

Machten en wortels omvormen

Bron:

https://hoezithet.net/lessen/wiskunde/vergelijkingen/machten_omvormen/

Een **vergelijking** oplossen betekent dat we de waarden van de onbekende(n) vinden waarvoor de gelijkheid klopt. Vaak is er maar één onbekende, namelijk x .

Door een vergelijking **om te vormen** naar de vorm $x = (\text{een getal})$ kunnen we de vergelijking oplossen. In deze les zien we hoe we vergelijkingen van de vorm $x^2 = a$ en $x^3 = a$ kunnen omvormen naar $x = (\text{een getal})$. Ten slotte zullen we ook de vergelijkingen $\sqrt{x} = a$ en $\sqrt[3]{x} = a$ omvormen.

Omvormen van $x^2 = a$

Om een vergelijking van de vorm $x^2 = a$ (met $a \in \mathbb{R}^+$) om te vormen naar $x = (\text{een getal})$, moeten we enkel het kwadraat weg krijgen uit het linkerlid. We willen dat er links x staat in plaats van x^2 . We kunnen het kwadraat weg krijgen door de wortel te nemen van het linker- en rechterlid

$$\begin{aligned}x^2 &= a \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \pm \sqrt{a} \\ \Leftrightarrow x &= \pm \sqrt{a}\end{aligned}$$

Bijvoorbeeld: stel dat we de vergelijking

$$x^2 = 10$$

moeten oplossen. We willen het kwadraat aan de linkerkant weg krijgen zodat er links gewoon x staat. Dat kunnen we doen door van de vergelijking de vierkantswortel te nemen:

$$x^2 = 10$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \pm \sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 3.162\dots$$

We controleren door de x in de oorspronkelijke vergelijking $x^2 = 10$ eens te vervangen door $(3.162\dots)$ en eens door $(-3.162\dots)$:

$$(3.162\dots)^2 = 10$$

Check! ✓

$$(-3.162\dots)^2 = 10$$

Klopt!

› Uitbreiding: waarom die \pm ?

Omvormen van $x^3 = a$

Voor een vergelijking als $x^3 = a$ doen we iets heel gelijkaardigs als bij $x^2 = a$, maar nu gebruiken we de **derdemachtswortel**:

$$x^3 = a$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{a}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{a}$$

We willen bijvoorbeeld de vergelijking $x^3 = -16$ oplossen.

$$x^3 = -16$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{-16}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-16}$$

$$\Leftrightarrow x = -2.520\dots$$

Controle:

$$(-2.520\dots)^3 = -16$$

› Uitbreiding: waarom nu plots geen \pm ?

Omvormen van $\sqrt{x} = a$

Om een vergelijking van de vorm $\sqrt{x} = a$ (met $a \in \mathbb{R}^+$) om te vormen naar $x = \text{(een getal)}$, moeten we enkel de vierkantswortel weg krijgen uit het linkerlid. We kunnen hiervoor zorgen door het linker- en rechterlid te kwadrateren:

$$\begin{aligned}\sqrt{x} &= a \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 &= (a)^2 \\ \Leftrightarrow x &= a^2\end{aligned}$$

Bijvoorbeeld:

$$\begin{aligned}\sqrt{x} &= 5 \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 &= (5)^2 \\ \Leftrightarrow x &= 5^2 \\ \Leftrightarrow x &= 25\end{aligned}$$

Controle:

$$\sqrt{25} = 5$$

Perfect!

➤ Uitbreiding: Waarom niet $\pm a^2$?

Omvormen van $\sqrt[3]{x} = a$

Ook voor $\sqrt[3]{x} = a$ doen we iets gelijkaardigs als bij $\sqrt{x} = a$, maar nu dan met een derde macht. Merk op dat a nu zowel positief als negatief kan zijn ($a \in \mathbb{R}$), want een derdemachtswortel kan ook negatief zijn.

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{x} &= a \\ \Leftrightarrow (\sqrt[3]{x})^3 &= (a)^3 \\ \Leftrightarrow x &= a^3\end{aligned}$$

Bijvoorbeeld $\sqrt[3]{x} = -2$

$$\sqrt[3]{x} = -2$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt[3]{x})^3 = (-2)^3$$

$$\Leftrightarrow x = (-2)^3$$

$$\Leftrightarrow x = -8$$

Controle:

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

OK!

Samengevat

Vergelijking	Tussenstap	Oplossing	Voorwaarden
$x^2 = a$	$\sqrt{x^2} = \sqrt{a}$	$x = \pm \sqrt{a}$	$a \in \mathbb{R}^+$
$\sqrt{x} = a$	$(\sqrt{x})^2 = a^2$	$x = a^2$	$a \in \mathbb{R}^+$
$x^3 = a$	$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{a}$	$x = \sqrt[3]{a}$	$a \in \mathbb{R}$
$\sqrt[3]{x} = a$	$(\sqrt[3]{x})^3 = a^3$	$x = a^3$	$a \in \mathbb{R}$

Je vindt meer lessen op <https://hoezithet.net/>

© 2019 hoe zit het?