Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg
Studiengang Technische Informatik

Dr. G. Tapken

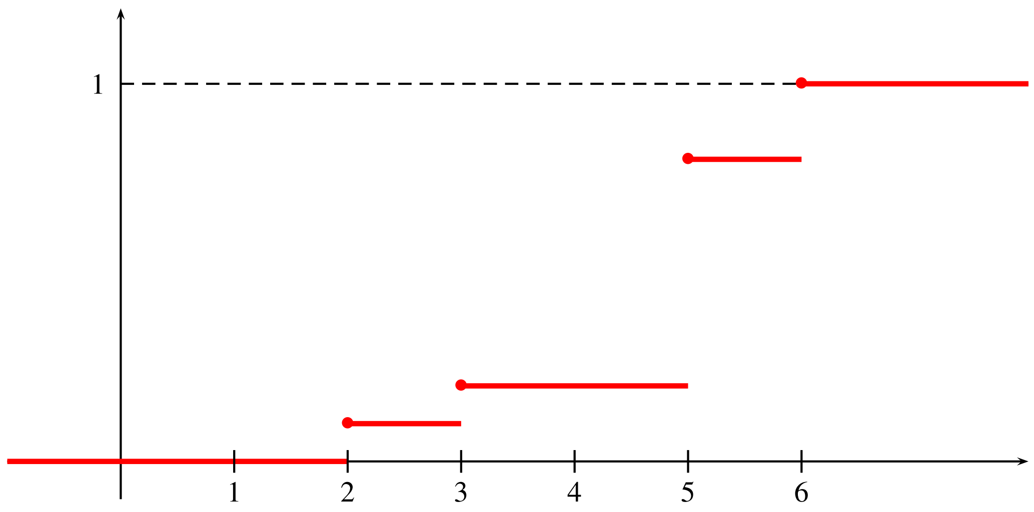
SoSe 2019

3. Wiederholungsblatt zur Statistik

Aufgabe W 3.1

Es werden Experimente mit jeweils bestehend aus 10 Würfen mit einem 6-seitigen Würfel ausgeführt.

a) Bei einem solchen Experiment ergab sich folgende empirische Verteilungsfunktion:



Ergänzen Sie die relativen Häufigkeiten der verschiedenen Ereignisse in der untenstehenden Tabelle

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
relative Häufigkeit	0	10%	10%	0	60%	20%

b) Bei einem weiteren solchen Experiment ergaben sich die folgenden absoluten Häufigkeiten:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit	2	2	2	3	0	1

Wie viele mögliche Reihenfolgen von Augenzahlen gibt es, die zu diesem Resultat führen?

10! / 2! / 2! / 2! / 3! / 0! / 1! = <u>75.600</u>

Aufgabe W 3.2

In einer bestimmten Stadt herrscht an 25% aller Tage Sonnenschein, an 50% aller Tage ist der Himmel bewölkt und an 25% aller Tage regnet es unaufhörlich. Herr Müller schaut jeden Morgen, bevor er sein Haus verlässt, nach dem Wetter. Wenn es regnet, nimmt er den Schirm mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.9 mit (er ist offensichtlich vergesslich), bei bewölktem Himmel mit Wahrscheinlichkeit 0.5 (er ist unentschlossen) und bei Sonnenschein mit Wahrscheinlichkeit 0.2 (er ist Pessimist).

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit verlässt er das Haus ohne Schirm?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Sonne scheint, wenn er morgens mit einem Schirm das Haus verlässt?

	Sonne	Wolke	Regen	Summe
Schirm	22,5 %	25 %	5 %	52,5 %
noSchirm	2,5 %	25 %	20 %	<u>47,5 %</u>
Summe	25 %	50 %	25 %	100 %

P(Sonne | Schirm) = 22,5% / 52,5% = <u>42,86%</u>

Aufgabe W 3.3

Die gemeinsame Verteilung von zwei diskreten Zufallsvariablen X und Y ist in unten stehender Tabelle angegeben (wobei die Felder im Inneren die Wahrscheinlichkeiten $P[X = j, Y = k]$ angeben). Dabei ist c eine positive Konstante.

$j \backslash k$	-1	0	1	$P[X = j]$
-2	c	c	c	3c = 18,75%
-1	2c	c	2c	5c = 31,25%
1	2c	c	2c	5c = 31,25%
2	c	c	c	3c = 18,75%
$P[Y = k]$	6c =37,5%	4c =25%	6c =37,5%	16c = 100%

c = 6,25%

a) Bestimmen Sie die Konstante c.

b) Tragen Sie die Randverteilungen von X und Y in die Tabelle ein.

c) Sind X und Y stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort.

nein. c = P(j=1, k=0) =/= P(j=1) * P(k=0) = 5c * 4c = 1,25 c

d) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X.

E(X) = 0 wegen Symmetrie

E(X^2) = (2^2 * 3c + 1^2 * 5c) * 2 = 34c = 2,125

Var(X) = E(X^2) - E^2(X) = 2,125

e) Berechnen Sie den Erwartungswert $E\left(e^{|X|}\right)$

E(exp(|X|)) = (exp(2) * 3c + exp(1) * 5c) * 2 = 35,76 *2c = <u>4,47</u>

Aufgabe W 3.4

Die Zufallsvariable X sei durch die folgende Verteilungsfunktion gegeben:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < -1 \\ \frac{2}{3} + \frac{2}{3}x^3 & \text{für} \quad -1 \leq x < 0 \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x^2 & \text{für} \quad 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{für} \quad 1 \leq x \end{cases}$$

a) Bestimmen Sie die Dichte

$f(x) = 2x^2\, 1|_{[-1,0[}(x) + 2/3x\, 1|_{[0,1]}(x)$

b) Berechnen Sie $P\left[X = \frac{1}{2}\right]$

$P(X=1/2) = 0$ (weil X stetig)

c) Berechnen Sie $P\left[-\frac{1}{2} \leq X < 0\right]$

$P(-0{,}5 < X < 0) = F(0) - F(-0{,}5^-) =$

$= 2/3 - (2/3 + 2/3 * (-0{,}5)^3) = 2/3/2^3 = \underline{1/12} = 8{,}33\%$

d) Berechnen Sie $x_{0.75}$

$75\% = F(x_{75\%}) = 2/3 + 1/3\, x_{75\%}^2$ // *3, -2

$x_{75\%}^2 = 225\% - 2 = 25\% = (1/2)^2$

$x_{75\%} = 0{,}5$ (positiv, weil $0 < x < 1$)

Aufgabe W 3.5

Anton, Beate und Clemens würfeln reihum. Wer zuerst eine 6 würfelt gewinnt. Anton beginnt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Anton?

Ereignis F = "Terminiert während der ersten drei Züge".
ZV X: Erste 6 im X-ten Zug.
Wegen Gedächtnislosigkeit ist X und F unabhängig, also
P("Anton wins") = P(X MOD 3 = 1) = P(X = 1 | F)
P(X = 1, F) = 1/6
P(F) = 1 - $(5/6)^3$ = 1 - 125 / 216 = 91 / 216
P("Anton wins") = 216 / 91 / 6 = 36 / 91 = <u>39,56%</u>