

13. Übungsblatt zur Statistik

Aufgabe Ü 13.1

Ein Kaffeeautomat kann so eingestellt werden, dass er im Durchschnitt eine bestimmte Menge Kaffee pro Tasse ausgibt. Die ausgegebenen cl Kaffee pro Tasse seien normalverteilt mit Standardabweichung 1.5 cl. Auf welchen Wert μ ist der Automat einzustellen, damit Tassen, die nicht mehr als 25 cl fassen, nur in 1% der Fälle überfließen?

Aufgabe Ü 13.2

Eine gewisse Telefongesellschaft in den USA verlangt für jedes Gespräch unter 3 Minuten Dauer 0.20\$, für längere Gespräche zusätzlich 0.08\$ pro zusätzlicher Minute. Die zufällige Länge $X > 0$ (in Minuten) eines Gesprächs habe die Verteilung $Exp(\lambda)$, $\lambda > 0$.

a) Bestimmen Sie die zufälligen Kosten Y eines Gesprächs als Funktion von X .

b) Berechnen Sie den Erwartungswert von Y .

$$\begin{aligned} P(x < X < x+1) &= 1 - \exp(-\lambda(x+1)) - 1 + \exp(-\lambda x) = \\ &= -\exp(-\lambda x - \lambda) + \exp(-\lambda x) = -\exp(-\lambda x) \exp(-\lambda) + \exp(-\lambda x) = \\ &= \exp(-\lambda x) (1 - \exp(-\lambda)) = \exp(-x) (\exp(\lambda) - 1) \\ P(X < 3) &= 1 - \exp(-3\lambda) \\ E(Y) &= 0,20 * P(X < 3) + \sum_{x=3...} (x-2) * 0,8 * P(x < X < x+1) \end{aligned}$$

Aufgabe Ü 13.3

Bei $n = 5$ Dehnungsversuchen mit Nylonfäden einer Produktserie ergab sich für das Gewicht, bei dem die Fäden rissen (in kp):

$$x_1 = 8.17, \quad x_2 = 8.10, \quad x_3 = 8.00, \quad x_4 = 8.19, \quad x_5 = 7.92.$$

Überprüfen Sie mit einem statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.05$ die Behauptung des Herstellers: „Mindestens die Hälfte der im Betrieb produzierten Fäden reißt erst oberhalb der Belastung 8.32 kp“. Gehen Sie dabei davon aus, daß die Beobachtungen Realisierungen unabhängiger, normalverteilter Zufallsvariablen sind.