

**T2**

- a) 这个班上有人已经发送电子邮件消息给了另外的人。
- d) 班上有这样的人，班上所有的人都已经发送电子邮件消息给了他。

**T6**

- a)  $A(\text{Lois}, \text{Michaels 教授})$
- b)  $\forall x(S(x) \rightarrow A(x, \text{Gross 教书}))$
- c)  $\forall x(F(x) \rightarrow (A(x, \text{Miller 教授}) \vee A(\text{Miller 教授}, x)))$
- d)  $\exists x(S(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow \neg A(x, y)))$
- e)  $\exists x(F(x) \wedge \forall y(S(y) \rightarrow \neg A(x, y)))$
- f)  $\exists x(S(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow A(x, y)))$
- g)  $\exists x(F(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow A(x, y)))$
- h)  $\exists x(S(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow \neg A(y, x)))$

**T9**

- a) 论域为每一个人， $A(x)$ :  $x$  为用户， $B(x, m)$ :  $x$  访问邮箱  $y$
- $$\forall x(A(x) \rightarrow (\exists y(B(x, y) \wedge \forall z((y \neq z) \rightarrow \neg B(x, z))))$$
- b)  $A(x, y)$ : 程序  $x$  在  $y$  错误环境中能够运行， $B(x)$ :  $x$  程序能够正常运行， $C$ : 内核运行正确

$$\exists x(B(x) \wedge \forall y A(x, y)) \rightarrow C$$

c)  $A(x,y)$ : 校园网用户  $x$  可以访问  $y$  站点,  $B(y,z)$ :  $y$  站点具有  $z$  后缀

$$\forall x \forall y (B(y,.edu) \rightarrow A(x,y))$$

## T12

下列论域均为全体实数

a)  $\forall (x < 0) \forall (y < 0) (xy > 0)$

b)  $\forall x (x - x = 0)$

c)  $\forall (x > 0) \exists a \exists b ((a \neq b) \wedge (a^2 = b^2 = x) \wedge \forall c ((c \neq a \wedge c \neq b) \rightarrow c^2 \neq x))$

d)  $\forall (x < 0) \forall y (y^2 \neq x)$

## T16

a)  $\exists x \forall y \exists z \neg T(x,y,z)$

b)  $\exists x \forall y \neg P(x,y) \wedge \exists x \forall y \neg Q(x,y)$

c)  $\exists x \forall y (\neg P(x,y) \vee \forall z \neg R(x,y,z))$

d)  $\exists x \forall y (P(x,y) \wedge \neg Q(x,y))$

## Page 52-53

## T3

$p$ : Randy 很用功,  $q$ : Randy 是个笨孩子,  $m$ : Randy 不会得到工作。

前提：  $p$ ,  $p \rightarrow q$ ,  $q \rightarrow m$

结论：  $m$

证明：

编号	公式	依据
(1)	$p$	前提引入
(2)	$p \rightarrow q$	前提引入
(3)	$q$	假言推理
(4)	$q \rightarrow m$	前提引入
(5)	$m$	假言推理

## T5

a)  $A(x)$ : 我周  $x$  休假,  $B(x,y)$ : 周  $x$  的天气为  $y$

前提：  $\forall x(A(x) \rightarrow (B(x, \text{下雨}) \vee B(x, \text{下雪})))$ ,  $A(\text{二}) \vee A(\text{四})$ ,  $\neg(B(\text{二}, \text{下雨}) \vee B(\text{二}, \text{下雪}))$ ,  $\neg B(\text{四}, \text{下雪})$

结论：  $\neg A(\text{二})$ ,  $A(\text{四})$ ,  $B(\text{四}, \text{下雨})$

证明：

编号	公式	依据
(1)	$\forall x(A(x) \rightarrow (B(x, \text{下雨}) \vee B(x, \text{下雪})))$	前提引入
(2)	$A(\text{二}) \rightarrow (B(\text{二}, \text{下雨}) \vee B(\text{二}, \text{下雪}))$	全称实例, 1
(3)	$\neg(B(\text{二}, \text{下雨}) \vee B(\text{二}, \text{下雪}))$	前提引入
(4)	$\neg A(\text{二})$	取拒式, 2, 3

(5)	$A(二) \vee A(四)$	前提引入
(6)	$A(四)$	析取三段论, 4, 5
(7)	$A(四) \rightarrow (B(四, 下雨) \vee B(四, 下雪))$	全称实例, 1
(8)	$B(四, 下雨) \vee B(四, 下雪)$	假言推理
(9)	$\neg B(四, 下雪)$	前提引入
(10)	$B(四, 下雨)$	析取三段论, 8, 9

b) p: 我吃了辣的事物, q: 我睡觉时打雷, r: 我会做奇怪的梦

前提:  $p \rightarrow r, q \rightarrow r, \neg r$

结论:  $(\neg p) \wedge (\neg q)$

证明:

编号	公式	依据
(1)	$p \rightarrow r$	前提引入
(2)	$\neg r$	前提引入
(3)	$\neg p$	取拒式, 1, 2
(4)	$q \rightarrow r$	前提引入
(5)	$\neg q$	取拒式, 2, 4
(6)	$(\neg p) \wedge (\neg q)$	合取式, 3, 5

c) p: 我聪明, q: 我幸运, r: 我将赢得大奖

前提:  $p \vee q$ ,  $\neg q$ ,  $q \rightarrow r$

结论: p

证明:

编号	公式	依据
(1)	$p \vee q$	前提引入
(2)	$\neg q$	前提引入
(3)	p	析取三段论

## T6

$$\begin{aligned}(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n \wedge q) \rightarrow r &\Leftrightarrow \neg(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n \wedge q) \vee r \\&\Leftrightarrow \neg(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n) \vee \neg q \vee r \\&\Leftrightarrow \neg(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n) \vee (q \rightarrow r) \\&\Leftrightarrow (p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n) \rightarrow (q \rightarrow r)\end{aligned}$$

## T10

a) 不正确, 该推理为肯定结论的谬误。举反例, 取 n 为-2, 结论不正确。

## T12

2, 3 与 4, 5 步中使用的两个字母 c 未必相同, 因而无法合取。

## T15

前提：  $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ ,  $\forall x(\neg Q(x) \vee S(x))$ ,  $\forall x(R(x) \rightarrow \neg S(x))$ ,

$\exists x \neg P(x)$

结论：  $\exists x \neg R(x)$

证明：

编号	公式	依据
(1)	$\exists x \neg P(x)$	前提引入
(2)	$\neg P(a)$	存在实例, 1
(3)	$\forall x(P(x) \vee Q(x))$	前提引入
(4)	$P(a) \vee Q(a)$	全称实例, 3
(5)	$Q(a)$	析取三段论, 2, 4
(6)	$\forall x(\neg Q(x) \vee S(x))$	前提引入
(7)	$\neg Q(a) \vee S(a)$	全称实例, 6
(8)	$S(a)$	析取三段论, 5, 7
(9)	$\forall x(R(x) \rightarrow \neg S(x))$	前提引入
(10)	$R(a) \rightarrow \neg S(a)$	全称实例, 9
(11)	$\neg R(a) \vee \neg S(a)$	10 的逻辑等价式
(12)	$\neg R(a)$	析取三段论, 8, 10
(13)	$\exists x \neg R(x)$	存在引入