

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Физический факультет

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ
III СЕМЕСТР

3-й поток, лектор А.В.Кравцов



Автор: *Керик*
Проект на *GitHub*

лето 2023

Содержание

1 Теоретический минимум	3
1.1 Запишите неравенства треугольника для комплексных чисел	3
1.2 Дайте определение функции однолистной на некотором множестве	3
1.3 Дайте определение показательной функции e^z	3
1.4 Дайте определения тригонометрических функций $\sin z$, $\cos z$, $\operatorname{tg} z$, $\operatorname{ctg} z$	3
1.5 Дайте определения гиперболических функций $\operatorname{sh} z$, $\operatorname{ch} z$, $\operatorname{th} z$, $\operatorname{cth} z$	3
1.6 Дайте определение логарифмической функции $\operatorname{Ln} z$	3
1.7 Дайте определение общей степенной функции $z^a (a \neq 0)$	3
1.8 Запишите формулу вычисления интеграла от непрерывной функции комплексной переменной вдоль кусочно гладкой кривой через определённый интеграл	3
1.9 Запишите неравенство для модуля интеграла	3
1.10 Дайте определение функции комплексной переменной, дифференцируемой в точке. Приведите пример	3
1.11 Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке	3
1.12 Дайте определение функции, аналитической в области, не содержащей точку $z = \infty$. Приведите пример	3
1.13 Дайте определение функции, аналитической в точке $z_0 \neq \infty$. Приведите пример	3
1.14 Дайте определение функции, аналитической в точке $z = \infty$. Приведите пример	3
1.15 Запишите условия Коши–Римана в случае, когда $z = x + iy$, $w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$	4
1.16 Запишите условия Коши–Римана в случае, когда $z = re^{i\varphi}$, $w = f(z) = U(r, \varphi) + iV(r, \varphi)$	4
1.17 Запишите условия Коши–Римана в случае, когда $z = x + iy$, $w = f(z) = (x, y)e^{i(x, y)}$	4
1.18 Запишите условия Коши–Римана в случае, когда $z = re^{i\varphi}$, $w = f(z) = (r, \varphi)e^{i(r, \varphi)}$	4
1.19 Дайте определение отображения $w = f(z)$, конформного в точке $z_0 =$	4
1.20 Дайте определение функции, гармонической в некоторой области	4
1.21 Дайте определение сопряжённых гармонических в некоторой области функций	4
1.22 Сформулируйте теорему Коши для односвязной области	4
1.23 Сформулируйте теорему Коши для ограниченной области	4
1.24 Сформулируйте теорему Коши для многосвязной области	4

1.25 Сформулируйте теорему об аналитичности интеграла с переменным верх-	
ним пределом	4
1.26 Запишите интегральную формулу Коши для односвязной области	4
1.27 Дайте определение интеграла типа Коши	4

1 Теоретический минимум

1.1 Запишите неравенства треугольника для комплексных чисел

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2| \text{ или } |z_1 - z_2| \geq |z_1| - |z_2|$$

1.2 Дайте определение функции однолистной на некотором множестве

Однолистной в некоторой области называется такая функция $w = f(z)$, что любым двум различным значениям $z_1 \neq z_2$ из этой области отвечают различные значения функции.

1.3 Дайте определение показательной функции e^z

1.4 Дайте определения тригонометрических функций $\sin z$, $\cos z$, $\operatorname{tg} z$, $\operatorname{ctg} z$

1.5 Дайте определения гиперболических функций $\operatorname{sh} z$, $\operatorname{ch} z$, $\operatorname{th} z$, $\operatorname{cth} z$

1.6 Дайте определение логарифмической функции $\operatorname{Ln} z$

1.7 Дайте определение общей степенной функции $z^a (a \neq 0)$

1.8 Запишите формулу вычисления интеграла от непрерывной функции комплексной переменной вдоль кусочно гладкой кривой через определённый интеграл

1.9 Запишите неравенство для модуля интеграла

1.10 Дайте определение функции комплексной переменной, дифференцируемой в точке. Приведите пример

1.11 Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке

1.12 Дайте определение функции, аналитической в области, не содержащей точку $z = \infty$. Приведите пример

1.13 Дайте определение функции, аналитической в точке $z_0 \neq \infty$. Приведите пример

1.14 Дайте определение функции, аналитической в точке $z = \infty$. Приведите пример

- 1.15 Запишите условия Коши–Римана в случае, когда $z = x + iy$,
 $w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$
- 1.16 Запишите условия Коши–Римана в случае, когда $z = re^{i\varphi}$,
 $w = f(z) = U(r, \varphi) + iV(r, \varphi)$
- 1.17 Запишите условия Коши–Римана в случае, когда $z = x + iy$,
 $w = f(z) = \rho(x, y)e^{i\Phi(x, y)}$
- 1.18 Запишите условия Коши–Римана в случае, когда $z = re^{i\varphi}$,
 $w = f(z) = R(r, \varphi)e^{i\Phi(r, \varphi)}$
- 1.19 Дайте определение отображения $w = f(z)$, конформного в точке $z_0 \neq \infty$
- 1.20 Дайте определение функции, гармонической в некоторой области
- 1.21 Дайте определение сопряжённых гармонических в некоторой области функций
- 1.22 Сформулируйте теорему Коши для односвязной области
- 1.23 Сформулируйте теорему Коши для ограниченной области
- 1.24 Сформулируйте теорему Коши для многосвязной области
- 1.25 Сформулируйте теорему об аналитичности интеграла с переменным верхним пределом
- 1.26 Запишите интегральную формулу Коши для односвязной области
- 1.27 Дайте определение интеграла типа Коши