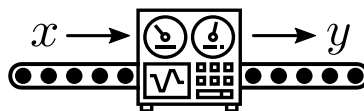


# Tekenschema

Bron:

<https://hoezithet.net/lessen/wiskunde/functies/tekenschema/>

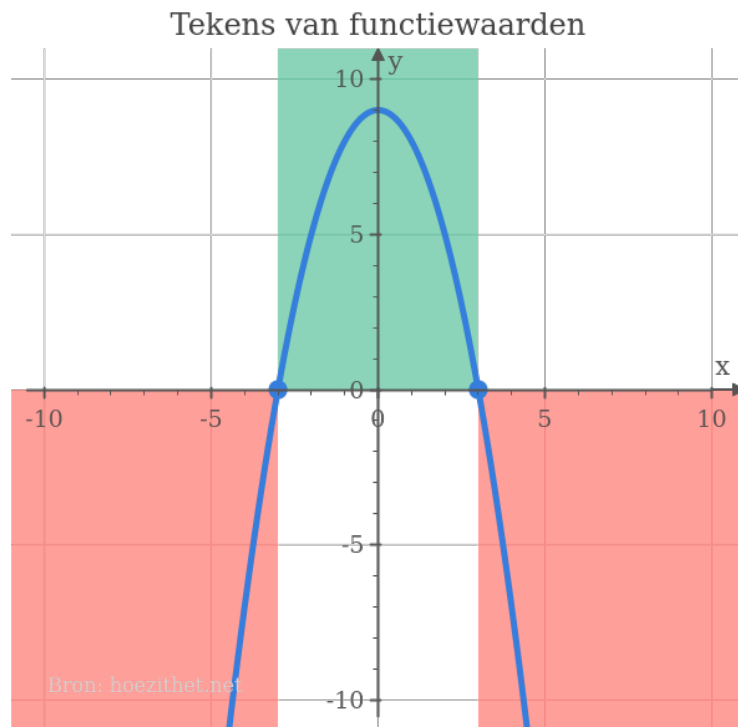
Een functie kunnen we voorstellen als een machientje waar we een waarde voor  $x$  in stoppen en waar hoogstens één waarde voor  $y$  uit komt.



De nulwaarden van de functie zeggen welke  $x$ -waarden we in de functie moeten stoppen om als functiewaarde (of  $y$ -waarde) nul te krijgen. We kunnen nu ook op zoek gaan naar de  $x$ -waarden die een *positieve* functiewaarde opleveren en de  $x$ -waarden die een *negatieve* functiewaarde opleveren.

## Tekenschema vanuit een grafiek

Welke  $x$ -waarden welk teken (positief/negatief/nul) opleveren voor de  $y$ -waarden, vatten we samen in een **tekenschema** (ook wel "tekentabel" of "tekenverloop" genoemd). Als de **grafiek van een functie** is gegeven, kunnen we zien waar de functiewaarden (of de  $y$ -waarden) *positief*, *negatief* of *nul* zijn.



We zien op de grafiek:

- Voor  $x$ -waarden kleiner dan  $-3$  zijn alle  $y$ -waarden **negatief** ;
- Voor  $x$  gelijk aan  $-3$  is de  $y$ -waarde **nul** ;
- Voor  $x$ -waarden tussen  $-3$  en  $3$  zijn alle  $y$ -waarden **positief** ;
- Voor  $x$  gelijk aan  $3$  is de  $y$ -waarde **nul** ;
- Voor  $x$ -waarden groter dan  $3$  zijn alle  $y$ -waarden **negatief** .

Dit vatten we als volgt samen in een **tekenschema**:

Ingang $x$	$-\infty$		$-3$		$3$		$+\infty$
Uitgang $y = f(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	

Het schema toont:

- Als de ingang ( $x$ ) iets tussen  $-\infty$  en  $-3$  is, is de uitgang ( $y$ ) **negatief** ;
- Als  $x = -3$ , is  $y$  **nul** ;

- Als  $x$  iets tussen  $-3$  en  $3$  is, is  $y$  *positief*;
- Als  $x = 3$  is, is  $y$  *nul*;
- Als  $x$  iets tussen  $3$  en  $+\infty$  is, is  $y$  *negatief*.

## Tekenschema zonder grafiek

We kunnen een tekenschema ook maken *zonder* een grafiek. Dit doen we in drie stappen.

1. Zet de grenzen van het *domein* in de bovenste rij van het tekenschema;
2. Zoek alle *nulpunten* en zet ze van klein naar groot (volgens  $x$ -waarde) tussen de grenzen van het domein;
3. Vind de tekens van  $y$  tussen alle  $x$ -waarden in het schema (tenzij die  $x$ -waarden buiten het domein liggen) .

We werken deze stappen uit voor de (*reële*) functie met *voorschrift*

$$f(x) = -x^2 + 9$$

Dit is de functie die hoort bij de grafiek van daarnet. We hopen dus ook hetzelfde tekenschema te krijgen.

### Grenzen van het domein

We kunnen van eender welk reëel getal het kwadraat berekenen, dus we kunnen

$f(x) = -x^2 + 9$  voor elk reëel getal  $x$  berekenen.

Dit betekent dat het domein van  $f$  alle reële getallen is:

$$\text{dom } f = \mathbb{R}$$

Als *interval* geschreven is dit

$$\text{dom } f = ]-\infty, +\infty[$$

De grenzen van het domein zijn dus  $-\infty$  en  $+\infty$ .

Die zetten we op de bovenste rij van het

tekenschema:

Ingang $x$	$-\infty$						$+\infty$
Uitgang $y = f(x)$							

## Nulpunten zoeken

We vinden de nulwaarden van de functie

$f(x) = -x^2 + 9$  door de [vergelijking](#)

$$-x^2 + 9 = 0$$

op te lossen naar  $x$ . Als je dat zou doen, vind je dat  $x = -3$  en  $x = 3$  de nulwaarden zijn van deze functie  $f$ . De [nulpunten](#) zijn dus  $(-3, 0)$  en  $(3, 0)$ . We zetten deze nulpunten gerangschikt in het tekenschema:

Ingang $x$	$-\infty$		$-3$		$3$		$+\infty$
Uitgang $y = f(x)$			$0$		$0$		

## Tekens van $y$ tussen alle $x$ -waarden

Om het tekenschema te vervolledigen, moeten we op zoek naar welk teken er moet staan bij  $y$  tussen alle  $x$ -waarden die in het schema staan. Dus tussen  $-\infty$  en  $-3$ , tussen  $-3$  en  $3$ , en tussen  $3$  en  $+\infty$ . Een trucje dat *altijd* werkt is:

1. Kies een eenvoudige  $x$ -waarde die ligt tussen de twee  $x$ -waarden;
2. Vul de gekozen  $x$ -waarde [in in de functie](#);
3. Zet het teken van de uitkomst in het tekenschema.

Bijvoorbeeld het teken van  $y$  voor  $x$  tussen  $-3$  en  $3$ . Een eenvoudig getal dat ligt tussen  $-3$  en  $3$  is  $0$ . Die

vullen we in in  $f(x) = -x^2 + 9$ :

$$f(0) = -(0)^2 + 9 = 9$$

We komen een **positief** getal uit, dus we zetten een **+** tussen **-3** en **3**:

Ingang $x$	$-\infty$		<b>-3</b>		<b>3</b>		$+\infty$
Uitgang $y = f(x)$			<b>0</b>	<b>+</b>	<b>0</b>		

Voor een x-waarde tussen  $-\infty$  en **-3**, kunnen we **-5** nemen.

$$f(-5) = -(-5)^2 + 9 = -25 + 9 = -16$$

Invullen geeft een **negatief** getal, dus we zetten een **-** tussen  $-\infty$  en **-3**:

Ingang $x$	$-\infty$		<b>-3</b>		<b>3</b>		$+\infty$
Uitgang $y = f(x)$		<b>-</b>	<b>0</b>	<b>+</b>	<b>0</b>		

Voor een x-waarde tussen **3** en  $+\infty$ , ten slotte, kunnen we **5** nemen.

$$f(5) = -(5)^2 + 9 = -25 + 9 = -16$$

Invullen geeft een **negatief** getal, dus we zetten een **-** tussen **3** en  $+\infty$ :

Ingang $x$	$-\infty$		<b>-3</b>		<b>3</b>		$+\infty$
Uitgang $y = f(x)$		<b>-</b>	<b>0</b>	<b>+</b>	<b>0</b>	<b>-</b>	

Et voilà!  
daarnet.

We krijgen hetzelfde tekenschema als

Enkel nulpunten en grenzen van

## domein

De x-waarden die in een tekenschema staan (de bovenste rij), zijn *ofwel nulpunten* ( $-3$  en  $3$  in het vorige voorbeeld) *ofwel grenzen van het domein* ( $-\infty$  en  $+\infty$  in het voorbeeld). Er zijn geen andere x-waarden nodig. Dat is omdat het teken van  $y$  enkel kan veranderen na een nulpunt of na een grens van het domein.

Voor echt heel speciale functies kan het teken ook na andere x-waarden veranderen, namelijk na een *discontinuïteit*. Zulke functies zullen we niet zo vaak tegenkomen, dus is het niet de moeite om er nu verder op in te gaan. Zorgen voor later!

## Samengevat

### TEKENSHEMA

Het tekenschema van een functie  $f$  toont schematisch het teken van  $y$  voor alle x-waarden die in het domein van  $f$  zitten.

### TEKENSHEMA OPSTELLEN

1. Zet de grenzen van het domein in het tekenschema;
2. Zoek alle nulpunten en zet ze tussen de grenzen van het domein;
3. Vind de tekens van  $y$  tussen alle x-waarden in het schema.

Meer op <https://hoezithet.net/>



| hoe zit het?

