Link met functies

Bron: https://hoezithet.nu/lessen/wiskunde/1g_vgl/functies/

Vergelijkingen en functies zijn zeer nauw met elkaar verbonden. Twee belangrijke toepassingen van vergelijkingen zijn dan ook

1. De snijpunten zoeken van twee functies;
2. De nulpunten zoeken van twee functies.

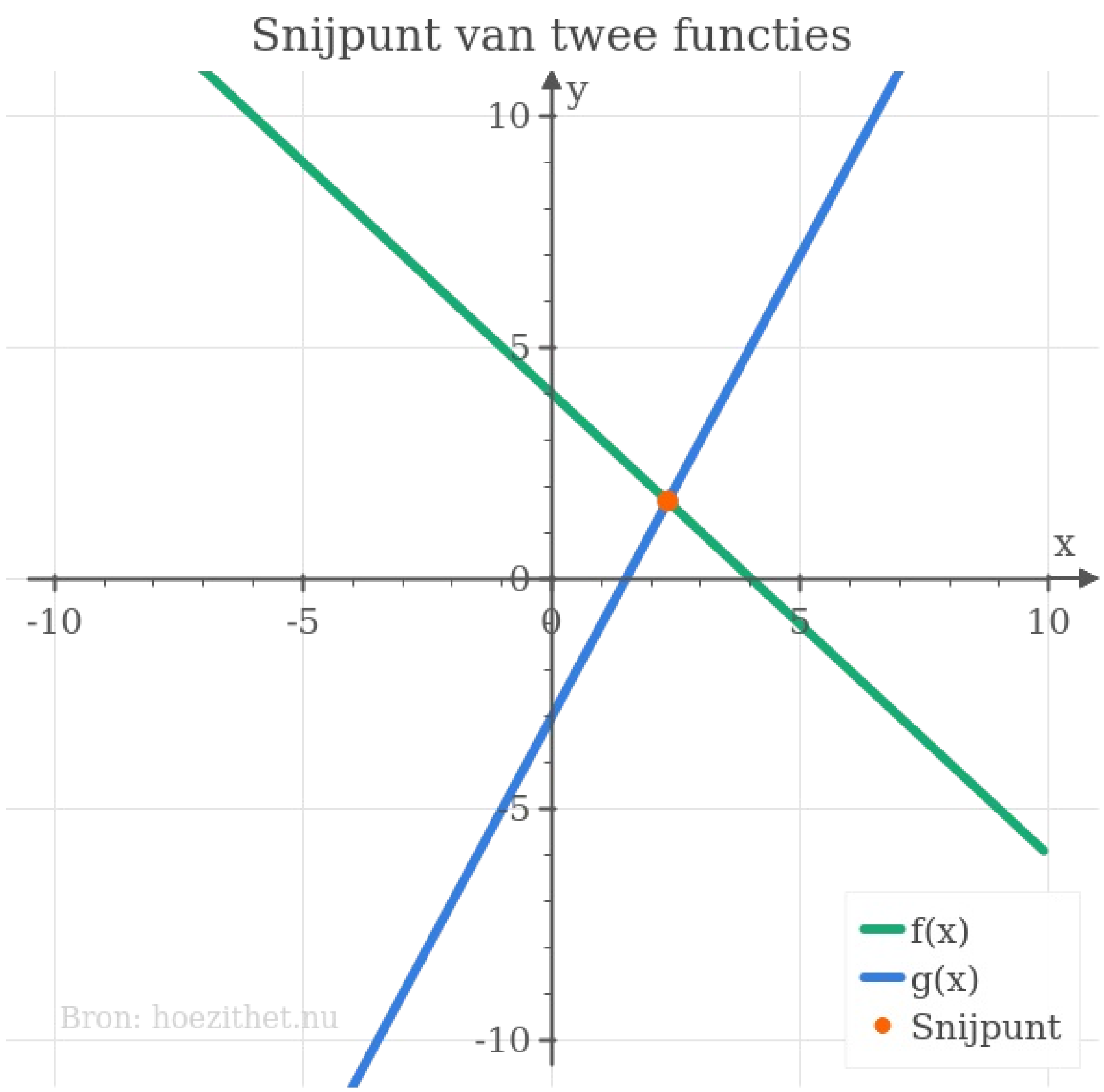
In deze les bespreken we deze toepassingen in het geval van eerstegraadsvergelijkingen met één onbekende.

Snijpunten van functies

Stel dat we twee functies f en g hebben waarbij

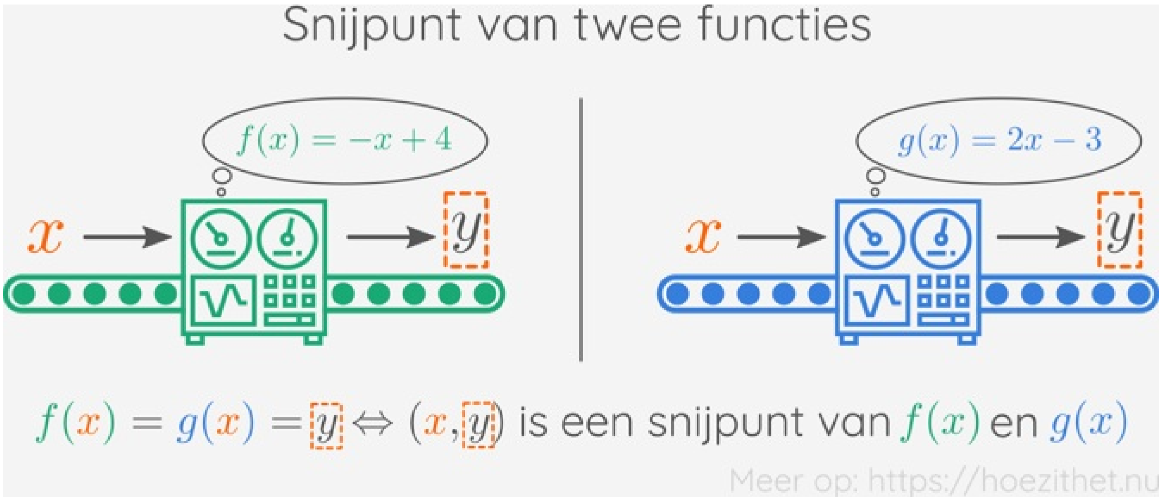
$$\begin{aligned} f(x) &= -x + 4 \\ g(x) &= 2x - 3 \end{aligned}$$

De grafiek van deze functies ziet er als volgt uit:



Het oranje punt duidt het snijpunt aan van de twee functies. Hoe kunnen we de coördinaten van dit snijpunt vinden?

Een snijpunt is een punt dat zowel op de grafiek van f als op de grafiek van g ligt. Denkend aan onze analogie van het machientje, is de $x-$waarde van een snijpunt een **ingang die voor zowel f als g dezelfde uitgang geeft**.



Als x de $x-$coördinaat van een snijpunt is, dan is dus $f(x) = g(x)$, of wanneer we x invullen in het voorschrift van f en g:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ \Leftrightarrow -x + 4 &= 2x - 3 \end{aligned}$$

En **poef** ! We krijgen een **vergelijking**. Als we deze vergelijking oplossen, vinden we de $x-$coördinaat van het snijpunt van f en g:

$$\begin{aligned} -x + 4 &= 2x - 3 \\ \Leftrightarrow -3x + 4 &= -3 \\ \Leftrightarrow -3x &= -7 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

Toon met meer tussenstappen

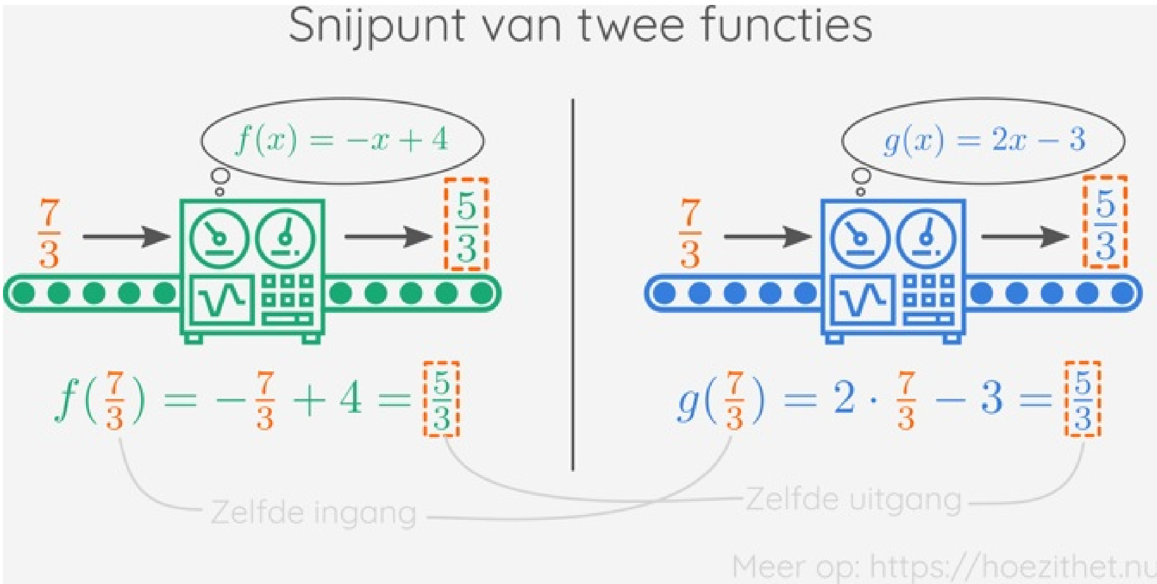
$$
\begin{aligned}
-x+4 &= 2x-3 \\
\Leftrightarrow -x+4-2x &= 2x-3-2x \\
\Leftrightarrow -x+4-2x &= \cancelto{0}{2x-2x}-3 \\
\Leftrightarrow -3x+4 &= -3 \\
\Leftrightarrow -3x+4-4 &= -3-4 \\
\Leftrightarrow -3x+\cancelto{0}{4-4} &= -3-4 \\
\Leftrightarrow -3x &= -7 \\
\Leftrightarrow \frac{-3x}{-3} &= \frac{-7}{-3} \\
\Leftrightarrow \cancelto{1}{\frac{-3}{-3}} \cdot x &= \frac{-7}{-3} \\
\Leftrightarrow x &= \frac{7}{3}
\end{aligned}
$$

De $x-$coördinaat van het snijpunt van f en g is dus $\frac{7}{3}$. We kunnen dit controleren door $\frac{7}{3}$ in te vullen in f en g:

$$
\begin{aligned}
f\left(\frac{7}{3}\right) &= -\frac{7}{3}+4 \\
&= \frac{-7}{3}+\frac{12}{3} \\
&= \boxed{\frac{5}{3}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g\left(\frac{7}{3}\right) &= 2\cdot\frac{7}{3}-3 \\
&= \frac{14}{3}-3 \\
&= \frac{14}{3}-\frac{9}{3} \\
&= \boxed{\frac{5}{3}}
\end{aligned}
$$

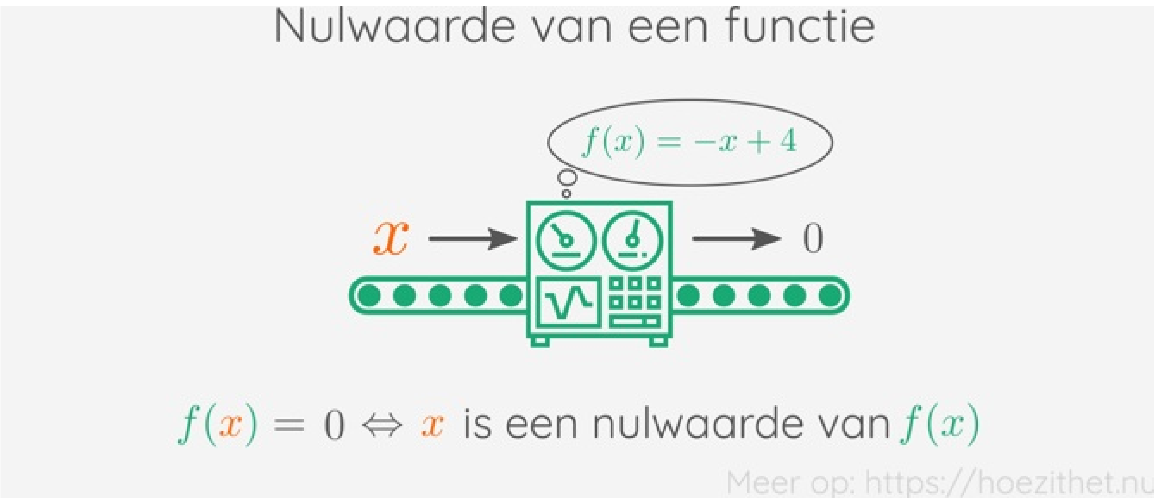
Inderdaad, $f(\frac{7}{3}) = \boxed{\frac{5}{3}}$ en $g(\frac{7}{3}) = \boxed{\frac{5}{3}}$! De coördinaten van het snijpunt zijn dan $(\frac{7}{3}, \boxed{\frac{5}{3}})$.



Op de grafiek bovenaan zien we dat dit punt inderdaad overeenkomt met het snijpunt van de twee functies.

Nulpunten zoeken van functies

Als we een nulwaarde van een functie in die functie stoppen, komt er 0 uit de functie.



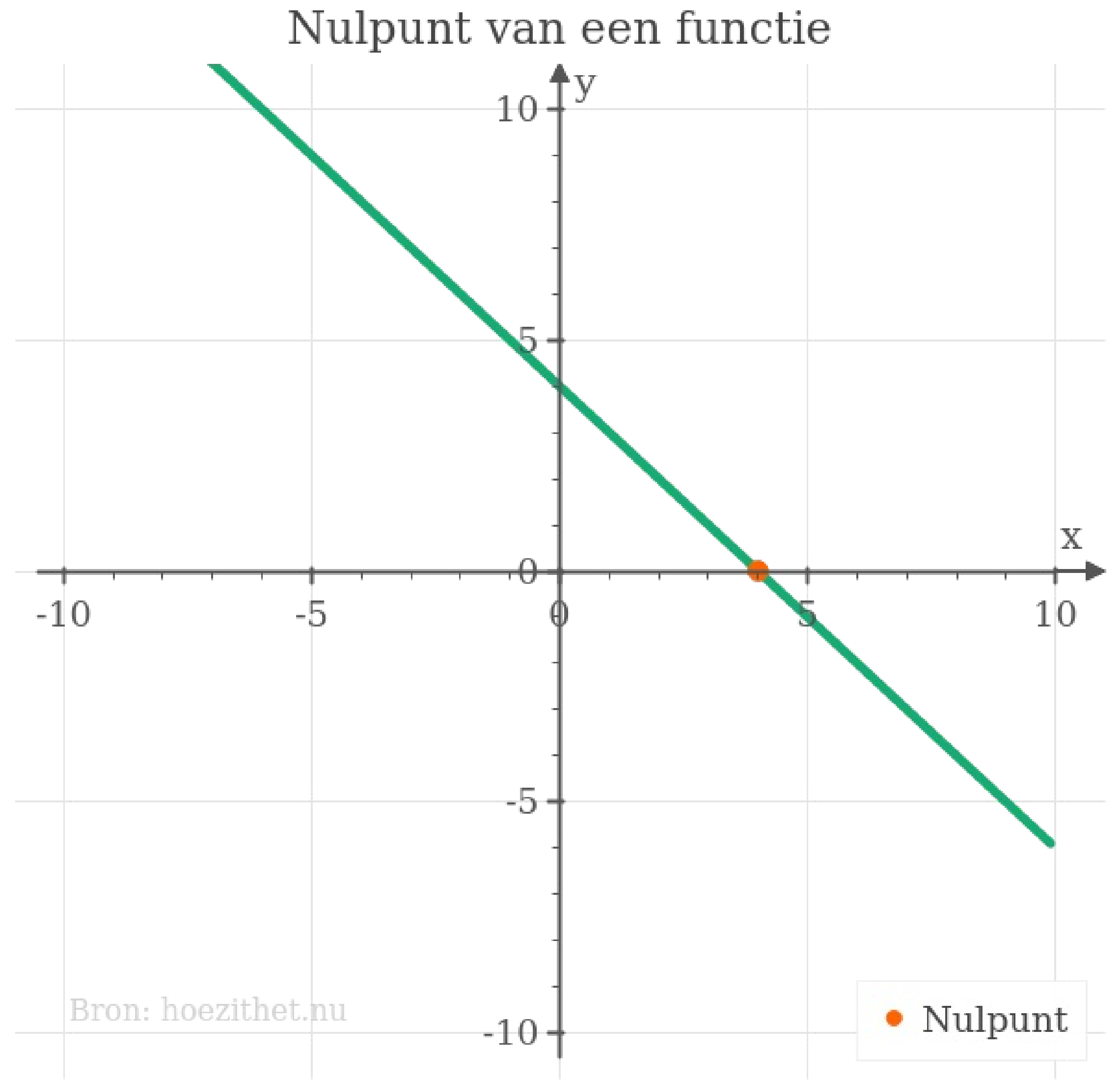
Stel dat x een nulwaarde van functie $f(x) = -x + 4$ is, dan is $f(x) = 0$, of na invullen:

$$-x + 4 = 0$$

En we krijgen een vergelijking! Wanneer we deze oplossen, vinden we de nulwaarde van de functie.

$$
\begin{aligned}
-x+4&=0\\
\Leftrightarrow -x&=-4\\
\Leftrightarrow x&=4
\end{aligned}
$$

En inderdaad, $f(4)=-4+4=0$! De nulwaarde is dus 4 en het nulpunt is $(4,0)$ (met een x- én y-coördinaat) . Dit kan je ook zien op onderstaande grafiek:



Samengevat

SNIJPUNTEN VAN TWEE FUNCTIES

De **snijpunten** van twee functies $f(x)$ en $g(x)$ vind je door eerst de twee functievoorschriften **aan elkaar gelijk te stellen**:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ \Leftrightarrow (\ldots\text{voorschrift van } f\ldots) &= (\ldots\text{voorschrift van } g\ldots) \end{aligned}$$

De oplossing van deze vergelijking geeft de $x-$coördinaat van elk snijpunt. Als je elke $x-$coördinaat in $f(x)$ of $g(x)$ invult, krijg je de bijhorende $y-$coördinaat.

NULPUNTEN VAN EEN FUNCTIE

De **nulpunten** van een functie $f(x)$ vind je door het **functievoorschrift gelijk aan nul te stellen**:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ \Leftrightarrow (\ldots\text{voorschrift van } f\ldots) &= 0 \end{aligned}$$

De oplossing van deze vergelijking geeft de $x-$coördinaat van elk nulpunt (de nulwaarde). De $y-$coördinaat van een **nul**punt is uiteraard altijd 0.

Meer op https://hoezithet.nu/