EXAMEN CALCUL DIFERENTIAL SI INTEGRAL
SERIA 13

OFICIU: **1 punct**

SUBIECTUL 1. *(2 puncte)*

Sa se studieze natura seriei $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(a+1)(a+2)\cdot\dots\cdot(a+n)} \cdot \frac{1}{2n-1}$, unde $a > 0$.

SUBIECTUL 2. *(2 puncte)*

Sa se determine punctele de extrem local ale functiei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x,y) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2 y}{2} - y \ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$.

SUBIECTUL 3. *(2 puncte)*

Sa se demonstreze inegalitatea $4^{-x} < 1 - \frac{(\ln 4)x}{1!} + \frac{(\ln 4)^2 x^2}{2!} - \frac{(\ln 4)^3 x^3}{3!} + \frac{(\ln 4)^4 x^4}{4!} \ \forall x \in (0, +\infty)$.

SUBIECTUL 4. *(3 puncte)*

a) Sa se calculeze $\iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+1}} dxdy$, unde $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \le 1, x\sqrt{3} \le y, y \ge 0\right\}$.

b) Se considera sirul de numere reale $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ cu proprietatea ca $\exists \lim_{n\to\infty} \left[(n+1)^2 x_{n+1} - n^2 x_n\right] = l \in \mathbb{R}$. Sa se calculeze $\lim_{n\to\infty} x_n$.