Domein en beeld

Bron:

https://hoezithet.net/lessen/wiskunde/functies/domein_beeld/

Een functie kunnen we voorstellen als een machientje waar we een waarde voor \boldsymbol{x} in stoppen en waar hoogstens één waarde voor \boldsymbol{y} uit komt.



Voor een bepaalde x-waarde kan er dus**één of géén** y-waarde uit de functie komen.

Domein van een functie

Het *domein* van een functie is de verzameling van xwaarden waarvoor er een functiewaarde (een ywaarde) bestaat.

- Voor elke x-waarde die niet in het domein zit, bestaat er géén y-waarde.
- Voor elke x-waarde die wel in het domein zit, bestaat er juist één y-waarde.

Een typisch voorbeeld is het domein van dereële functie die als functievoorschrift heeft

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Omdat de wortel van een negatief getal geen reëel getal is, kan f(x) niet reëel zijn voor negatieve xwaarden. Er bestaan met andere woorden géén ywaarden voor negatieve x-waarden. Het domein van deze functie f is dus alle positieve reële getallen, want enkel voor positieve x-waarden bestaat er een functiewaarde. We schrijven:

$$dom f = \mathbb{R}^+$$

Dit kunnen we ook schrijven als een interval:

$$dom f = [0, +\infty[$$

Beeld van een functie

Het *beeld* of het *bereik* van een functie is de verzameling van alle y-waarden die ooit uit de functie kunnen komen.

Een typisch voorbeeld is het beeld van de reële functie die als functievoorschrift heeft

$$f(x) = x^2$$

Omdat het kwadraat van elk reëel getal positief is, kunnen er uit deze functie f enkel positieve getallen komen. Met andere woorden is het beeld van deze functie alle positieve reële getallen. We schrijven:

$$bldf=\mathbb{R}^+$$

Dit kunnen we natuurlijk ook schrijven als een interval:

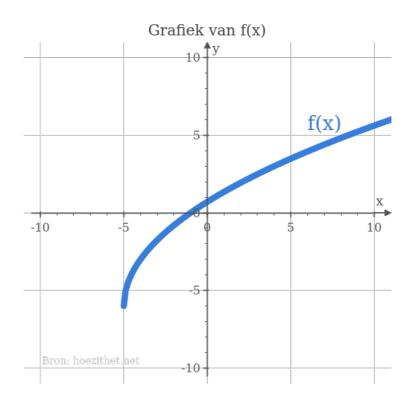
$$bldf = [0, +\infty[$$

Domein en beeld op een grafiek

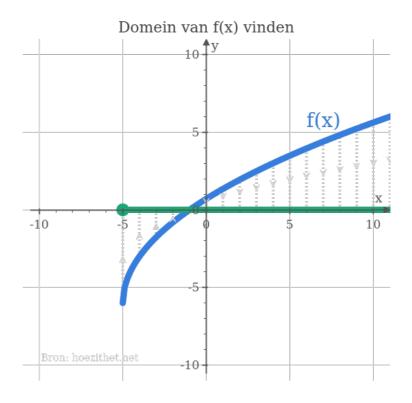
Het domein en beeld van een functie kan je ook aflezen van de grafiek van die functie. Neem bijvoorbeeld de grafiek van de functie

$$f(x) = 3 \cdot \sqrt{x+5} - 6$$

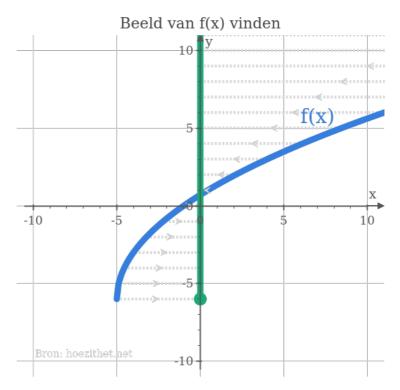
Die grafiek ziet er zo uit:



Om op deze grafiek het domein af te lezen, moet je de grafiek projecteren op de x-as. Het resultaat van de projectie is aangeduid in het groen op de x-as . We gaan ervan uit dat de grafiek oneindig blijft verder stijgen aan de rechterkant. We zien dan dat $dom f = [-5, +\infty[$.



Het beeld (of het bereik) van diezelfde functie kunnen we vinden door de grafiek nu te projecteren op de y-as. Op de onderstaande grafiek zie je het resultaat van deze projectie in het groen op de y-as.



We gaan ervan uit dat de grafiek oneindig blijft

verder stijgen aan de rechterkant. Je vindt dat

$$bldf = [-6, +\infty[$$
.

Samengevat

DEFINITIE DOMEIN

Het domein van een functie is de verzameling van alle mogelijke x-waarden waarvoor er een functiewaarde bestaat.

DEFINITIE BEELD

Het beeld van een functie is de verzameling van alle mogelijke functiewaarden.

DOMEIN AFLEZEN OP EEN GRAFIEK

Het domein van een functie lees je af op een grafiek door de grafiek te projecteren op de x-as.

BEELD AFLEZEN OP EEN GRAFIEK

Het beeld van een functie lees je af op een grafiek door de grafiek te projecteren op de yas.