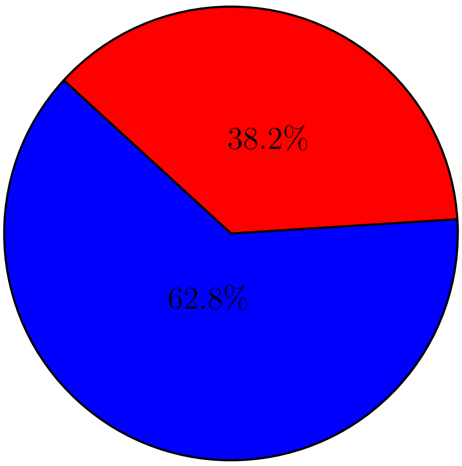
Statistik Übung Aufgabe 26

Aufgabenstellung:
Glücksrad mit zwei Feldern rot und blau. Zwei Spieler drehen abwechselnd. Wenn der erste Spieler zuerst rot dreht, bevor der zweite Spieler blau dreht, gewinnt er. Wie groß müssen die Felder rot und blau sein, dass beide die selbe Gewinnchance haben?

Lösung:
Zufallsvariable X: Wartezeit bis zur Entscheidung.
$P(X=1)=p$ und $P(X=2)=\overline{p}^2$
$p=\overline{p}^2=p^2-2p+1$
$p^2-3p+1=0$
$p_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{3^2-4*1*1}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$
$p=38,2\%$

Mit dem Gedächtnislosigkeitsargument folgt, dass die rote Fläche 137,5 Grad und die blaue Fläche 222,5 Grad groß sein muss, damit beide die gleiche Chance haben.



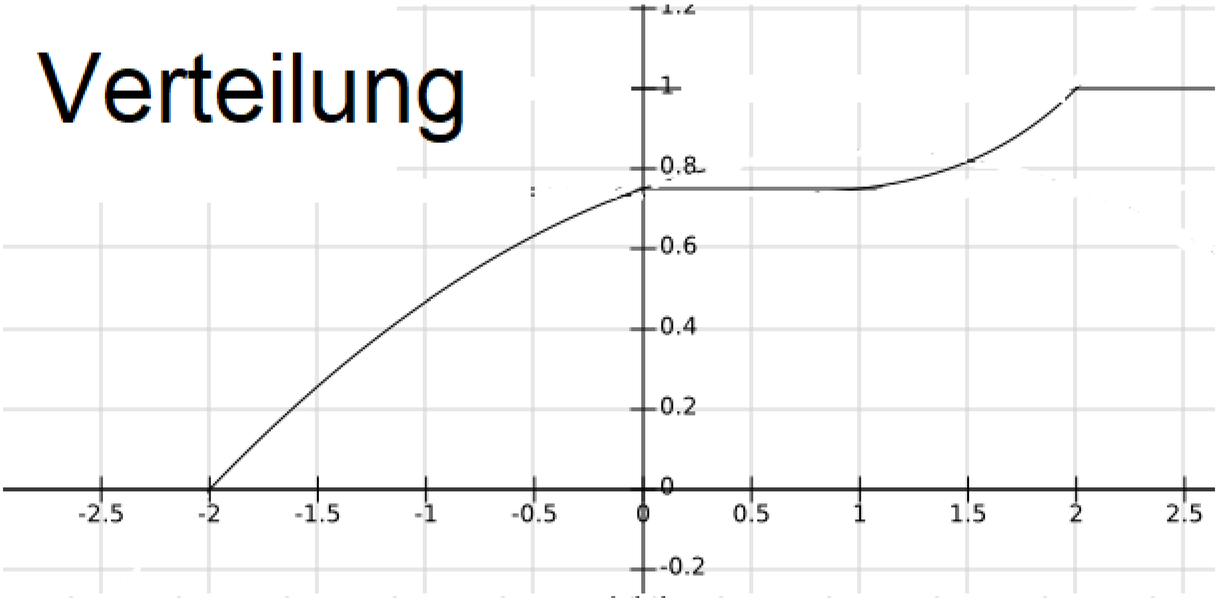
Statistik Übung Aufgabe 27

Aufgabenstellung:

kumulierte Verteilungsfunktion $F_X(x) := \begin{cases} 0 & \text{falls } x < -2 \\ -\frac{3}{32}(x+2)(x-4) & \text{falls } -2 \leq x < 0 \\ \frac{3}{4} & \text{falls } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{60}x^4 + \frac{11}{15} & \text{falls } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{falls } 2 \leq x \end{cases}$

stetige Übergänge:

$$\begin{aligned} 0 = F_X(-2^-) &\overset{\checkmark}{=\!=} F_X(-2^+) = 0 \\ 0,75 = \frac{3}{4} = \frac{3*2*4}{32} = F_X(0^-) &\overset{\checkmark}{=\!=} F_X(0^+) = \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} = F_X(1^-) &\overset{\checkmark}{=\!=} F_X(1^+) = \frac{1}{60} * 1^4 + \frac{11}{15} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} \\ 1 = \frac{1*2^4+44}{60} = F_X(2^-) &\overset{\checkmark}{=\!=} F_X(2^+) = 1 \end{aligned}$$



$$\text{Dichte } \rho_X|_{...} = \frac{dF_X|_{...}(x)}{dx} = \begin{cases} 0 & \text{falls } x < -2 \\ -\frac{3}{32}((x+2)+(x-4)) = \frac{-3x+2}{16} & \text{falls } -2 < x < 0 \\ 0 & \text{falls } 0 < x < 1 \\ \frac{1}{15}x^3 & \text{falls } 1 < x < 2 \\ 0 & \text{falls } 2 < x \end{cases}$$

rechtsstetige Dichtefortsetzung:

$$\text{Dichte } \rho_X|_{...} = \frac{dF_X|_{...}(x)}{dx} = \begin{cases} \frac{-3x+2}{16} & \text{falls } -2 \le x < 0 \\ \frac{1}{15}x^3 & \text{falls } 1 \le x < 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

1/3-Quantil: $1/3 = F_X(x_{1/3}) = -3/32 * (x_{1/3} + 2) * (x_{1/3} - 4) = -3/32 * (x_{1/3}^2 - 2 * x_{1/3} - 8)$

$0 = \frac{-9}{32}(x_{1/3}^2 - 2 * x_{1/3} - 8) - 1$

$0 = 9x_{1/3}^2 - 18 * x_{1/3} - 72 + 32$

$x_{1/3} = \frac{18 \pm \sqrt{18^2 + 4*9*40}}{18} = 1 \pm \frac{\sqrt{1768}}{18} = 1 \pm \frac{42}{18} = 1 \pm \frac{7}{3}$

$x_{1/3} = \frac{-4}{3}$ $\qquad\surd$durch Graphik bestaetigt.

$P(X = 1/2) = 0$

$P(-1 \le X \le 3) = F_X(3^+) - F_X(-1^-) = 1 - \frac{-3*1*(-5)}{32} = 1 - \frac{15}{32} = \frac{17}{32} = 53,125\%$

Statistik Übung Aufgabe 28

$\overline{D} = 1.100,85$
$\overline{D^2} = 1.218.115,55$
$\overline{T} = 59,82$
$\overline{T^2} = 4.156,7$
$\overline{DT} = 67.742$
Empirische Kovarianz $s_{DT} = \overline{DT} - \overline{D} * \overline{T} = 67.742 - 1.100,85 * 59,85 = 1.889,153$
Empirische Varianz $s_D^2 = \overline{D^2} - \overline{D}^2 = 1.218.115,5 - 1.100,85^2 = 6.244,778$
Empirische Varianz $s_T^2 = \overline{T^2} - \overline{T}^2 = 4156,7 - 59,82^2 = 578,268$
Korrellationskoeffizient $r_{DT} = \frac{s_{DT}}{s_D s_T} = \frac{1.889,153}{\sqrt{6.244,778 * 578,268}} = \frac{1889,153}{1900,303} = 99,413\%$
Regressionsgeradensteigung $g' = \frac{s_{DT}}{s_D^2} = \frac{1.889,153}{6.244,778} = 0,30$
Regressionsgeraden-y-Achsenabschnitt $g(0) = \overline{T} - g'\overline{D} = 59,82 - 0,30 * 1.100,85 = -273,206$

empir. Druck	approx. Temp	empir. Temp	rel Fehler
990,9	26,558	25	6,2%
1.008,5	31,883	30	6,3%
1.023,4	36,390	35	4,0%
1.035,6	40,081	40	0,2%
1.064,0	48,672	50	-2,7%
1.095,2	58,111	60	-3,1%
1.126,3	67,519	70	-3,5%
1.153,4	75,717	80	-5,4%
1.177,8	83,099	85	-2,2%
1.207,6	92,114	90	2,3%
1.226,6	97,862	93	5,2%