

$$y(t) = v_{\text{верт}} \cdot t = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - g \cdot t^2 \quad (16.2)$$

Выразив время через координату  $x$  (на основании формулы

$$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \quad (16.3)$$

и подставив выражение для времени в формулу для координаты  $y$ , получим уравнение траектории  $y(x)$ :

$$y(x) = x \cdot \operatorname{tg}(\alpha) - x^2 \cdot \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \quad (16.4)$$

Поскольку сопротивление при движении тела отсутствует, горизонтальная составляющая скорости изменяться не будет, а изменение вертикальной составляющей определяется влиянием ускорения свободного падения.

$$v_{\text{гор}}(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \quad (16.5)$$

$$v_{\text{верт}}(t) = v_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t \quad (16.6)$$

Время  $t_0$ , через которое будет достигнута наивысшая точка траектории, найдём из условия  $v_{\text{верт}} = 0$ .

$$t_0 = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} \quad (16.7)$$

Максимальную высоту подъёма  $H$  найдём из уравнения вертикального движения (формула 16.2) в момент времени  $t_0$ .

$$H = y(t_0) = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha)}{2 \cdot g} \quad (16.8)$$

Полное время полёта  $T$  очевидно, равно  $2t_0$ , поэтому дальность полёта  $S$  определим как

$$S = v_{\text{гор}} \cdot T = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot 2 \cdot t_0 = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha)}{g} \quad (16.9)$$

Все эти формулы понадобятся для вычисления координат точек траектории и параметров траектории при моделировании.

#### **Оборудование и материалы.**

Персональный компьютер, среда разработки Python.

#### **Указания по технике безопасности:**

Соответствуют технике безопасности по работе с компьютерной техникой.

#### **Задания**

Текст программы, моделирующей траекторию полёта тела с пользовательскими подпрограммами приведён ниже.

# -\*- coding: utf-8 -\*-

```

# Моделирование задачи о теле
# брошенном под углом к горизонту
#-

import Tkinter

import math

#

def plot_x_ave(x0, y0, x1):

    x_ave=[]
    xx=(x0, y0)
    x_ave.append(xx)
    xx=(x1, y0)
    x_ave.append(xx)
    canvas.create_line(x_ave, fill="black", width=2)
#

def plot_y_ave(x0, y0, y1):

    y_ave=[]
    yy=(x0, y1)
    y_ave.append(yy)
    yy=(x0, y0)
    y_ave.append(yy)
    canvas.create_line(y_ave, fill="black", width=2)
#

def DrawGraph():

# Получаем и пересчитываем параметры
    dta=sc.get()
    alpha=dta_math.pi/180
    dtlbl=clist.get()
# Очищаем область для текста
    canvas.create_rectangle(xli-90, yli-50,
        xli +50, yli +10, fill="#eeeeff")
# Считаем g=10, v0 подбираем, чтобы всё влезало в canvas
    g=10.0
    v0=63
#
    S=int((v0**2)*math.sin(2*alpha)/g)
    H=int(((v0**2)*(math.sin(alpha))**2)/(2*g))
#
    points=[]

    for x in range(x0i, x1i):

        xx=(x-x0)

```

```

        y=(xx *math.tan(alpha))-((xx--2)-g/ \
            (2*(v0**2)*(math.cos(alpha)**2)))
#
        if y > 0:

            yy=int(y0-y)

            else:

                yy=y0i
#
                pp=(x, yy)
                points.append(pp)
# Собственно график
        canvas.create_line(points, fill=dtlbl, smooth=1)
        plot_x_axe(x0i, y0i, xli)
# Параметры графика
        dtext="Дальность: "+str(S)
        vtext="Высота: "+str(H)
        dalnost=canvas.create_text(xli-70, yli-30, text=dtext,
            fill=dtlbl, anchor="w")
        vysota=canvas.create_text(xli-70, yli-10, text=vtext,
            fill=dtlbl, anchor="w")
#
# Основная часть
tk=Tkinter.Tk()
tk.title("Моделирование полёта")
# Верхняя часть окна со списком и кнопками
menuframe=Tkinter.Frame(tk)
menuframe.pack({"side":"top", "fill":"x"})
# Надпись для списка
lbl=Tkinter.Label(menuframe)
lbl["text"]="Выбор цвета:"
lbl.pack({"side":"left"})
# Инициализация и формирование списка
clist=Tkinter.StringVar(tk)
clist.set('black')
#
cspis=Tkinter.OptionMenu(menuframe, clist,
    'red',
    'green',
    'blue',
    'cyan',
    'magenta',
    'purple',
    'black')
cspis.pack({"side":"left"})
# Кнопка управления рисованием
btnOk=Tkinter.Button(menuframe)
btnOk["text"]="Нарисовать"
btnOk["command"]=DrawGraph

```

```

btnOk.pack({"side":"left"})
# Кнопка закрытия приложения
button=Tkinter.Button(menuframe)
button["text"]="Закрыть"
button["command"]=tk.quit
button.pack({"side":"right"})
#
# Надпись для шкалы углов
lbl2=Tkinter.Label(tk)
lbl2["text"]="Угол, градусы:"
lbl2.pack({"side":"top"})
# Шкала углов
sc=Tkinter.Scale(tk, from_=0, to=90, orient="horizontal")
sc.pack({"side":"top", "fill":"x"})
#
# Область рисования (холст)
canvas=Tkinter.Canvas(tk)
canvas["height"]=360
canvas["width"]=480
canvas["background"]="#eeeeff"
canvas["borderwidth"]=2
canvas.pack({"side":"bottom"})
#
# Установки осей координат
x0=50.0
y0=300.0
x1=450.0
y1=50.0
#
x0i=int(x0)
x1i=int(x1)
y0i=int(y0)
y1i=int(y1)
# Оси координат
plot_x_axe(x0i, y0i, x1i)
plot_y_axe(x0i, y0i, y1i)
#
tk.mainloop()

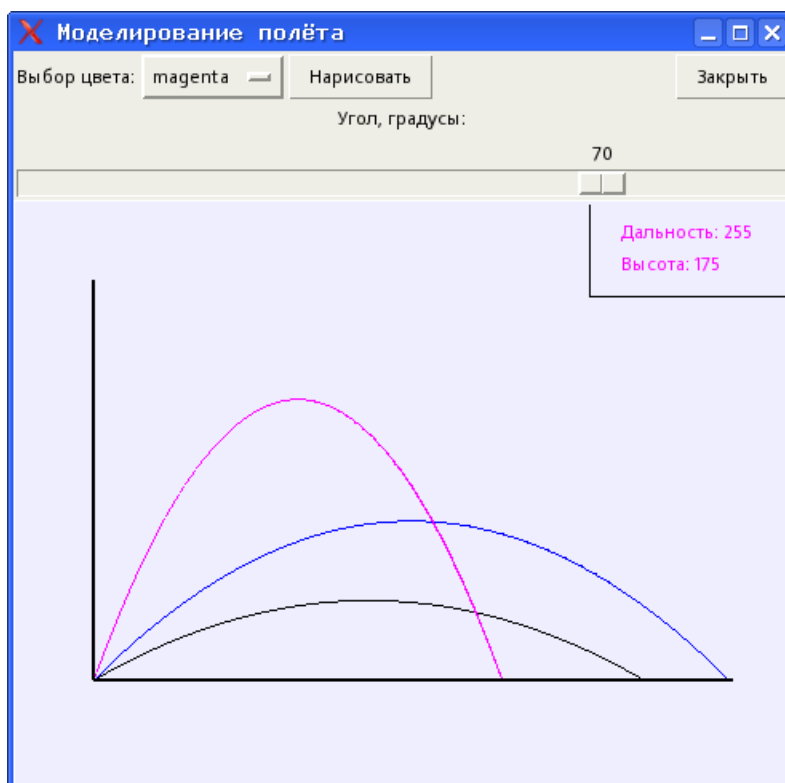
```

Результат работы с моделью показан на рис. 16.1.

Реализация модели имеет ряд особенностей. Во-первых, величина ускорения свободного падения  $g$  принята как 10. Во-вторых, модуль начальной скорости выбран так, чтобы при любых значениях угла вся траектория попадала в область графика. Не совсем правильно с точки зрения принципа разделения программ и данных установка значений для  $g$  и  $v_0$  прямо в коде, но такое решение значительно упрощает работу с моделью.

"Ползунок" на шкале установки углов показывает значения в градусах, а для правильных вычислений в тригонометрических функциях эти значения нужно перевести в радианы.

Высота и дальность полёта пишутся для каждой траектории соответствующим цветом в прямоугольнике в верхнем правом углу. Для каждой следующей траектории этот прямоугольник рисуется заново и текст переписывается.



**Рис. 16.1.** Поиск угла для достижения максимальной дальности на модели

В этой лабораторной работе рассмотрены лишь некоторые базовые возможности модуля **Tkinter** и использования Python для создания моделей. Если возникнет желание более подробно познакомиться с применением объектов и методов этого модуля, можно изучить оригинальную документацию и другие примеры, используя ресурсы Интернет.

### ***Задачи и упражнения***

1. Для примера, показанного на [рис. 15.1](#), нанесите на оси метки и проставьте значения в масштабе графика.
2. Напишите подпрограмму формирования строки со значениями координат для примера, показанного на [рис. 14.2](#).
3. Напишите подпрограммы для нанесения меток и вывода значений по горизонтальной и вертикальной осям для примера моделирования математических функций.
4. В модели тела, брошенного под углом  $\alpha$  к горизонту, напишите подпрограммы вывода метки "точки падения" и метки максимальной высоты для каждой траектории.
5. Модифицируйте код для моделирования полёта так, чтобы можно было изменять начальную скорость, а график автоматически масштабировался в области рисования.

### **Контрольные вопросы**

1. Применение физического моделирования для выявления закономерностей изучаемого явления.
2. Проверка правильности и границ применимости эксперимента.
3. Модели тела, брошенного под углом  $\alpha$  к горизонту.
4. Поиск угла для достижения максимальной дальности на модели.
5. Верификация моделей.