Wat is een vergelijking?

Bron: https://hoezithet.nu/lessen/wiskunde/vergelijkingen/intro/

Een van de meest essentiële vaardigheden voor een uit-de-kluiten-gewassen wiskundige is het kunnen oplossen van **vergelijkingen**. Om te begrijpen *waarom* het oplossen van vergelijkingen zo belangrijk is, heb je best al wat kennis van functies.

Kort gezegd zijn de belangrijkste toepassingen van vergelijkingen:

1. Het vinden van de nulpunten van een functie;
2. Het vinden van de snijpunten van de grafieken van twee functies;
3. Het oplossen van raadsels .

We zullen in een latere les het verband tussen functies en vergelijkingen iets uitgebreider bespreken.

Hoe een vergelijking eruit ziet

Een vergelijking heeft meestal de vorm

$$(\ldots \textbf{een berekening met } x \ldots) = (\ldots \textbf{een andere berekening met } x \ldots$$

Alles wat **links** van het gelijkheidsteken staat, noemen we **het linkerlid**. Alles wat **rechts** van het gelijkheidsteken staat, noemen we **het rechterlid**.

Enkele voorbeelden van vergelijkingen:

$$x + 6 = 2 - 3x$$

Maar het kan ook ingewikkelder zijn:

$$4x^2 - 3 = 2x^2 + 5$$

En zelfs:

$$\frac{\sin(2x) - \cos(-x)}{\sqrt{-x + 3}} = 6x + 1$$

Geen paniek als je van die laatste vergelijking niet veel begrijpt, het is maar om te tonen dat een vergelijking niet altijd in zo'n propere vorm zit als de eerste vergelijking.

De onbekende x

De x in de vergelijking noemen we de onbekende. In principe kan je eender welke letter gebruiken als onbekende, maar de gewoonte is om een x te gebruiken.

Het kan ook zijn dat er *verschillende* onbekenden zijn in één vergelijking, bijvoorbeeld

$$x^2 - 2y + 6 = 5 - 3x + z$$

Waar we naast x ook y en z als onbekende hebben. Zo'n vergelijking noemen we dan *een vergelijking in drie onbekenden*. Dit soort vergelijkingen komt later terug in het deel over stelsels.

Oplossingsverzameling

De bedoeling van een vergelijking is meestal om te zoeken welk(e) getal(len) we in plaats van de onbekende(n) (meestal gewoon x) kunnen zetten zodat de gelijkheid klopt. Die getallen noemen we de *oplossingen* van de vergelijking.

Voor het eerste voorbeeld $x + 6 = 2 - 3x$, is er maar één getal waarvoor de gelijkheid klopt: -1:

$$\begin{aligned} -1 + 6 &= 2 - 3 \cdot (-1) \\ 5 &= 2 + 3 \\ 5 &= 5 \end{aligned}$$

Als je de oplossing(en) in een verzameling stopt, noemen we die verzameling de *oplossingsverzameling* van de vergelijking. We stellen de oplossingsverzameling meestal voor met de letter V.

De oplossingsverzameling V voor het voorbeeld is dus:

$$V = \{-1\}$$

Uitbreiding: Meerdere oplossingen

Het kan natuurlijk ook dat er meer dan één getal in de oplossingsverzameling zit. Voor de vergelijking $x^2 + 2x = 3$ zijn er bijvoorbeeld twee waarden die we kunnen invullen voor x zodat de gelijkheid klopt: 1 en -3. Wanneer we 1 invullen krijgen we:

$$\begin{aligned} (1)^2 + 2 \cdot (1) &= 3 \\ 1 + 2 &= 3 \\ 3 &= 3 \end{aligned}$$

Wanneer we -3 invullen, krijgen we:

$$\begin{aligned} (-3)^2 + 2 \cdot (-3) &= 3 \\ 9 - 6 &= 3 \\ 3 &= 3 \end{aligned}$$

Zowel 1 als -3 is een oplossing van de vergelijking. De oplossingsverzameling is dan

$$V = \{1, -3\}$$

Samengevat

VERGELIJKING

Een vergelijking is iets van de vorm

$$\textbf{linkerlid} = \textbf{rechterlid}$$

Waarbij $\textbf{linkerlid}$ en $\textbf{rechterlid}$ een of meerdere onbekenden bevatten. Vaak is er maar één onbekende, namelijk x.

OPLOSSINGSVERZAMELING

Een vergelijking is *opgelost* als je de waarden van de onbekenden vindt waarvoor de gelijkheid klopt. De *oplossingsverzameling* is de verzameling van die waarden.