevărate, cu EXCEPȚIA
- A) pentru $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, $\det(AB) = \det(A) \det(B)$
 - B) fie $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ care are o linie cu elemente egale cu 0, atunci $\det(A) = 0$
 - C) pentru $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$
 - D) pentru $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, $\det({}^t A) = \det(A)$.

2. Fie $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ și $\text{tr} : \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}$ aplicația urmă. Următoarele afirmații sunt adevărate pentru tr , cu EXCEPȚIA

- A) $\text{tr}(AB) = \text{tr}(A) \text{tr}(B)$ pentru $(\forall) A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$
- B) $\text{tr}(A + B) = \text{tr}(A) + \text{tr}(B)$ pentru $(\forall) A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$
- C) $\text{tr}(\alpha A) = \alpha \text{tr}(A)$ pentru $(\forall) A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ și $(\forall) \alpha \in \mathbb{R}$
- D) $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$ pentru $(\forall) A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Pentru problemele **3, 4, 5** considerăm pentru fiecare $n \geq 2$ matricea $A_n \in M_n(\mathbb{R})$ pentru care elementele de pe poziția (i, i) sunt egale cu $-i$ și toate celelalte elemente ale matricei sunt egale cu -1. Notăm cu $\Delta_n = \det(A_n)$.

3. Atunci:

- A) $\Delta_3 = -2$ și $\Delta_4 = -6$
- B) $\Delta_3 = -1$ și $\Delta_4 = -2$
- C) $\Delta_3 = -2$ și $\Delta_4 = 6$
- D) $\Delta_3 = -1$ și $\Delta_4 = 2$

4. Pentru Δ_n ca mai sus, avem:

- A) $\Delta_n = -(n - 1)!$
- B) $\Delta_n = (-1)^n (n - 1)!$
- C) $\Delta_n = -(n - 2)$
- D) $\Delta_n = (-1)^n (n - 2)!$

5. Fie A_n ca mai sus. Atunci inversa matricei A_3 este:

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad A_3^{-1} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{B)} \quad A_3^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \text{C)} \quad A_3^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ \text{D)} \quad A_3^{-1} &= \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

6. Polinomul caracteristic al matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ este

$$\text{A)} \quad P_A(X) = (X-1)(X-2)(X^2+2X+2) \quad \text{B)} \quad P_A(X) = X(X-2)(X^2+2X+2)$$

$$\text{C)} \quad P_A(X) = X(X-1)(X^2-2X+2) \quad \text{D)} \quad P_A(X) = X(X-2)(X^2-2X+2)$$