Statistik Übung Aufgabe Ü7.1

Indikatorzufallsvariable A:	Der Patient hat Antikörper.
Indikatorzufallsvariablen X_i:	Labor i findet Antikörper.
Zufallsvariable $X = \sum_{i=1}^{3} X_i$	ist die Anzahl der Labore, die Antikörper finden.
Behauptung:	$P(A \mid X = 2) = 30,88\%$
Positiv wenn positiv:	$p_A := P(X_1 \mid A) = 90\%$
Positiv wenn negativ:	$p_{\overline{A}} := P(X_1 \mid \overline{A}) = 20\%$
Verbreitung:	$P(A) = 15\%$

$P(X = 2 \mid A) = B(3, p_A)(2) = \binom{3}{2} * p_A^2 * \overline{p_A}^1 = 24,30\%$
$P(X = 2 \mid \overline{A}) = B(3, p_{\overline{A}})(2) = \binom{3}{2} * p_{\overline{A}}^2 * \overline{p_{\overline{A}}}^1 = 9,60\%$
$P(X = 2) \overset{\text{Totale Wahrscheinlichkeit}}{=\!=\!=} P(A) * P(X = 2 \mid A) + P(\overline{A}) * P(X = 2 \mid \overline{A}) =$
$= 15\% * 24,30\% + 85\% * 9,60\% = 11,805\%$
$P(A \mid X = 2) \overset{\text{Bayes}}{=\!=} P(X = 2 \mid A) * \frac{P(A)}{P(X=2)} = 24,30\% * \frac{15\%}{11,805\%} = 30,876747\%$

. . . .

Statistik Übung Aufgabe Ü7.2

X_k wie in Angabe, $Y_k = X_{7-k}$ ist die Wartezeit auf die k-letzte Zahl,
$Y = \sum_{k=1}^{6} Y_k$, $Y_k \sim \text{Geo}(\frac{k}{6})$
$P(Y_k = w) = (k/6) * (1 - k/6)^{w-1}$
$E(Y_k) = 6/k$
$Var(Y_k) = (1 - k/6)/(6/k)^2$ Y_k unabhängig => unkorreliert
$E(Y) = \sum_{k=1}^{6} E(Y_k) = 14,7$
$Var(Y) = \sum_{k=1}^{6} Var(Y_k) = 30 + 6 + 2 + 0,75 + 0,24 + 0 = 38,99$
$\sigma(Y) = 6,24$

. . . .