Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg
Studiengang Technische Informatik
Dr. G. Tapken

SoSe 2019

12. Übungsblatt zur Statistik

Aufgabe Ü 12.1

Mittels einer Abfüllmaschine werden X_1 Gramm eines Produktes in X_2 Gramm wiegende Dosen gefüllt. Die Zufallsvariablen X_1 und X_2 seien stochastisch unabhängig. Weiter seien die Verteilungen von X_1 bzw. X_2 ausreichend genau durch die Normalverteilungen $N(160, 4^2)$ bzw. $N(50, 3^2)$ beschrieben.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Füllgewicht X_1 einer zufällig aus der Produktion herausgenommenen Dose höchstens 170 Gramm beträgt. $P(X_1 < 170) = \Phi(2{,}5) = \underline{99{,}379\%}$

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Füllgewicht X_1 einer zufällig aus der Produktion herausgenommenen Dose unterhalb von 150 Gramm liegt. $P(X_1 < 150) = \Phi(-2{,}5) = \underline{0{,}621\%}$

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Füllgewicht X_1 einer zufällig aus der Produktion herausgenommenen Dose zwischen 150 Gramm und 170 Gramm liegt.
$P(150 < X_1 < 170) = 99{,}379\% - 0{,}621\% = \underline{98{,}758\%}$

d) Wie schwer muss eine Dose mindestens sein, um zu den schwersten 10% zu gehören?
$\Phi(1{,}28155) = 90\% = P(X_2 < x_{90\%}) = P((X_2 - \mu_2) / \sigma_2 < (x_{90\%} - 50) / 3) \rightarrow x_{90\%} = 1{,}28155 * 3 + 50 = \underline{53{,}84465\%}$

e) Bestimmen Sie die Verteilung des Gesamtgewichts $X_1 + X_2$ einer zufällig aus der Produktion herausgenommenen gefüllten Dose. $N(210, 5^2)$

f) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus der Produktion herausgenommene gefüllte Dose ein Gesamtgewicht von mindestens 220 Gramm besitzt.
$P(X_1+X_2 > 220) = 1-P((X_1+X_2 - \mu) / \sigma < (220-210)/5) = 1-\Phi(2) = 1-97{,}725\% = \underline{2{,}275\%}$

Aufgabe Ü 12.2

Ist X eine Zufallsvariable mit $X \sim Exp(\alpha)$, so besitzt $Y := X^{1/\beta}$ die für die Zuverlässigkeitstheorie wichtige Weibull-Verteilung $W(\alpha, \beta)$ mit den Parametern $\alpha, \beta > 0$.

Berechnen Sie die Verteilungsfunkion und die Dichte von Y.

Dichte Exponentialfunktion $f_X(x) = a \exp(-ax) 1|_{R+}(x)$
Verteilungsfunktion $F_X(x) = 1 - \exp(-ax) 1|_{R+}(x)$
Verteilungsfunktion $F_Y(x) = P(Y < x) = P(X^{1/b} < x) = P(X < x^b) = F_X(x^b) = 1 - \exp(-ax^b) 1|_{R+}(x)$
Dichte $f_Y(x) = - \exp(-ax^b) * (-abx^{b-1}) = abx^{b-1} \exp(-ax^b)$