

考试方式 闭卷 考试日期 2019-11-30 考试时长 150 分钟

专业班级 _____ 学 号 _____ 姓 名 _____

题号	一	二	三	四	五	六	总分	核对人
分值	14	16	25	15	10	20	100	
得分								

分 数	
评卷人	

一、基本计数技术 (共 14 分)

(1) 黑、白、红球各三个排成一排，有_____种排法。(4 分)

(2) 从大量的黑、白、红球中取出 10 个，有_____种取法。(4 分)

(3) 现有 1 元的钞票 5 张，10 元钞票 4 张，50 元钞票 3 张，试问：能组合出多少种额度的钞票组合？ (6 分)

分 数	
评卷人	

二、递推式建模与求解 (共 16 分)

(4) 求含有 3 个连续 0 的 n 位长的三进制串的个数的递推关系和初始条件；(6 分)

(5) 求解递推式 $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} + 2n - 1$, $n \geq 2$. 已知 $a_0 = 0$, $a_1 = -1$. (10 分)

分 数	
评卷人	

三、高级计数技术 (共 25 分)

(6) 求方程 $x + y + z = 12$ 满足 $1 \leq x, y, z \leq 5$ 的正整数解的个数。(10 分)

(7) 5 个不同的球放入 3 个不可区分的盒子，且每个盒子至少一球，有_____种放法。

(5 分)

(8) 八仙过海，各显神通。现有三种方式提供给八仙过河，游泳、轮渡、快艇。如果每种方式都要有人过，一共有多少种不同的方案？（10 分）

分 数	
评卷人	

四、初等数论 (共 15 分)

(9) 1—20 中最多能取_____个数, 使得其中任何两数都是互素的。

(3 分)

(10) $23^{1002} \equiv \underline{\hspace{2cm}} \pmod{41}$. (3 分)

(11) $\gcd(111, 201) = \underline{\hspace{2cm}}$. (3 分)

(12) 求解同余式 $2^{10}x \equiv 5 \pmod{123}$. (6 分)

分 数	
评卷人	

五、密码学应用 (共 10 分)

(13) RSA 加解密：假设 RSA 算法采用两个素数 5 与 11，选用 17 作为私钥。试求出加密公钥；并求出密文 4 对应的明文，以及明文 6 对应的密文。（10 分）

分 数	
评卷人	

六、证明 (共 20 分)

(14) 已知整数 n 与 6 互素，求证： $18 \mid (n^7 - n)$. (10 分)

(15) 组合分析法证明：（不用组合分析法证明的不给分） (10 分)

$$\binom{2n}{2} = 2 \binom{n}{2} + n^2$$