Maal en gedeeld door omvormen

Bron:
https://hoezithet.nu/lessen/wiskunde/vergelijkingen/factoren_omvormen/

Een vergelijking oplossen betekent dat we de waarden van de onbekende(n) vinden waarvoor de gelijkheid klopt. Vaak is er maar één onbekende, namelijk x.

Door een vergelijking om te vormen naar de vorm $x = (\text{een getal})$ kunnen we de vergelijking oplossen. In deze les zien we hoe we vergelijkingen van de vorm $a \cdot x = b$ en $\frac{x}{a} = b$ kunnen omvormen naar $x = (\text{een getal})$. Daarbij zijn a en b reële getallen en $a \neq 0$.

Uitbreiding: Waarom moet $a \neq 0$?

Zowel bij de vergelijking $a \cdot x = b$ als bij $\frac{x}{a} = b$ moet $a \neq 0$.

Bij $a \cdot x = b$ moet dat omdat als $a = 0$ de vgl. wordt $0 \cdot x = b$. Dit is een speciale soort vergelijking waar we het later over zullen hebben.

Bij $\frac{x}{a} = b$ moet $a \neq 0$ omdat we anders zouden delen door 0. En delen door 0, dat levert alleen maar problemen op.

Omvormen van $a \cdot x = b$

Om een vergelijking van de vorm $a \cdot x = b$ (met $a \in \mathbb{R}_0$ en $b \in \mathbb{R}$) om te vormen naar $x = (\text{een getal})$, moeten we enkel de a weg krijgen uit het linkerlid. We willen dat er links $1 \cdot x$ staat in plaats van $a \cdot x$. We kunnen van de a een 1 maken door het linker- en rechterlid te delen door a:

$$
\begin{aligned}
& a \cdot x = b \\
\Leftrightarrow\ & \frac{a \cdot x}{a} = \frac{b}{a} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{a}{a} \cdot x = \frac{b}{a} \\
\Leftrightarrow\ & 1 \cdot x = \frac{b}{a} \\
\Leftrightarrow\ & x = \frac{b}{a}
\end{aligned}
$$

Uitbreiding

Zorg dat je goed begrijpt waarom we bij het omvormen van een vergelijking telkens dezelfde bewerking aan beide kanten van de vergelijking moeten doen. We doen dat om de gelijkheid te kunnen behouden.

Als we weten dat

$$3x = -6$$

Waar is $\frac{3x}{3}$ dan aan gelijk? Omdat we weten dat $3x = -6$ is

$$\frac{3x}{3} = \frac{-6}{3}$$

Enkel door beide kanten van de vergelijking te delen door 3, zijn we zeker dat we opnieuw een gelijkheid krijgen.

Voorbeeld voor $a \cdot x = b$

Nu eens met echte getallen in plaats van al die letters. Stel dat we de vergelijking

$$-3x = 6$$

moeten oplossen. We willen de -3 aan de linkerkant weg krijgen zodat er links gewoon x staat. Dat kunnen we doen door de vergelijking te delen door -3:

$$-3 \cdot x = 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3 \cdot x}{-3} = \frac{6}{-3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3}{-3} \cdot x = \frac{6}{-3}$$

$$\Leftrightarrow 1 \cdot x = -2$$

$$\Leftrightarrow x = -2$$

Controle door de x in de oorspronkelijke vergelijking $-3 \cdot x = 6$ te vervangen door (-2):

$$-3 \cdot (-2) = 6$$

Feest! We hebben x gevonden!

Omvormen van $\frac{x}{a} = b$

Om een vergelijking van de vorm $\frac{x}{a} = b$ (met $a \in \mathbb{R}_0$ en $b \in \mathbb{R}$) om te vormen naar $x = (\text{een getal})$, moeten we enkel de a weg krijgen uit het linkerlid. We willen dat er links $x \cdot 1$ staat in plaats van $\frac{x}{a}$. We kunnen hiervoor zorgen door het linker- en rechterlid te vermenigvuldigen met a:

$$\frac{x}{a} = b$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{a} \cdot a = b \cdot a$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \frac{a}{a} = b \cdot a$$

$$\Leftrightarrow x \cdot 1 = b \cdot a$$

$$\Leftrightarrow x = b \cdot a$$

Voorbeeld voor $\frac{x}{a} = b$

$$\frac{x}{5} = -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{5} \cdot 5 = -2 \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \frac{5}{5} = -2 \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow x \cdot 1 = -10$$

$$\Leftrightarrow x = -10$$

Controle:

$$\frac{-10}{5} = -2$$

Yes!

Samengevat

Vergelijking	Tussenstap	Oplossing	Voorwaarden
$a \cdot x = b$	$\frac{a \cdot x}{a} = \frac{b}{a}$	$x = \frac{b}{a}$	$a \in \mathbb{R}_0$ en $b \in \mathbb{R}$
$\frac{x}{a} = b$	$\frac{x}{a} \cdot a = b \cdot a$	$x = b \cdot a$	$a \in \mathbb{R}_0$ en $b \in \mathbb{R}$

Meer op https://hoezithet.nu/