Merkwaardige producten

Bron:

https://hoezithet.net/lessen/wiskunde/veeltermen/merkwaardige_producten/

Wat is 99^2 ? Of 102^2 ? Eens we de formules van <code>merkwaardige producten</code> onder de knie hebben, wordt het heel eenvoudig om zulke machten uit te rekenen. Er zijn <code>drie</code> merkwaardige producten:

$$(a+b) \cdot (a+b)$$
$$(a-b) \cdot (a-b)$$

$$(a+b)\cdot(a-b)$$

Waarbij a en b getallen voorstellen. We schrijven de merkwaardige producten meestal korter als

$$(a+b)^{2}$$
$$(a-b)^{2}$$
$$(a+b) \cdot (a-b)$$

 99^2 kunnen we schrijven als een merkwaardig product, want 99 is 100-1 en dus 99^2 is $(100-1)^2$. Die laatste heeft dezelfde vorm als $(a-b)^2$.

Ook 102^2 kunnen we als merkwaardig product schrijven als $(100+2)^2$. Die is dus van de vorm $(a+b)^2$.

We zullen merkwaardige producten vaak tegenkomen bij onder andere ontbinden in factoren en functies (meer bepaald veeltermfuncties). Hieronder bespreken we hoe je een merkwaardig product kan uitrekenen.

Merkwaardige producten uitrekenen

Eigenlijk is het heel eenvoudig om merkwaardige producten uit te rekenen. Je kan gewoon de distributieve eigenschap toepassen. Bijvoorbeeld voor $(a+b)^2$:

$$(a+b) \cdot (\mathbf{a}+\mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{b}$$

$$= a^2 + a\mathbf{b} + a\mathbf{b} + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

We kunnen hetzelfde voor $(a-b)^2$ doen:

$$(a-b)\cdot(a-b)=a\cdot a$$
 $+a\cdot(-b)$ $-b\cdot a$ $-b\cdot(-b)$
= a^2 $-ab$ $-ab$ $+b^2$
= a^2 $-2ab$ $+b^2$

En voor $(a+b) \cdot (a-b)$:

$$(a+b)\cdot(a-b)=a\cdot a +a\cdot(-b) +b\cdot a +b\cdot(-b) \ =a^2 -ab +ab -b^2 \ =a^2 -b^2$$

In de voorlaatste lijn valt -ab + ab weg omdat het gelijk is aan $\mathbf{0}$.

De uitkomsten zijn samengevat in de onderstaande tabel.

TE ONTHOUDEN

De drie merkwaardige producten zijn:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 (1)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 (2)$$

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2 \tag{3}$$

BLACK OUT

Stel dat je de bovenstaande formules ooit zou vergeten, niet panikeren. Je kan snel de formules terug bekomen door de distributieve eigenschap toe te passen zoals we hierboven deden. De formules zijn maar een binnenweg om niet telkens de hele berekening met de distributieve eigenschap te moeten doen.

Indruk maken

Terug naar de oorspronkelijke vraag: wat is 99^2 en 102^2 ? Wel we kunnen 99^2 schrijven als $(100-1)^2$ en we kunnen dus de formule van $(a-b)^2$ toepassen: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ waarbij we a vervangen door 100 en b vervangen door 1.

$$99^{2} = (100 - 1)^{2}$$

$$= 100^{2} - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^{2}$$

$$= 10\ 000 - 200 + 1$$

$$= 9801$$

We kunnen ook snel 102^2 berekenen door het op te splitsen in 100 + 2:

$$102^{2} = (100 + 2)^{2}$$

$$= 100^{2} + 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^{2}$$

$$= 10\ 000 + 400 + 4$$

$$= 10\ 404$$

Als je dus ooit een moeilijk kwadraat moet berekenen, kan je altijd proberen om het getal op te splitsen in een som of verschil van twee getallen waarvan je snel de kwadraten kan berekenen. Bijvoorbeeld $19^2,\,108^2$ enzovoort.

Je vindt meer lessen op https://hoezithet.net/

© 2019 hoe zit het?