

Examen la materia: Limbaje formale și automate

Data: 18 iunie 2020,

Facultatea de Matematică și Informatică

Universitatea din București

durata examenului: 2 ore 9:00-11:00

Trimiteti pe e-mail până la ora 11:05 în data de 18 iunie 2020 răspunsurile voastre la întrebările următoare. Nu vor fi luate în considerare răspunsuri care sunt trimise după ora 11:06. Transmiterea examenului se va face de pe o adresă instituțională către apaun@fmi.unibuc.ro și andrei.paun@unibuc.ro cu fișierul răspuns ca atașament sau link de tip Google-drive. Orice modificare a fișierului după ora 11:05 (în Google drive dacă se trimite link de acest tip) duce la necorectarea examenului. Orice e-mail trimis la 11:06 sau mai târziu va fi considerat neprezentare la examen. Precizați clar la fiecare problemă dacă alegeți problema propusă sau cea alternativă.

1. (5 puncte) Este nedecidabil dacă limbajul L_2 este submultime a limbajului L_1 unde L_1 este regulat și L_2 este CF? Spuneți dacă afirmația este adevărată sau nu, justificați pe scurt răspunsul.

2. (5 puncte) Fie limbajele L_1, L_2, L_3, L_4 cu proprietatea că $L_1 \cup L_2 = L_3 \cap L_4$ și $L_1, L_2, L_3 \in CFL$. Avem așadar că $L_4 \in CFL$? Unde CFL este familia limbajelor independente de context (generate de gramatici independente de context). Spuneți dacă afirmația este adevărată sau nu, justificați pe scurt răspunsul.

3. (5 puncte) Spuneți dacă următoarele limbaje sunt regulate sau nu, pentru fiecare răspuns corect primiți 1 punct, pentru fiecare răspuns greșit pierdeți 0.5 puncte:

- a. $L = \{a^p \mid p \text{ prim}\} \cup \{a^p \mid p \text{ par}\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a\}$ DA NU
- b. $L = \{a^p \mid p \text{ prim}\} \cup \{a^p \mid p \text{ par}\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU
- c. $L = \{w \mid |w|_a \leq |w|_b\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU
- d. $L = \{w \mid |w|_a = 2k + 1, |w|_b = 5\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU
- e. $L = \{a^k \mid k \text{ e multiplu de } 7 \text{ sau } 9\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU

4. (5 puncte) Spuneți dacă următoarele limbaje sunt independente de context sau nu, pentru fiecare răspuns corect primiți 1 punct, pentru fiecare răspuns greșit pierdeți 0.5 puncte:

- a. $L = \{a^p \mid p \text{ prim}\} \cup \{a^p \mid p \text{ par}\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a\}$ DA NU
- b. $L = \{a^p \mid p \text{ prim}\} \cup \{a^p \mid p \text{ par}\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU
- c. $L = \{w \mid |w|_a \leq |w|_b \text{ și } b \geq 100\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU
- d. $L = \{w \mid |w|_a = 2k + 1, |w|_b = 5, 2|w|_c = |w|\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b, c\}$ DA NU
- e. $L = \{a^i b^j a^k \mid \text{dacă } j \text{ este impar, atunci } k = i+j; \text{ dacă } j \text{ este par, atunci } k = (i+j)^2 + 1\}$ DA NU

5. (10 puncte) a. Descrieți pe scurt pașii care trebuie urmați în algoritmul prezentat la curs sau orice algoritm cunoașteți pentru transformarea unui automat într-o expresie regulată. b. folosind algoritmul de mai sus construiți expresia regulată pentru următorul automat:

$A = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, \{a, b\}, \delta, 0, \{3, 4\})$ unde

$\delta = \{(0, a, 1), (0, \lambda, 2), (0, \lambda, 3), (1, b, 0), (1, b, 2), (2, a, 2), (2, a, 3), (2, b, 4), (2, \lambda, 3), (3, a, 4), (4, b, 4)\}$

ALTERNATIV (5 puncte). a) Construiți un NFA care să nu fie DFA pentru limbajul

$L = \{w \mid w \in \{0, 1, 2\}^*, \text{ și cu condiția că } w \text{ se termină în } 01200\}$;

b) să se construiască gramatica regulată pentru automatul de la punctul a.

6. (10 puncte) Folosind algoritmul de la curs construiți Forma Normală Chomsky pentru gramatica următoare.

$G=(N,T,S,P)$, unde $N=\{S, A, B, C\}$, $T=\{a, b, c, d\}$,

$P=\{S \rightarrow AB|aSd|abcd|AC;$

$A \rightarrow C|a|\lambda;$

$B \rightarrow BabBbB|\lambda;$

$C \rightarrow Cc|c\}$.

ALTERNATIV (5 puncte). a) Construiți o expresie regulată pentru limbajul

$L = \{w | w \in \{0, 1, 2\}^*, \text{ și cu condiția că } w \text{ are în componență în } 12110\};$

b) să se construiască automatul DFA pentru expresia regulată de la punctul a.

7. (10 puncte) Spuneți dacă limbajul următor este sau nu regulat. Dacă limbajul este regulat construiți un automat finit determinist care să îl accepte, dacă nu, demonstrați folosind lema de pompare pentru REG că limbajul nu este regulat

$L = \{a^k b^m c^r \mid k \geq 7, m \leq r \text{ sau } m \geq 2r\}.$

ALTERNATIV pentru 5 puncte: $L = L = \{0^{k-1} 1^{2l+3} \mid k, l \geq 5\}.$

8. (10 puncte) Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu; dacă da, construiți o gramatică independentă de context care să îl genereze, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompare că limbajul nu este independent de context.

$L = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^*, |w|_a = |w|_b \text{ și lungimea cuvântului } w \text{ este pară}\} \cup \{ab, bbaa\}.$

ALTERNATIV pentru 5 puncte: $L = \{0^{n-1} 1^{3n} 2^{n+3} \mid n \text{ impar}\} \cup \{0110\}$

9. (10 puncte) Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu; dacă da, construiți o gramatică independentă de context care să îl genereze, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompare că limbajul nu este independent de context.

$L = \{a^i b^j c^k \mid i < j, i + 2j + 3 < k\}.$

ALTERNATIV pentru 5 puncte: $L = \{0^{2k} 1^{3l} 2^{5l} 3^{k+1} \mid k, l \geq 2\}.$

10. (10 puncte) Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu; dacă da, construiți și descrieți funcționarea unui automat pushdown (PDA) care să îl genereze, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompare că limbajul nu este independent de context.

$L = \{c^i w w^r \mid w \in \{a, b\}^*, i \geq 3\} \cup \{abcba, abccba, abcabc\}$

unde w^r înseamnă inversatul lui w , ex: $(abcd)^r = dcba$

ALTERNATIV pentru 5 puncte: $L = \{0^m 1^{m+3} 2^n \mid m \geq n + 2\} \cup \{010\}$

11. (10 puncte) Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu; dacă da, construiți și descrieți funcționarea unui automat pushdown (PDA) care să îl genereze, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompare că limbajul nu este independent de context.

$L = \{a^{m+n} b^k a^{m+k} b^n \mid k, m, n \geq 1\}$

ALTERNATIV pentru 5 puncte: $L = \{a^{2n+1} b^{m+2} a^n \mid m \neq n\}$

12. BONUS. (10 puncte) Fie $L \in CF$ un limbaj independent de context și w un cuvânt. Se poate decide dacă există un $k \geq 1$ astfel încât cuvântul $w^k \in L$? Justificați răspunsul.