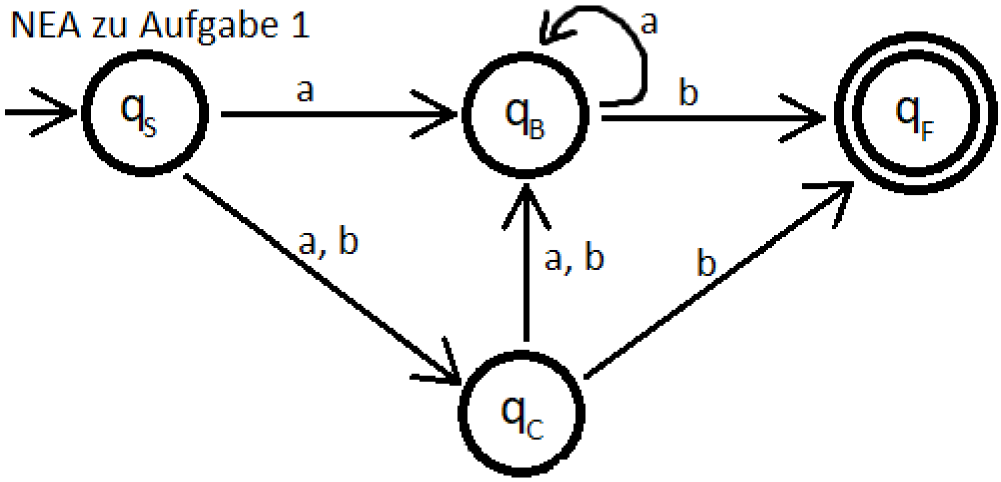
Aufgabe 1

Gesucht ist ein **NEA**, der die **selbe Sprache akzeptiert**, die auch die gegebene Grammatik produziert. Da in der gegebenen Grammatik die Regeln, die vom **Nichtterminalsymbol <D>** ausgehen, **niemals** angewendet werden, ändern wir durch **Weglassen** dieses Teils die Sprache nicht, die akzeptiert wird.



Aufgabe 2

2.1 vollständige formale Definition:

$M := \text{NEA}(Q; \Sigma; \delta; E; F)$ mit

$Q := \{q_0; q_1; q_2\}$

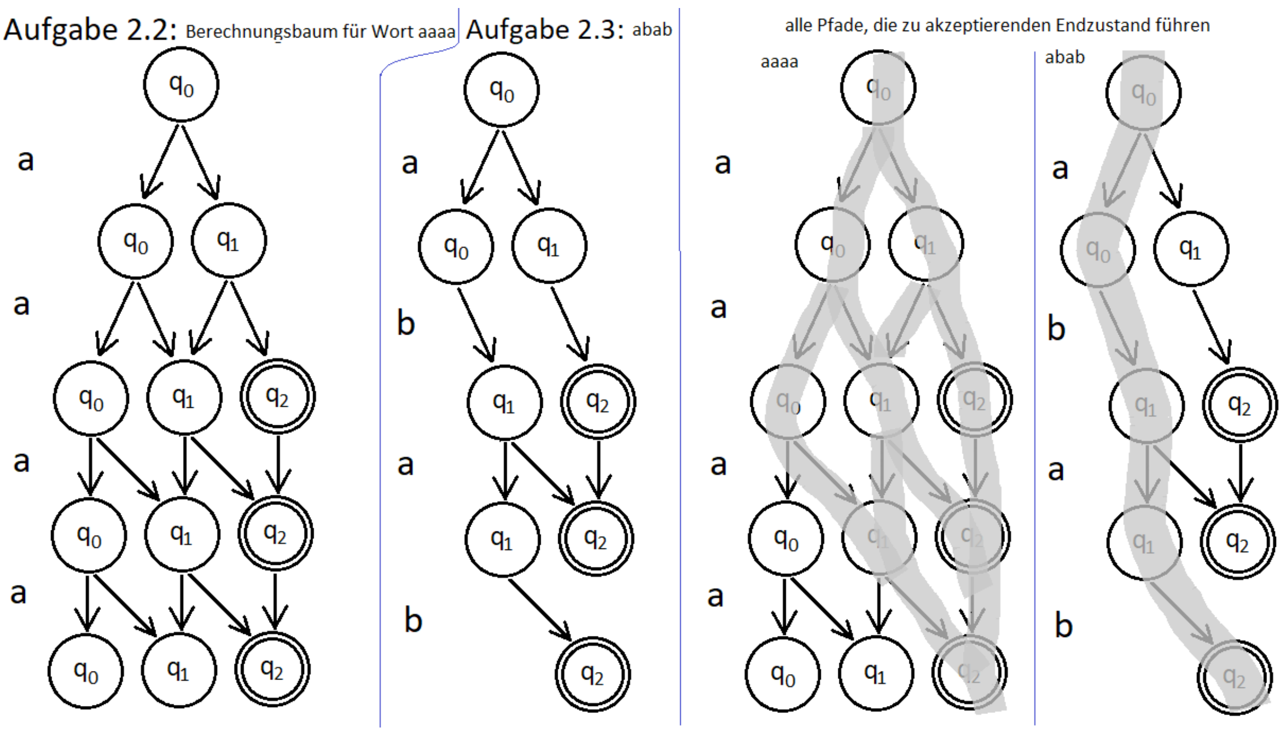
$\Sigma := \{a; b\}$

$E := \{q_0\}$

$F := \{q_2\}$

$\delta: Q \times \Sigma \to \wp(Q)$ geg. durch

δ	a	b
q_0	$\{q_0; q_1\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_1; q_2\}$	$\{q_2\}$
q_2	$\{q_2\}$	$\varnothing$



Aufgabe 3

3.1: In der Vorlesung haben wir die $\hat{\delta}_{VL}\colon\ Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$ definiert durch:

$$\hat{\delta}_{VL}(q_0; \varepsilon) := q_0$$
$$\hat{\delta}_{VL}(q_0; w_1 w_2 w_3 \ldots w_n) := \delta(\hat{\delta}_{VL}(q_0; w_1 w_2 w_3 \ldots w_{n-1}); w_n) \quad \forall\ \mathbb{N} \ni n \geq 1$$

gesucht: Alternative Definition, die die Buchstaben von vorne wegspaltet.

Lösung: $\boldsymbol{\hat{\delta}_X}\colon\ Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$ mit

$$\hat{\delta}_X(q_0; \boldsymbol{\varepsilon}) := q_0$$
$$\hat{\delta}_X(q_0; \boldsymbol{w_1} w_2 w_3 \ldots w_n) := \hat{\delta}_X(\boldsymbol{\delta(q_0; w_1)}; w_2 w_3 \ldots w_{n-1} w_n) \quad \forall\ \mathbb{N} \ni n \geq 1$$

3.2: gesucht: Alternative Definition, die nur Wörter mit gerader Buchstabenanzahl bearbeitet.

Lösung: $\boldsymbol{\hat{\delta}_Z}\colon\ Q \times \Sigma^* \rightarrow Q \cup \{\perp\}$ mit

$$\hat{\delta}_Z(q_0; \boldsymbol{\varepsilon}) := q_0$$ // für Wörter mit der (Rest)länge 0

$$\hat{\delta}_Z(q_0; \boldsymbol{w_1}) := \perp$$ // für Wörter mit der (Rest)länge 1

$$\hat{\delta}_Z(q_0; \boldsymbol{w_1 w_2} w_3 \ldots w_n) := \hat{\delta}_Z(\boldsymbol{\delta(\delta(q_0; w_1); w_2)}; w_3 \ldots w_{n-1} w_n) \quad \forall\ \mathbb{N} \ni n \geq 2$$

// verkürzt die Restlänge des Wortes um 2.

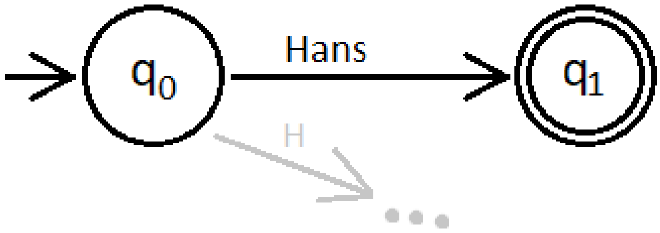
Aufgabe 4

$NEA_{VL}(Q;\Sigma;\delta_{VL};E;F)$
mit $E, F \subseteq Q$, Σ endl. Mengen
$\wedge\ \delta_{VL}: Q \times \Sigma \rightarrow \wp(Q)$ Funktion

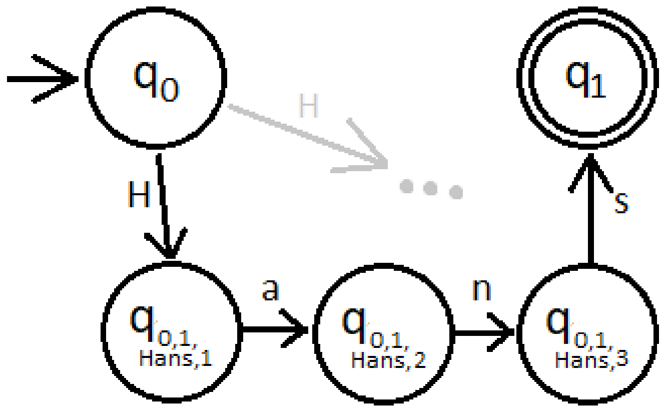
Modifizierter NEA, dessen Kanten auch mit Wörtern beschriftet werden dürfen:
$NEA_X(Q;\Sigma;\delta_X;E;F)$
mit $E, F \subseteq Q$, Σ endl. Mengen
$\wedge\ \delta_X: Q \times \Sigma^{+} \rightarrow \wp(Q)$ Funktion

Da wir einen endlichen Automaten wollen und $Q \times \Sigma^{+}$ unendlich ist, fordern wir weiter, dass **nur für endlich viele Paare** $(q,w) \in Q \times \Sigma^{+}$ gelten darf, dass $\delta_X((q,w)) \neq \emptyset$

NEA mit Wortkanten:



gewöhnlicher NEA, der das gleiche tut:



Sei nun ein nichtterminister endlicher Automat mit Wortkanten

$NEA_X(Q;\Sigma;\delta_X;E;F)$ mit $\delta_X: Q \times \Sigma^{+} \rightarrow \wp(Q)$ gegeben.

Gesucht ist ein gewöhnlicher $NEA_0(Q';\Sigma;\delta';E;F)$ mit $\delta': Q' \times \Sigma \rightarrow \wp(Q')$

Lösung:
Wir übernehmen die Vorschriften für alle einbuchstabigen Wörter:
$\forall q \in Q \quad \forall w = w_1 \in \Sigma: \quad \delta'(q,w_1) :\subseteq \delta_X(q,w_1)$
Für Übergangskanten jedes mehrbuchstabigen Wortes w erschaffen wir |w|-1 neue Knoten und schicken den ersten Buchstaben des Wortes auf den neuen Knoten:

$\forall q \in Q \quad \forall w = w_1 w_2 w_3 \ldots w_n \in \Sigma^{+} \setminus \Sigma$ (Wörter mit mind. 2 Buchstaben) mit $\delta_X((q,w)) \neq \emptyset$:
Aus $\delta_X(q, w_1 w_2 w_3 \ldots w_n)$ wird $\delta'(q,w_1) \subseteq \{\boldsymbol{q_{new,1}}\}$
Von diesem Knoten geht es dann mit den weiteren Buchstaben zum jeweils nächsten Knoten:
$\delta'(q_{new,1}; w_2) = q_{new,2}$, // Beispiel mit $i=1$
$\delta'(q_{new,i}; w_{i+1}) = q_{new,i+1} \quad \forall\ 1 \leq i \leq |w|-2$
$\delta'(q_{new,|w|-1}; w_{|w|}) = \delta_X(q,w)$ //beim letzten Knoten geht es mit dem letzten Buchstaben zurück.

Unterm Strich kommt also raus:
$Q' := Q \cup \{\text{Alle neuen Knoten}\}$
$\forall q \in Q \quad \forall w_1 \in \Sigma: \quad \delta'(q,w_1) := \delta_X(q,w_1) \cup$
$\cup \{\text{neue Knoten für alle Kanten, die von } q \text{ beginnen und mit } w_1 \text{ beginnen}\}$
$\delta'(\text{neuer Knoten}, w_i)$ wie oben angegeben.

4.2:

$\text{DEA}_{VL}(Q;\Sigma;\delta_{VL};q_0;F)$ mit $\delta_{VL}:\ Q\times\Sigma \rightarrow Q$

$\text{DEA}_{IO}(Q;\Sigma;\Gamma;\delta_{IO};q_0;F)$ mit

Q endliche Menge //Knoten

Σ endliche Menge //Eingabealphabet

Γ endliche Menge //Ausgabealphabet

$q_0 \in Q$ //Startzustand

$F \subseteq Q$ //akzeptierte Endzustände

$\delta_{IO}:\ Q\times\Sigma \rightarrow Q\times\Gamma^*$

Für die Ausgabe verwendet man den zweiten Parameter der Wertemenge von der $\delta_{IO}-$Funktion.

Beispiel:

$Q := \{q_s;\ q_B;\ q_C;\ q_F\}$

$\Sigma := \{\text{a};\text{b}\}$

$\Gamma := \{\omega \mid \omega \text{ ist ASCII-Zeichen}\}$

$F := \{q_F\} \subseteq Q$

$\delta_{IO}(q_S,\text{a})=(q_B,\text{xyz})$

$\delta_{IO}(q_S,\text{b})=(q_C,\varepsilon)$

$\delta_{IO}(q_B,\text{a})=(q_B,\varepsilon)$

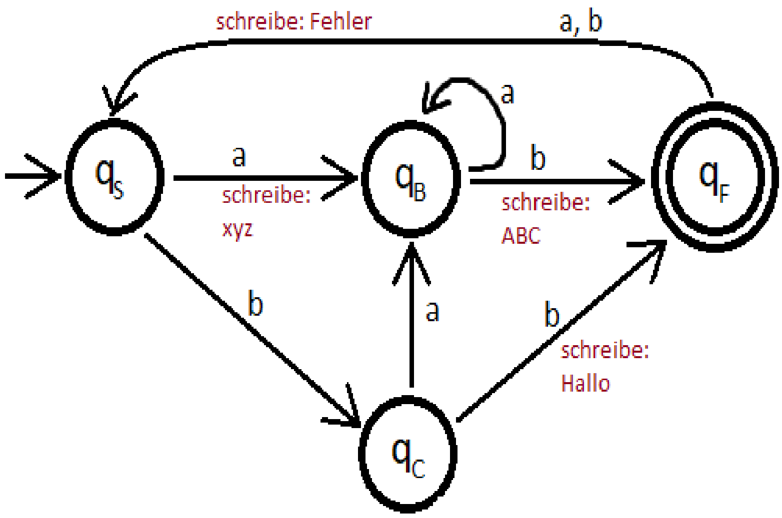
$\delta_{IO}(q_B,\text{b})=(q_F,\text{ABC})$

$\delta_{IO}(q_C,\text{a})=(q_B,\varepsilon)$

$\delta_{IO}(q_C,\text{b})=(q_F,\text{Hallo})$

$\delta_{IO}(q_F,\text{a})=(q_S,\text{Fehler})$

$\delta_{IO}(q_F,\text{b})=(q_S,\text{Fehler})$



4.3:

Gegeben: $NEA(Q;\Sigma;\delta;E;F)$ mit $\delta:\ Q\times\Sigma \rightarrow Q$

Ich erstelle einen neuen Startknoten q_0. Die Übergangsfunktion erweitere ich auf

$\delta_{NEU}:\ (Q \cup \{q_0\}) \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow Q \cup \{q_0\}$

$\delta_{NEU}(q_{0,}\varepsilon) = E$

$\delta_{NEU}(q_0;z) = \emptyset \quad \forall z\in\Sigma$

$\delta_{NEU}(q;\varepsilon) = \emptyset \quad \forall q\in Q$

$\delta_{NEU}|_{Q\times\Sigma} = \delta$

Lösung: $NEA_{\varepsilon}(Q\cup\{q_0\};\Sigma;\delta_{NEU};\{q_0\};F)$