Lösung Übung DSL Ü3 Semester 1

Paul Wolf

November 23, 2019

Contents

1 A1

$X_k = \{1, \dots, k\}$

$X_5 \setminus X_4 \cup X_3 \setminus X_2 \cup X_1 = \{1, 3, 5\}$

$X_6 \setminus X_5 \cup X_4 \setminus X_3 \cup X_2 \cup X_1 = \{2, 4, 6\}$

$X_n \setminus X_n - 1 \cup X_2 \setminus X_1 = \{4, \dots, n\}$

2 A2

$O_z = \varnothing \; n'_z = n_z \cup \{n_z\}$

Behauptung:

$n_z \subseteq 2^n_z$

Beweis:

Ja: $O_z \subseteq 2_z^0$ $\varnothing \subseteq 2_z^{\varnothing}$

$\{1\} \not\subseteq 2^{\{1\}} = \{\varnothing, \{1\}\}$

IV:

$n_z \subseteq 2^{n_z}$

IB:

$n_z' \subseteq 2^{n_z}$

IS:

$n_z' = n_z \cup \{n_z\}z \subseteq 2^{n_z} \cup \{n_z\} \subseteq 2^{n_z} \cup \{n_z\} = 2^{n_z'}$

3 A3

3.1 a)

$(A \mid B) = A \setminus (A \cap \overline{B}) = A \cap \overline{A \cap B} = A \cap (\overline{A} \cup \overline{B}) = A \cap (\overline{A} \cup B) = (A \cap \overline{A}) \cup (A \cap B)$
$= \varnothing \cup (A \cap B) = A \cap B$

3.2 b)

$(A \cap B) \setminus (A \cap B) = A \cap B \cap (\overline{A \cap C}) = A \cap B \cap (\overline{A} \cap \overline{C}) = (A \cap B \cap \overline{A}) \cup (A \cap B \cap \overline{C})$

$(A \cap B) \cap \overline{C} = (A \cap B) \setminus C$

3.3 c) $(A \triangle B) \cap C = (A \cap C) \triangle (B \cap C)$

"$\subseteq$" Sei $x \in A \triangle B \cap C$, d.h. $x \in A \triangle B$ und $x \in C$ zwei Fälle für $x \in A \triangle B$

3.3.1 i

$x \in A \setminus B, x \in C \Rightarrow x \in A, x \not\subset B, x \in C \Rightarrow x \in A \cap C, x \not\subset B \Rightarrow x \in (A \cap C) \setminus B$
$\Rightarrow x \in (A \cap B) \setminus (B \cap C) \subseteq (A \cap C) \triangle (B \cap C)$

3.3.2 ii

$x \in B \setminus A, x \in C$ Analog wie i) folgt $x \in (B \cap C) \triangle (A \cap C)$ Also $x \in (A \cap C) \triangle (B \cap C)$
da man Operanten für "A" vertauschen darf $\curvearrowright$ $(A \triangle B) \cap C \subseteq (A \cap C) \triangle (B \cap C)$

"$\supseteq$" Sei $x \in (A \cup C) \triangle (B \cup C)$ d.h.

3.3.3 i

$x \in A \cap C$,$x \not\subset B \cap C \Rightarrow x \in A$,$x \in C$ Außerdem folglt $x \not\subset B$, da andernfalls $x \not\subset C$ mit $A_n x \not\subset B \cap C \Rightarrow x \in A \setminus B \cap C \subseteq (A \triangle B) \cap C$

3.3.4 ii

$x \in B \cap C$,$x \not\subset A \cap C$ Analog zu Fall i) folgt $x \in (B \triangle A) \cap C \Rightarrow x \in (A \triangle B) \cap C$ wie vorher auch. $\curvearrowright (A \cap C) \triangle (A \cap B) \subseteq A \triangle B \cap C$