

CHỦ ĐỀ:

Thuật toán VNS song song cho vấn đề tối ưu hóa danh mục đầu tư

TRÌNH BÀY BỞI:

- CAO VIỆT TÙNG
- BÙI ĐỨC HIẾU
- VŨ ĐỨC HIỆU
- LÊ TRỌNG MINH

GIẢNG VIÊN:
TS. TRẦN HÀ NGUYỄN

HỌC PHẦN TÍNH TOÁN SONG SONG

Mục lục

- I Introduction
 - II Literature review
 - III Vấn đề tối ưu hóa danh mục đầu tư có ràng buộc về số lượng
 - IV Thuật toán Variable neighborhood search và các chiến lược song song hóa
 - V Phương pháp tiếp cận
 - VI Experiments
-

I. Introduction

Lựa chọn danh mục đầu tư là việc phân bổ tài sản để tối ưu hóa lợi nhuận và giảm thiểu rủi ro. Một phương pháp phổ biến là mô hình trung bình-phương sai của Markowitz. Tuy nhiên, nghiên cứu gần đây đã cải thiện mô hình này bằng cách thêm các ràng buộc như số lượng tài sản có thể nắm giữ.

Một phương pháp giải quyết vấn đề lựa chọn danh mục đầu tư với ràng buộc số lượng tài sản kết hợp thuật toán gần đúng và phương pháp chính xác. Phương pháp này lựa chọn tài sản và tính toán tỷ lệ tối ưu riêng biệt. Thuật toán tìm kiếm vùng lân cận lựa chọn tài sản, sau đó sử dụng bài toán quy hoạch toàn phương để tính toán tỷ lệ trọng số tài sản.

II. Literature review

- Trong những thập kỉ qua, đã có nhiều nghiên cứu về các mô hình cũng như các thuật toán để giải quyết cũng như mở rộng mô hình của Markowitz. Tuy nhiên với sự mở rộng và gia tăng nhanh chóng của công nghệ GPU và CPU, việc tận dụng tính toán song song vào giải quyết các mô hình đã được quan tâm khi có thể giúp ích rất nhiều trong việc giảm thời gian tính toán cũng như khai phá được những không gian giải pháp hiệu quả hơn cho các mô hình.
- Trong các nghiên cứu gần đây, về việc lựa chọn thuật toán metaheuristics thường có xu hướng nghiên cứu về các thuật toán theo thiên hướng lý thuyết bầy đàn và tiến hóa hơn là những thuật toán mang tính đơn lẻ như tabu search hay imulated annealing
- Thuật toán VNS là một thuật toán hiếm hoi nằm trong nhóm thuật toán đơn lẻ nhưng lại mang tính chất của việc tìm kiếm toàn cục bằng việc sử dụng các định nghĩa lân cận và thay đổi lân cận để di chuyển tới các vùng khác nhau trong không gian giải pháp.

III. Vấn đề tối ưu hóa danh mục đầu tư

Bài toán lựa chọn danh mục đầu tư cổ điển bao gồm việc xác định số vốn cần đầu tư vào mỗi tài sản trong một thị trường nhất định. Vấn đề được mô hình hóa như sau:

$$\max \quad \mu(\mathbf{x}) \quad (1a)$$

$$\min \quad \varrho(\mathbf{x}) \quad (1b)$$

$$\text{s.t} \quad \mathbf{x} \in \Delta \quad (1c)$$

trong đó

- $\Delta = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x} \geq 0, \sum_{i=1}^n x_i = 1\}$
- x_i là tỷ trọng vốn đầu tư vào tài sản $i, i = 1, \dots, n$
- $\mu(\mathbf{x})$ là tỷ suất sinh lợi kỳ vọng của danh mục đầu tư \mathbf{x}
- $\varrho(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ là thước đo rủi ro.

Phương pháp ε – constraint

Phương pháp này bao gồm việc chỉ giải quyết vấn đề liên quan đến một trong các hàm mục tiêu của trong khi các hàm mục tiêu còn lại sẽ được giới hạn dưới dạng các ràng buộc

Phương pháp ε – constraint

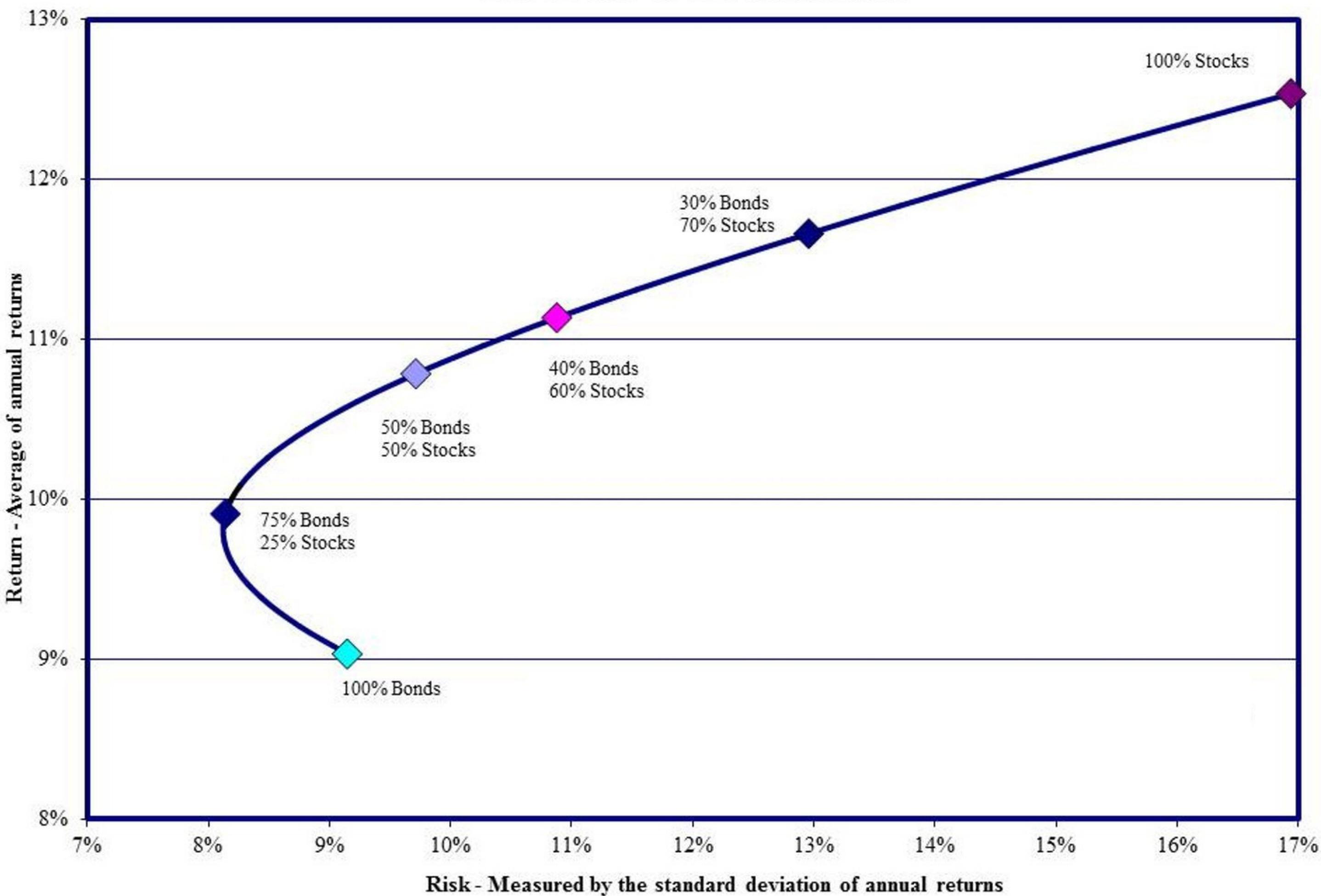
$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ & \sum_{i=1}^n \mu_i x_i = R^*, \\ & 0 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

Đường biên hiệu quả

Đường biên hiệu quả là tập hợp các điểm là các danh mục đầu tư mang lại lợi nhuận kì vọng cao nhất cho một mức rủi ro hay rủi ro thấp nhất cho mức lợi nhuận nhất định.

An Efficient Frontier

The Power of Diversification



Danh mục đầu tư có ràng buộc về tài sản

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i z_i \sigma_{ij} x_j z_j \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ & \sum_{i=1}^n z_i = K, \\ & \sum_{i=1}^n x_i \mu_i = R^*, \\ & \ell_i z_i \leq x_i \leq u_i z_i \quad i = 1, \dots, N, \\ & z_i \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

IV. Thuật toán variable neighborhood search và các chiến lược song song hóa

- VNS là một giải pháp và thuật toán metaheuristic dựa trên tìm kiếm cục bộ được phát triển để giải quyết các vấn đề tối ưu hóa tổ hợp.
- VNS sử dụng một tập hợp các cấu trúc vùng lân cận thay vì một cấu trúc duy nhất.
- Ý tưởng chính đằng sau việc sử dụng cấu trúc nhiều vùng lân cận là thực tế là mức tối thiểu cục bộ trong một vùng lân cận có thể không như vậy đối với một vùng lân cận khác.
- VNS thay đổi các vùng lân cận một cách có hệ thống trong quá trình tìm kiếm.

V. Phương pháp tiếp cận

I.Giai đoạn lựa chọn tài sản

Giai đoạn lựa chọn tài sản trong danh mục của phương pháp bao gồm ba giai đoạn:

- Xây dựng giải pháp ban đầu và tạo pool tìm kiếm
- Shaking
- Local search
- Song song hóa

II.Lựa chọn tài sản

I.1: Giải pháp ban đầu và pool tìm kiếm

Phương pháp do Cura đề xuất đã được điều chỉnh để vừa xây dựng giải pháp ban đầu vừa xây dựng nhóm tìm kiếm được sử dụng trong giai đoạn lựa chọn nội dung của giải pháp được đề xuất. Tiếp cận.

Theo phương pháp này, mỗi tài sản được sắp xếp dựa trên giá trị c, biểu thị tỷ lệ giữa lợi nhuận trung bình và rủi ro trung bình theo tham số đánh đổi (λ). Trong một số trường hợp, bộ dữ liệu cũng bao gồm các tài sản có lợi nhuận. Vì các giá trị âm có thể gây ra một số lỗi tính toán, các phương trình (10) và (11) được sử dụng để tránh tính toán sai.

$$\theta_i = 1 + (1 - \lambda)\mu_i \quad i = 1, \dots, N \quad (8)$$

$$\rho_i = 1 + \lambda \frac{\sum_{j=1}^N \sigma_{ij}}{N} \quad i = 1, \dots, N \quad (9)$$

$$\Omega = -1 \times \min(0, \theta_1, \dots, \theta_N) \quad (10)$$

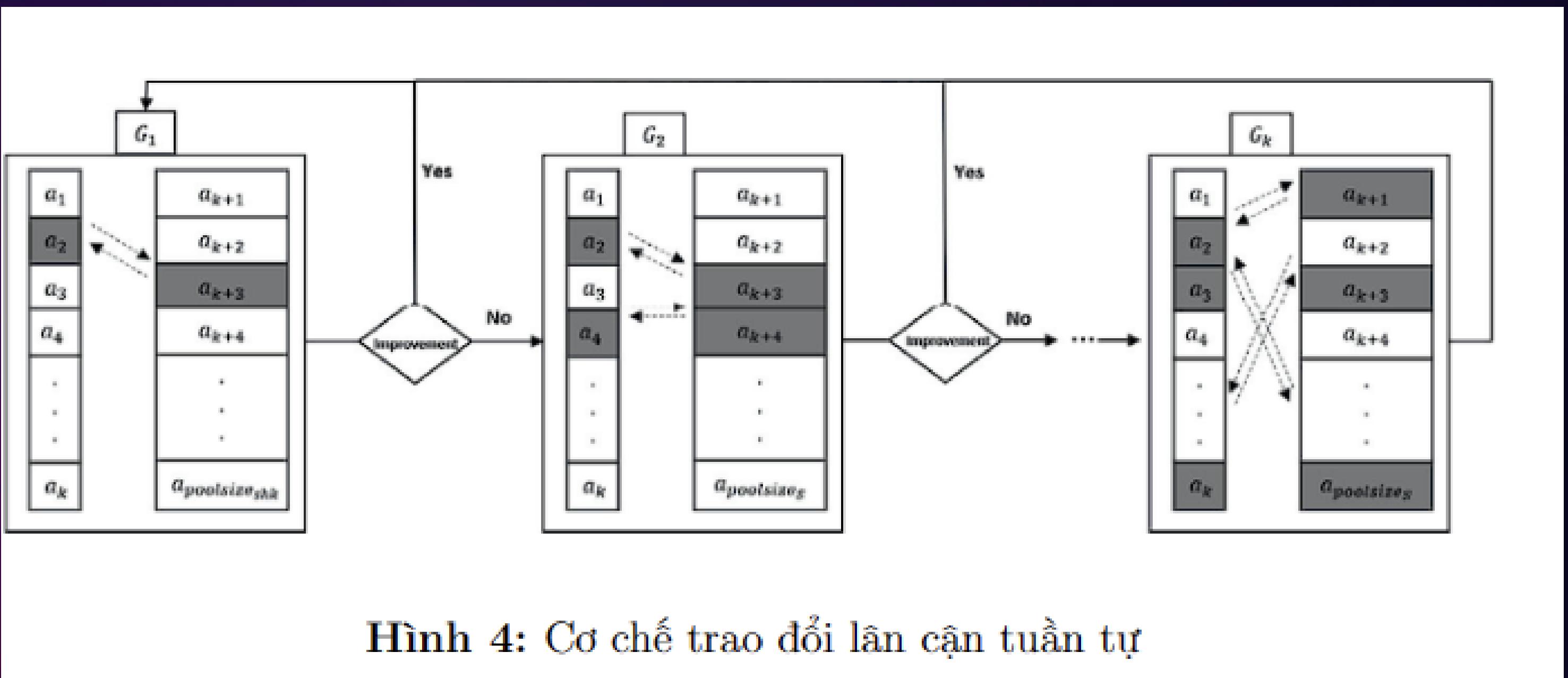
$$\psi = -1 \times \min(0, \rho_1, \dots, \rho_N) \quad (11)$$

$$c_i = \frac{\theta_i + \Omega}{\rho_i + \psi} \quad i = 1, \dots, N$$

I.2:Shaking

- Một trong những phần quan trọng nhất của thuật toán VNS là cơ chế thay đổi các vùng lân cận một cách có hệ thống, có tầm quan trọng việc quyết định đối với hiệu suất tìm kiếm. Thực hiện các mục tiêu nêu trên; hai thành phần chính của thủ tục shaking: xác định cấu trúc lân cận và cơ chế trao đổi lân cận có tầm quan trọng rất lớn
- Thực hiện các mục tiêu nêu trên; hai thành phần chính của thủ tục shaking: xác định cấu trúc lân cận và cơ chế trao đổi lân cận có tầm quan trọng rất lớn.
- Mỗi vùng lân cận biểu thị số lượng nội dung sẽ bị xóa khỏi giải pháp hiện tại và số lượng nội dung mới sẽ được chèn vào.

Bên cạnh các cấu trúc lân cận được sử dụng, cơ chế trao đổi lân cận có tầm quan trọng lớn đối với việc đa dạng hóa. Trên một tập hợp các vùng lân cận được xác định trước, nhiều chiến lược khác nhau có thể được thực hiện như lựa chọn ngẫu nhiên, ngẫu nhiên hoặc tuần tự.



I.3:Local search

Trong bước này, chiến lược cải tiến có ý nghĩa giúp cho giải pháp đạt được trạng thái tối ưu cục bộ trong lân cận. Trong giai đoạn local search, mỗi tài sản trong giải pháp hiện tại sẽ bị xóa và một nội dung được chọn từ nhóm tìm kiếm sẽ được chèn vào. Mã giả được thể hiện trong hình

Begin

$W_L \leftarrow W_S$ and $W_B \leftarrow W_S$

$i = 1$

while $i \leq K$

for $j = K$ to poolsize_L

$W_L \leftarrow \text{Replace } i^{\text{th}} \text{ asset of } W_S \text{ with } j^{\text{th}} \text{ asset of } A \setminus P$

 Determine the weights of the assets in W_L via QP

if W_B is improved by W_L **then**

$W_B \leftarrow W_L$

end if

end for

$i = i + 1$

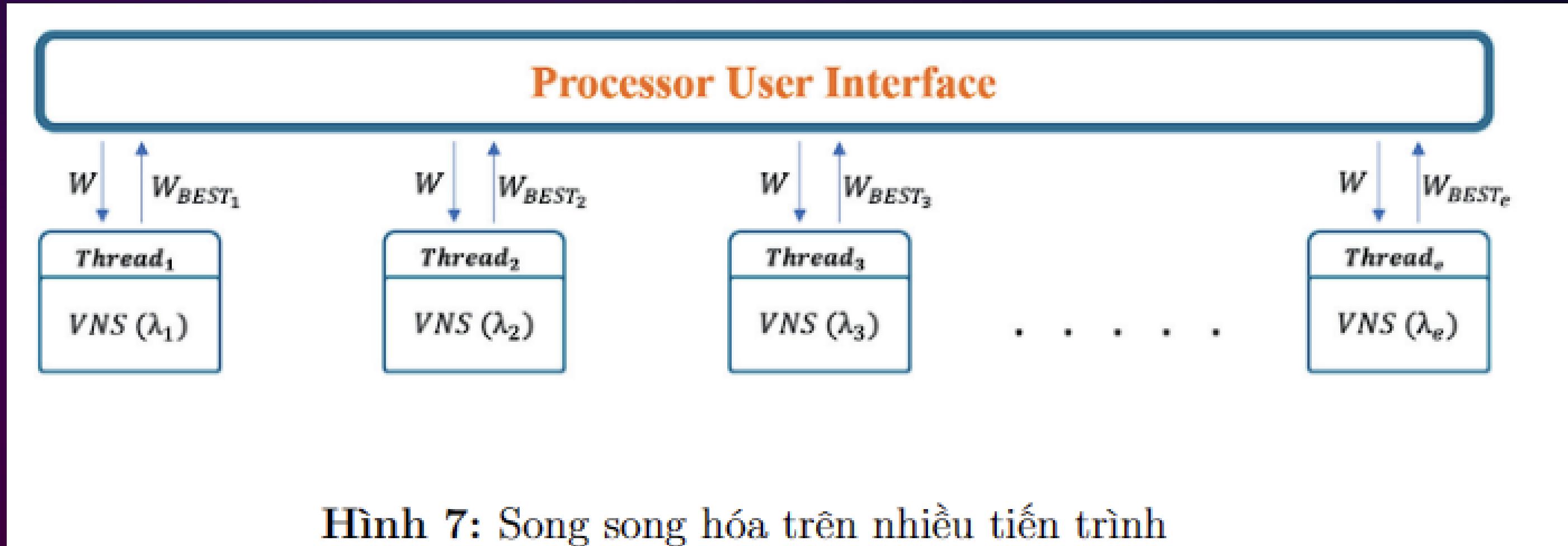
end while

End

I.4: Song song hóa

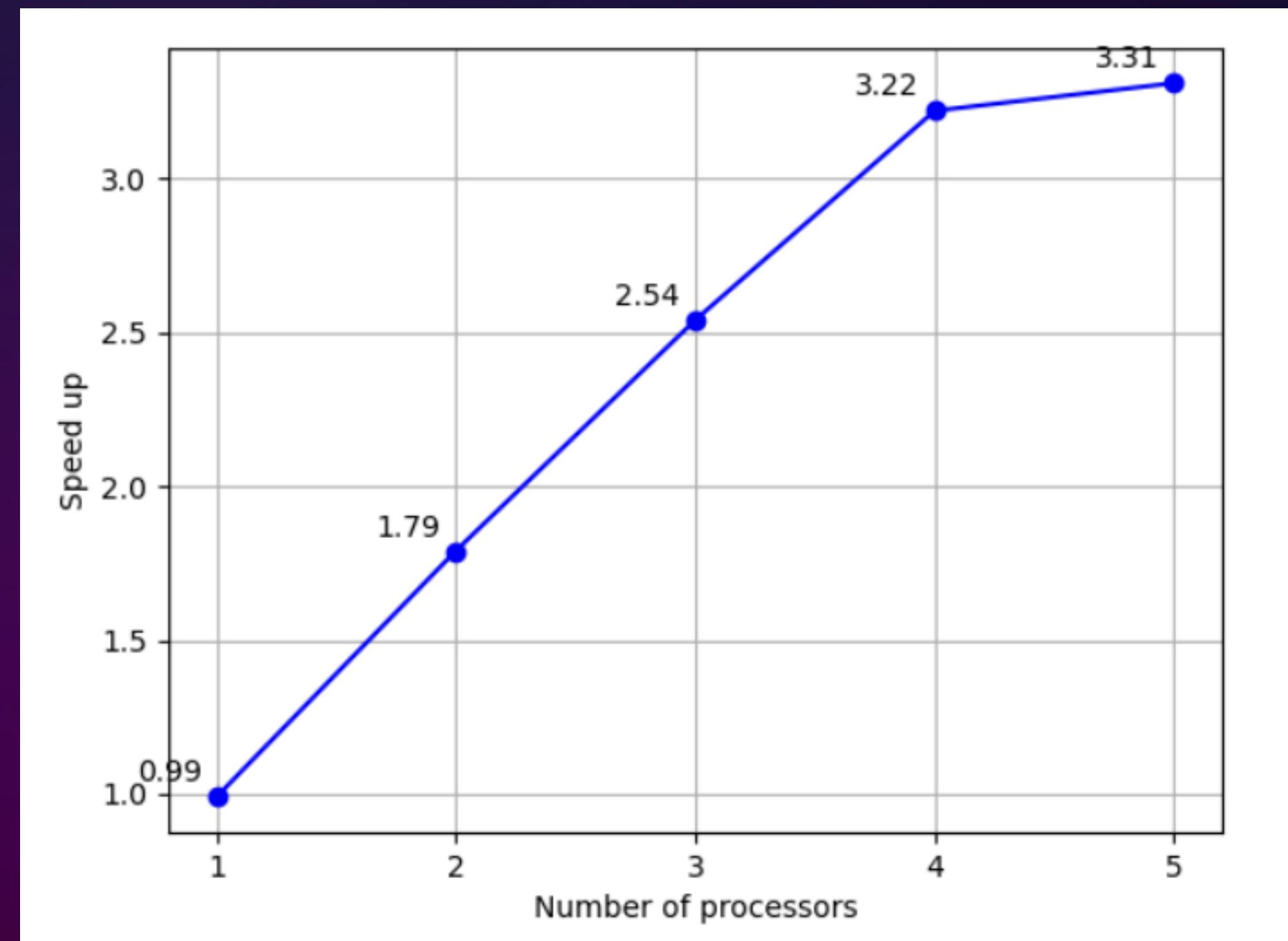
Thuật toán chạy độc lập và không đồng bộ trên các bộ xử lý khác nhau cho mỗi giá trị λ .

Trong khi cùng một chiến lược tìm kiếm được áp dụng trong mỗi thuật toán VNS được phân phối cho bộ xử lý vì hàm mục tiêu với các giá trị λ khác nhau mang lại kết quả khác nhau, các giải pháp ban đầu khác nhau được sử dụng cho từng thuật toán trong các luồng.

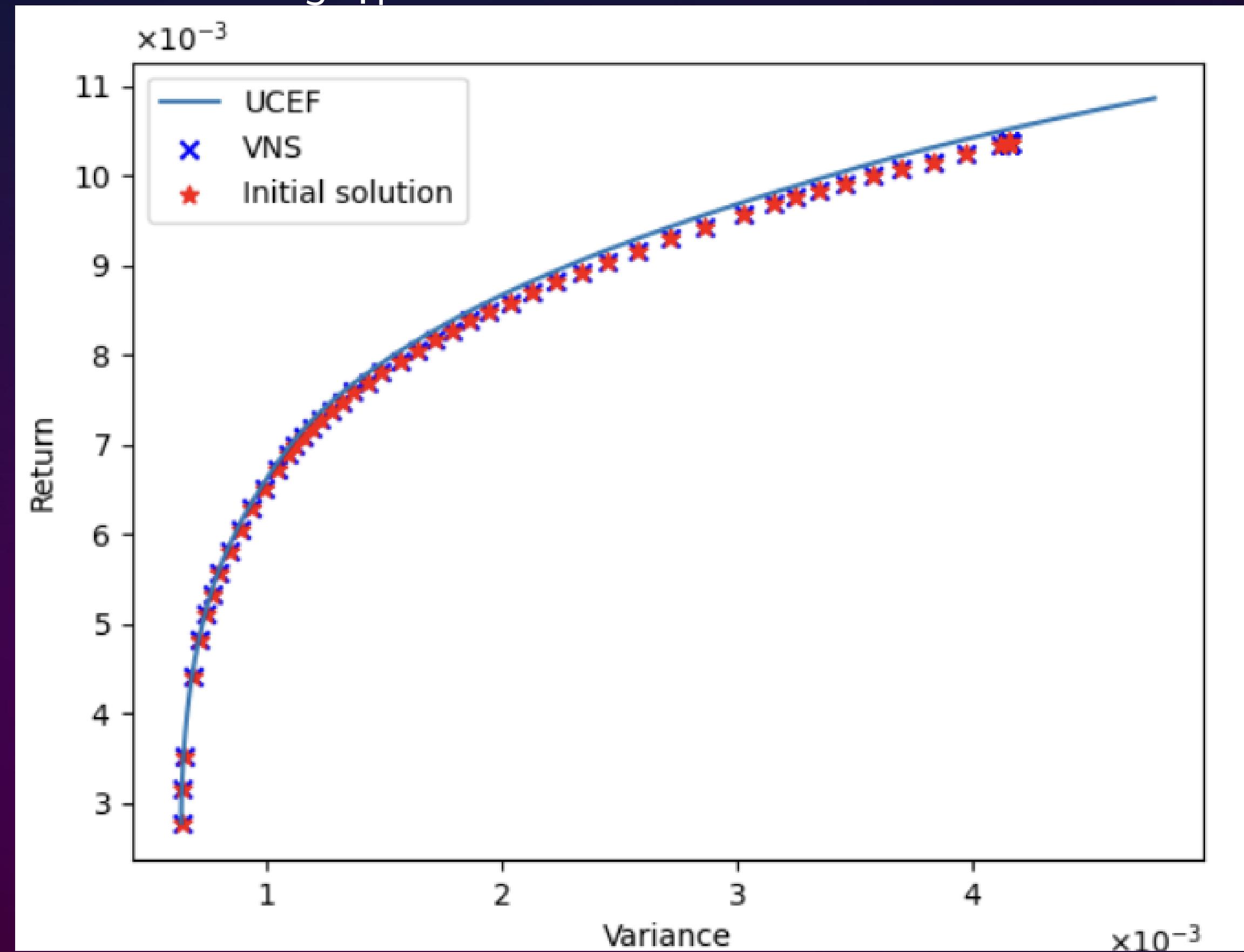


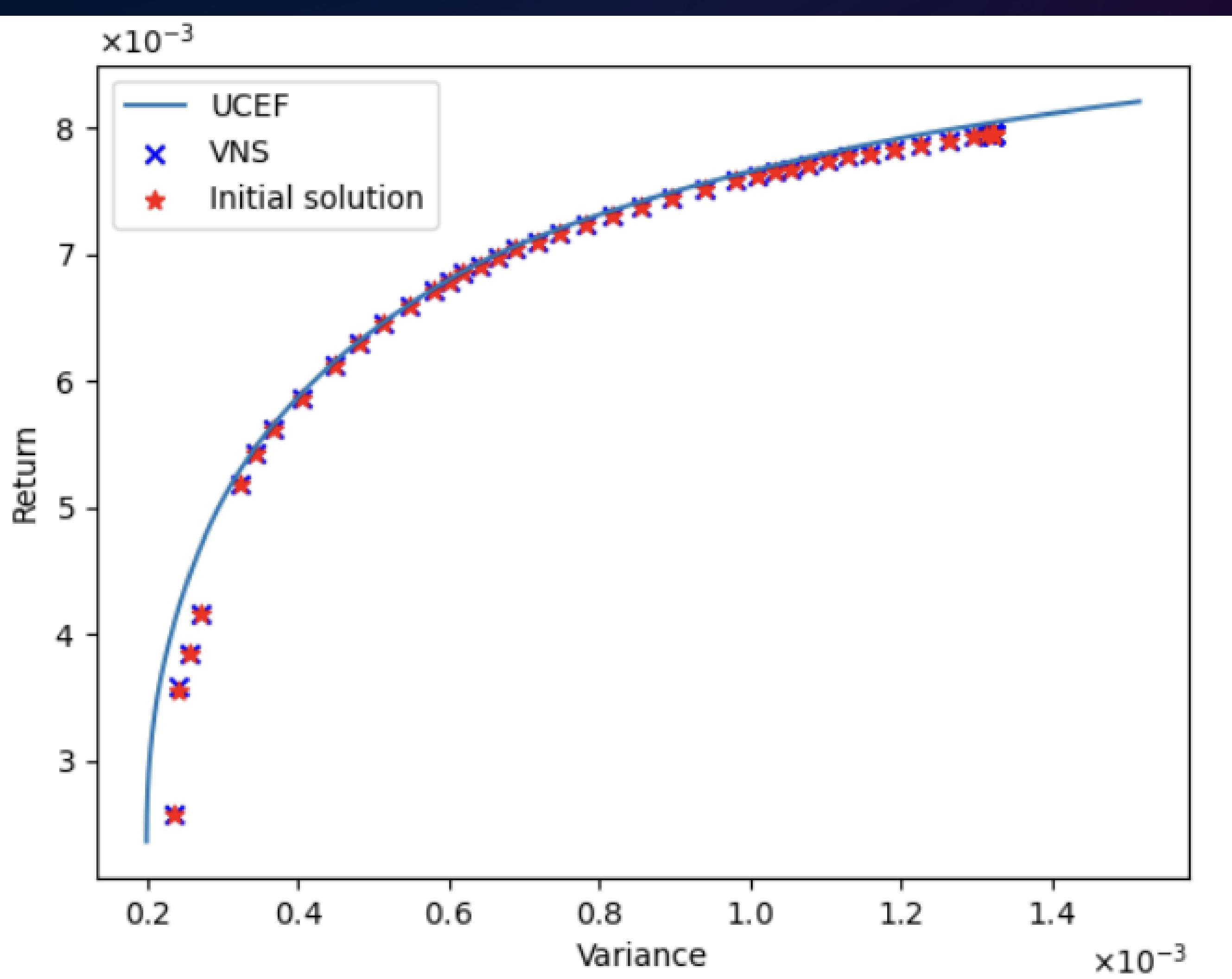
VI. Experiments

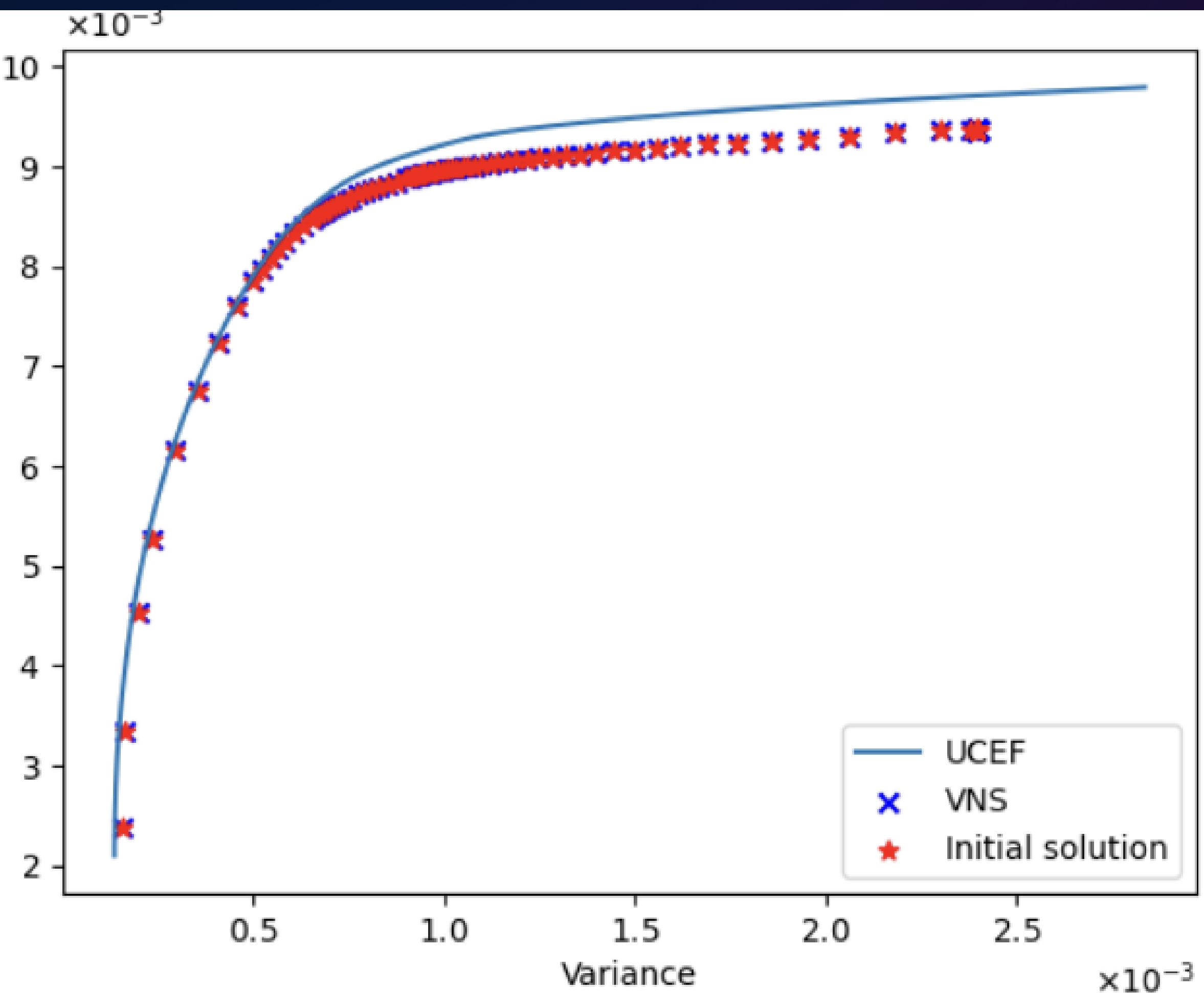
Tốc độ được cải thiện do việc giải bài toán quy hoạch toàn phương được xử lý song song đồng thời trên nhiều processors.



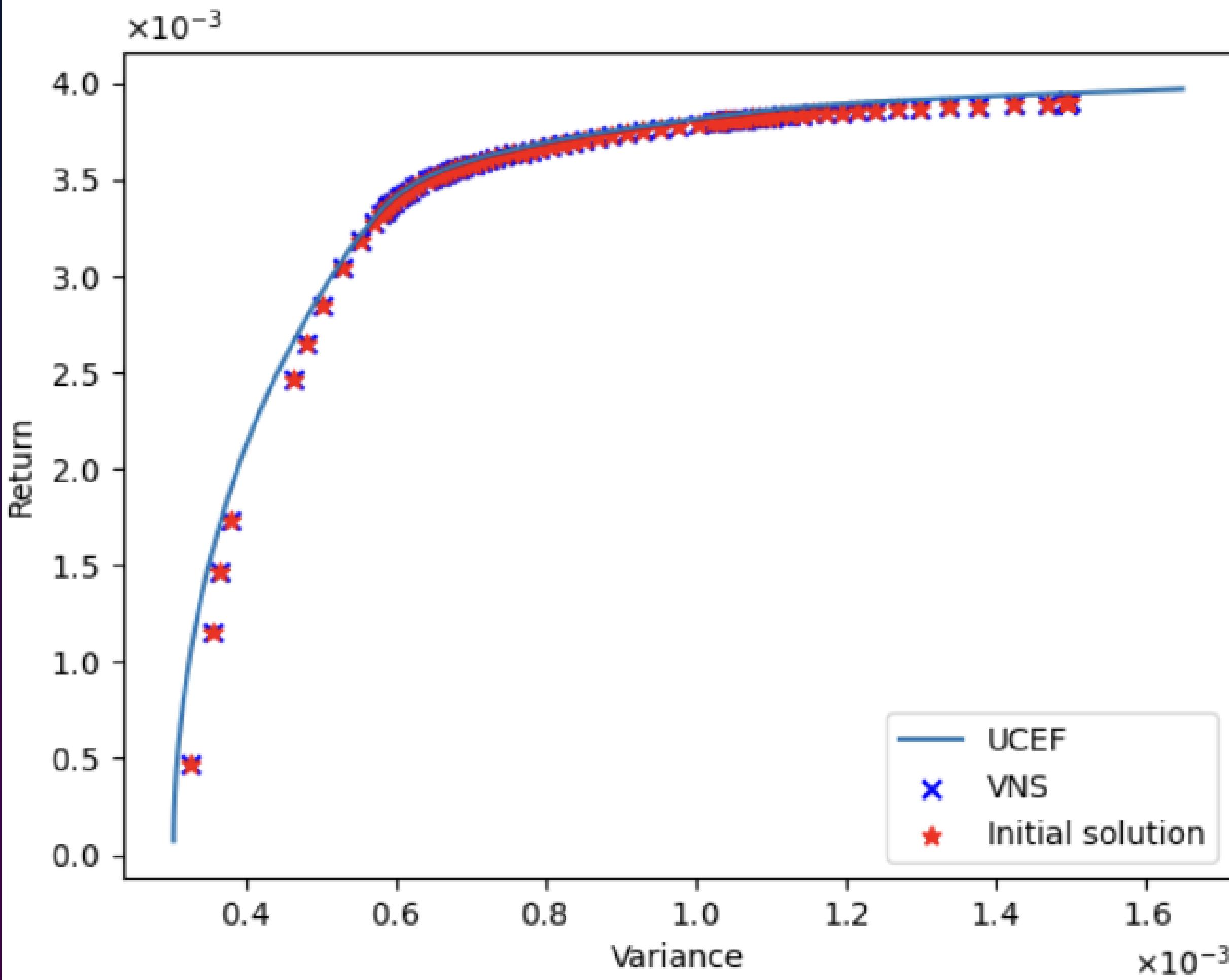
Với bộ dữ liệu OR-Library datasets, nhóm em sẽ thử nghiệm xem việc thay đổi trọng số λ của thuật toán để thay đổi tị trọng cân đối giữa rủi ro và lợi nhuận. Ở thử nghiệm này, số lượng λ được phân bổ mỗi lần chạy 100 với số vòng lặp là 10







Hình 1.1: Đường biên hiệu quả cho dữ liệu DAX100

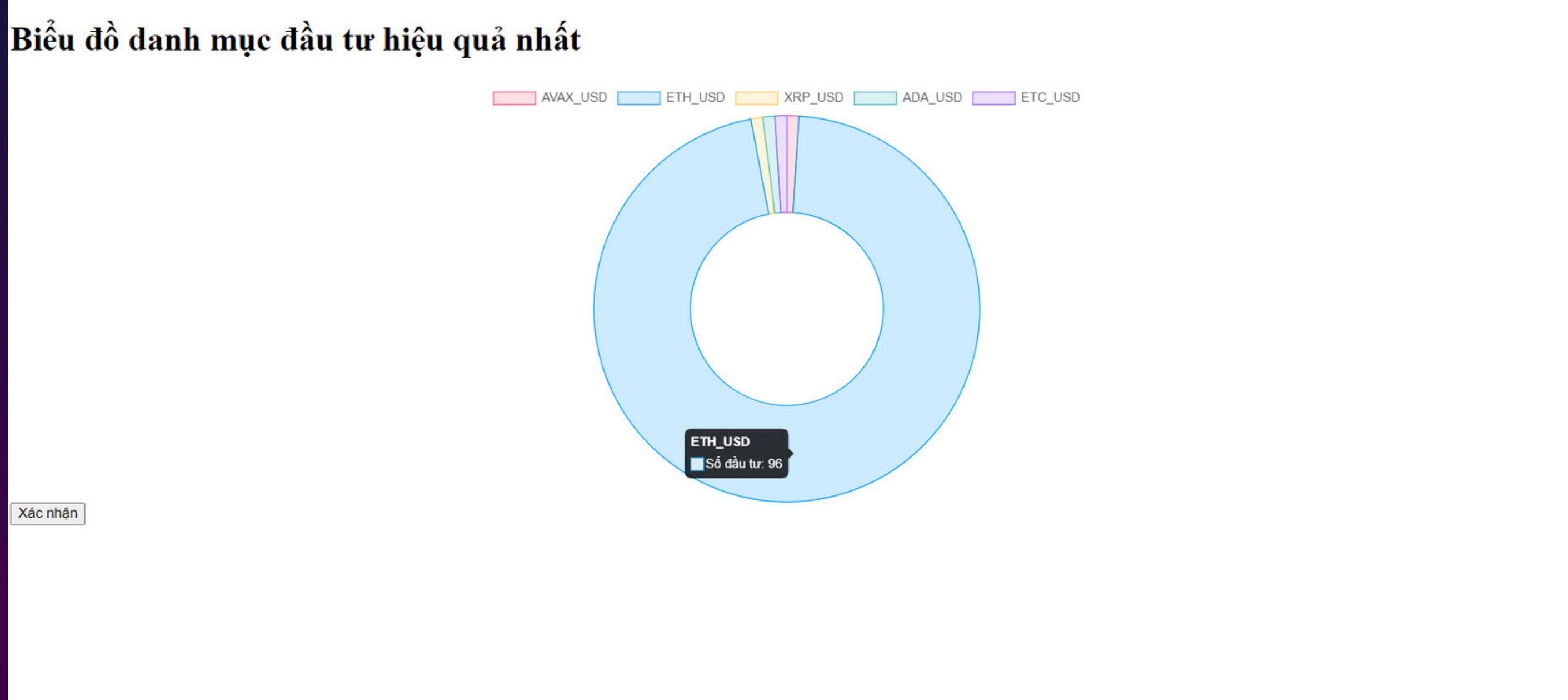


Hình 12: Đường biên hiệu quả cho dữ liệu Nikkei

- Real-world datasets

| | Methods | Sharpe | Average return*10 ⁻² | | Methods | Sharpe | Average return*10 ⁻² |
|-----------|-----------------------|--------|---------------------------------|-----------|-----------------------|--------|---------------------------------|
| Dow Jones | CZSD | 0.09 | 0.23 | NASDAQ100 | CZSD | 0.12 | 0.40 |
| | L-SSD | 0.08 | 0.17 | | L-SSD | 0.13 | 0.34 |
| | KP-SSD | 0.12 | 0.36 | | KP-SSD | 0.12 | 0.55 |
| | $VNS - \lambda = 0$ | 0.09 | 0.51 | | $VNS - \lambda = 0$ | 0.07 | 0.51 |
| | $VNS - \lambda = 0.6$ | 0.1 | 0.52 | | $VNS - \lambda = 0.6$ | 0.1 | 0.58 |
| | $VNS - \lambda = 1$ | 0.08 | 0.18 | | $VNS - \lambda = 1$ | 0.011 | 0.18 |

Ứng dụng



Thanks for watching