

# Machten en wortels omvormen

Bron:

[https://hoezithet.net/lessen/wiskunde/vergelijkingen/machten\\_omvormen/](https://hoezithet.net/lessen/wiskunde/vergelijkingen/machten_omvormen/)

Een **vergelijking** oplossen betekent dat we de waarden van de onbekende(n) vinden waarvoor de gelijkheid klopt. Vaak is er maar één onbekende, namelijk  $x$ .

Door een vergelijking **om te vormen** naar de vorm  $x = (\text{een getal})$  kunnen we de vergelijking oplossen. In deze les zien we hoe we vergelijkingen van de vorm  $x^2 = a$  en  $x^3 = a$  kunnen omvormen naar  $x = (\text{een getal})$ . Ten slotte zullen we ook de vergelijkingen  $\sqrt{x} = a$  en  $\sqrt[3]{x} = a$  omvormen.

## Omvormen van $x^2 = a$

Om een vergelijking van de vorm  $x^2 = a$  (met  $a \in \mathbb{R}^+$ ) om te vormen naar  $x = (\text{een getal})$ , moeten we enkel het kwadraat weg krijgen uit het linkerlid. We willen dat er links  $x$  staat in plaats van  $x^2$ . We kunnen het kwadraat weg krijgen door de wortel te nemen van het linker- en rechterlid

$$\begin{aligned}x^2 &= a \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \pm \sqrt{a} \\ \Leftrightarrow x &= \pm \sqrt{a}\end{aligned}$$

Bijvoorbeeld: stel dat we de vergelijking

$$x^2 = 10$$

moeten oplossen. We willen het kwadraat aan de linkerkant weg krijgen zodat er links gewoon  $x$  staat. Dat kunnen we doen door van de vergelijking de

vierkantswortel te nemen:

$$\begin{aligned}x^2 &= 10 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \pm\sqrt{10} \\ \Leftrightarrow x &= \pm\sqrt{10} \\ \Leftrightarrow x &= \pm 3.162\dots\end{aligned}$$

We controleren door de  $x$  in de oorspronkelijke vergelijking  $x^2 = 10$  eens te vervangen door  $(3.162\dots)$  en eens door  $(-3.162\dots)$ :

$$(3.162\dots)^2 = 10$$

Check! ✓

$$(-3.162\dots)^2 = 10$$

Klopt!

➤ Uitbreiding: waarom die  $\pm$ ?

## Omvormen van $x^3 = a$

Voor een vergelijking als  $x^3 = a$  doen we iets heel gelijkaardigs als bij  $x^2 = a$ , maar nu gebruiken we de derdemachtswortel:

$$\begin{aligned}x^3 &= a \\ \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^3} &= \sqrt[3]{a} \\ \Leftrightarrow x &= \sqrt[3]{a}\end{aligned}$$

We willen bijvoorbeeld de vergelijking  $x^3 = -16$  oplossen.

$$\begin{aligned}x^3 &= -16 \\ \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^3} &= \sqrt[3]{-16} \\ \Leftrightarrow x &= \sqrt[3]{-16}\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = -2.520\dots$$

Controle:

$$(-2.520\dots)^3 = -16$$

➤ Uitbreiding: waarom nu plots geen  $\pm$ ?

## Omvormen van $\sqrt{x} = a$

Om een vergelijking van de vorm  $\sqrt{x} = a$  (met  $a \in \mathbb{R}^+$ ) om te vormen naar  $x = (\text{een getal})$ , moeten we enkel de vierkantswortel weg krijgen uit het linkerlid. We kunnen hiervoor zorgen door het linker- en rechterlid te kwadrateren:

$$\begin{aligned}\sqrt{x} &= a \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 &= (a)^2 \\ \Leftrightarrow x &= a^2\end{aligned}$$

Bijvoorbeeld:

$$\begin{aligned}\sqrt{x} &= 5 \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 &= (5)^2 \\ \Leftrightarrow x &= 5^2 \\ \Leftrightarrow x &= 25\end{aligned}$$

Controle:

$$\sqrt{25} = 5$$

Perfect!

➤ Uitbreiding: Waarom niet  $\pm a^2$ ?

## Omvormen van $\sqrt[3]{x} = a$

Ook voor  $\sqrt[3]{x} = a$  doen we iets gelijkaardigs als bij  $\sqrt{x} = a$ , maar nu dan met een derde macht. Merk op dat  $a$  nu zowel positief als negatief kan zijn ( $a \in \mathbb{R}$ ), want een derdemachtswortel kan ook negatief zijn.

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{x} &= a \\ \Leftrightarrow (\sqrt[3]{x})^3 &= (a)^3 \\ \Leftrightarrow x &= a^3\end{aligned}$$

Bijvoorbeeld  $\sqrt[3]{x} = -2$

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{x} &= -2 \\ \Leftrightarrow (\sqrt[3]{x})^3 &= (-2)^3 \\ \Leftrightarrow x &= (-2)^3 \\ \Leftrightarrow x &= -8\end{aligned}$$

Controle:

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

OK!

## Samengevat

Vergelijking	Tussenstap	Oplossing	Voorwaarden
$x^2 = a$	$\sqrt{x^2} = \sqrt{a}$	$x = \pm \sqrt{a}$	$a \in \mathbb{R}^+$
$\sqrt{x} = a$	$(\sqrt{x})^2 = a^2$	$x = a^2$	$a \in \mathbb{R}^+$
$x^3 = a$	$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{a}$	$x = \sqrt[3]{a}$	$a \in \mathbb{R}$
$\sqrt[3]{x} = a$	$(\sqrt[3]{x})^3 = a^3$	$x = a^3$	$a \in \mathbb{R}$

Meer op <https://hoezithet.net/>



| hoe zit het? |

