

扩散模型在图像重建与生成任务中的应用

李孟霖

November 3, 2025

DDPM

Denoising Diffusion Probabilistic Models(DDPM) 通过逐步添加噪声破坏图像，再用反向过程逐步去噪重建图像。该模型结合了变分下界优化和 Langevin 动力学的去噪得分匹配，实现高质量图像生成。

DDPM

数学原理

前向过程 (Forward Process):

给定原始图像 $x_0 \sim q(x_0)$, 前向过程逐步添加高斯噪声, 构成一个固定的马尔可夫链:

$$q(x_{1:T}|x_0) = \prod_{t=1}^T q(x_t|x_{t-1}), \quad q(x_t|x_{t-1}) = \mathcal{N}(\sqrt{1 - \beta_t}x_{t-1}, \beta_t I)$$

可直接从 x_0 采样出任意时刻 x_t :

$$q(x_t|x_0) = \mathcal{N}(\sqrt{\bar{\alpha}_t}x_0, (1 - \bar{\alpha}_t)I)$$

其中 $\alpha_t = 1 - \beta_t$, $\bar{\alpha}_t = \prod_{s=1}^t \alpha_s$

反向过程 (Reverse Process):

从纯噪声 $x_T \sim \mathcal{N}(0, I)$ 开始, 反向过程学习一个去噪马尔可夫链:

$$p_\theta(x_{0:T}) = p(x_T) \prod_{t=1}^T p_\theta(x_{t-1}|x_t), \quad p_\theta(x_{t-1}|x_t) = \mathcal{N}(\mu_\theta(x_t, t), \Sigma_\theta(x_t, t))$$

DDPM 损失函数构造与简化

目标：利用变分下界（ELBO），设计可优化的训练损失函数，以学习从噪声 x_T 逐步生成图像 x_0 的反向过程。

1. 变分下界（ELBO）分解：

$$\log p_{\theta}(x_0) \geq \text{ELBO} = L_T + \sum_{t=2}^T L_{t-1} + L_0$$

- L_T 是固定常数，可忽略 - L_{t-1} 是主要的训练目标项（KL 散度） - L_0 是重建项（有时也忽略）

2. 反向过程建模为高斯分布：

$$p_{\theta}(x_{t-1}|x_t) = \mathcal{N}(\mu_{\theta}(x_t, t), \sigma_t^2 I)$$

- 其中 σ_t^2 为固定超参数，不学习 - μ_{θ} 为模型（如 U-Net）输出

3. 损失函数重写为预测后验均值：

$$L_{t-1} = \mathbb{E} \left[\frac{1}{2\sigma_t^2} \|\mu_\theta(x_t, t) - \tilde{\mu}_t(x_t, x_0)\|^2 \right] + C$$

4. 使用重参数化将问题转化为噪声预测：

$$x_t = \sqrt{\bar{\alpha}_t}x_0 + \sqrt{1 - \bar{\alpha}_t}\epsilon, \quad \epsilon \sim \mathcal{N}(0, I)$$

最终损失函数简化为：

$$\mathcal{L}_{\text{simple}} = \mathbb{E}_{x_0, \epsilon, t} \left[\|\epsilon - \epsilon_\theta(x_t, t)\|^2 \right]$$

结论：模型训练目标是拟合噪声 ϵ ，本质上是一个时间条件的去噪任务。

Algorithm 1 Training

```
1: repeat  
2:    $\mathbf{x}_0 \sim q(\mathbf{x}_0)$   
3:    $t \sim \text{Uniform}(\{1, \dots, T\})$   
4:    $\epsilon \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$   
5:   Take gradient descent step on  
       $\nabla_{\theta} \left\| \epsilon - \epsilon_{\theta}(\sqrt{\bar{\alpha}_t} \mathbf{x}_0 + \sqrt{1 - \bar{\alpha}_t} \epsilon, t) \right\|^2$   
6: until converged
```

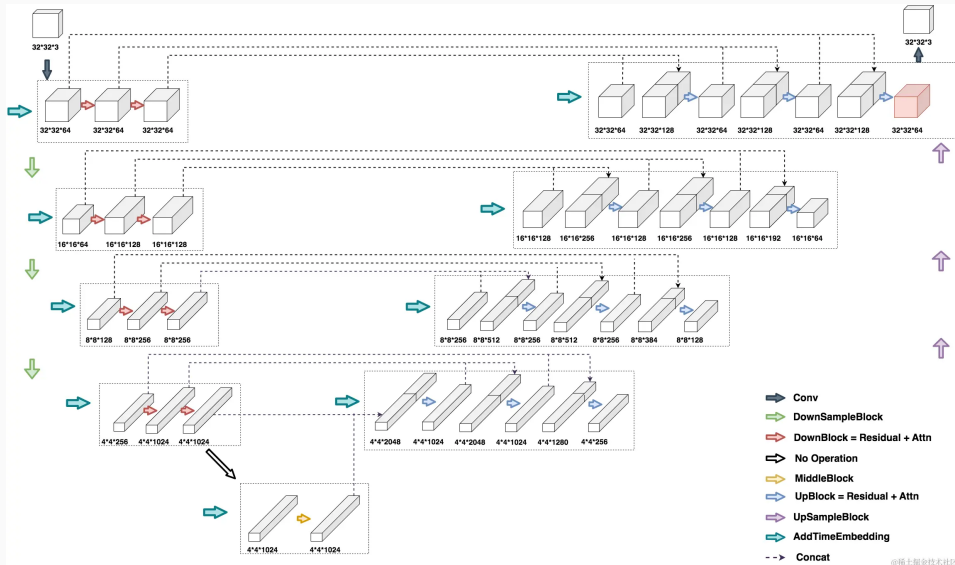
Algorithm 2 Sampling

```
1:  $\mathbf{x}_T \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$   
2: for  $t = T, \dots, 1$  do  
3:    $\mathbf{z} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$  if  $t > 1$ , else  $\mathbf{z} = \mathbf{0}$   
4:    $\mathbf{x}_{t-1} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_t}} \left( \mathbf{x}_t - \frac{1 - \alpha_t}{\sqrt{1 - \bar{\alpha}_t}} \epsilon_{\theta}(\mathbf{x}_t, t) \right) + \sigma_t \mathbf{z}$   
5: return  $\mathbf{x}_0$ 
```

DDPM

模型结构

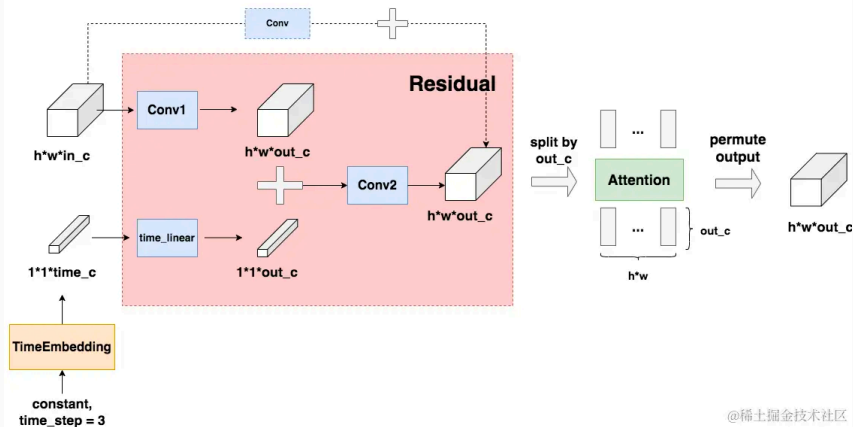
DDPM 模型结构 (U-Net)



时间步条件的注入方式

➡ DownBlock = ResidualBlock + AttentionBlock

➡ UpBlock: Similar to DownBlock as for structure, different in set of in_c and out_c



DDPM 示例

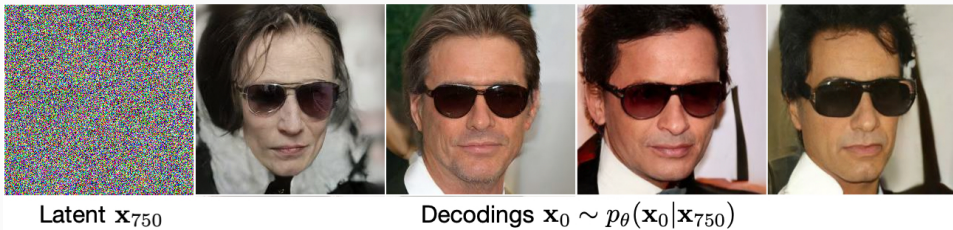


Figure 3. DDPM 推理示例

VAE 压缩模块

VAE 在图像压缩中的核心机制

- **结构概览：**

- 使用编码器 $E_\phi(x)$ 将高维图像 $x \in \mathbb{R}^{H \times W \times 3}$ 映射为低维潜向量 z
- 潜空间分布为 $q_\phi(z|x) = \mathcal{N}(\mu(x), \sigma^2(x))$
- 解码器 $D_\theta(z)$ 将 z 重建为图像 $\hat{x} = D(z)$

- **压缩意义：**

- z 是图像的紧凑编码，维度远小于原始图像
- 潜空间引入正则化（如 KL 散度），避免过度拟合，提升压缩泛化能力
- 使用连续高斯向量（而非固定码本），更适合感知一致性场景

- **与传统 Autoencoder 的区别：**

- VAE 学习的是 **分布**而非固定编码，压缩后可进行随机采样
- 提供更好的鲁棒性与潜变量结构控制

- **压缩 vs 生成：**

- 虽然 VAE 为生成设计，但编码器结构天然适合压缩任务
- 实际应用中，如图像重建、感知压缩、表示学习常借助其潜空间能力

Latent Diffusion Model

Latent Diffusion Model (LDM): 功能概览

- **计算高效:**
 - 在**潜空间 (latent space)** 中进行扩散建模，避免在高维像素空间中处理。
 - **显著降低训练与推理成本**，支持低资源环境运行。
- **灵活的条件生成 (Conditional Generation):**
 - 引入 **Cross-Attention 模块**，实现多种输入条件的控制：
 - 文本 (Text-to-Image)
 - 边界框 (Layout-guided generation)
 - 掩膜图像 (Inpainting)
 - 类别标签 (Class-conditional generation)
- **多任务适应性强:**
 - 同一模型适用于：
 - 无条件图像生成 (Unconditional Generation)
 - 图像修复 (Image Inpainting)
 - 图像增强与重建 (e.g., Super-resolution)

Latent Diffusion Model

LDM Autoencoder

LDM 中的 Autoencoder：压缩图像感知结构

目的：将图像 $x \in \mathbb{R}^{H \times W \times 3}$ 压缩为结构化潜空间 $z \in \mathbb{R}^{h \times w \times c}$ ，便于高效训练扩散模型。

结构组成：

- **Encoder** $E(x) \rightarrow z$ ：多层卷积和残差模块（细节参见补充材料或代码）
- **Decoder** $D(z) \rightarrow \tilde{x}$ ：恢复图像
- 下采样比例 $f = H/h = W/w$ ，例如 $f = 4, 8, 16$

训练目标：

- 使用 **感知损失 (perceptual loss)**：保持图像语义细节
- 使用 **PatchGAN 对抗损失**：增强局部真实性，避免模糊
- 最小化重建误差 $\mathcal{L}_{\text{rec}}(x, \tilde{x})$

潜空间正则化目的：避免高方差、非结构化的 latent 表示，增强生成稳定性。

两种正则化方式：

- **KL 正则 (KL-reg.)：**
 - 将 $q_E(z|x) = \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ 逼近标准高斯 $\mathcal{N}(0, I)$
 - 类似 VAE，权重非常小 ($\sim 10^{-6}$)，避免损害重建质量
- **VQ 正则 (VQ-reg.)：**
 - 使用矢量量化 codebook，构造离散 latent 空间（类似 VQGAN）
 - 量化层嵌入解码器首层，编码器输出为连续 z

完整训练目标函数：

$$\mathcal{L}_{\text{AE}} = \min_{E,D} \max_{\psi} [\mathcal{L}_{\text{rec}}(x, D(E(x))) - \mathcal{L}_{\text{adv}} + \log D_{\psi}(x) + \mathcal{L}_{\text{reg}}]$$

判别器： Patch-based GAN 判别器 D_{ψ} （仅在训练时使用）

Latent Diffusion Model

Conditioning Mechanisms

LDM 的条件生成机制：灵活控制图像合成

目标：扩散模型学习条件分布 $p(z | y)$ ，在潜空间中实现**多模态控制**（如文本、图像、语义图等）。

核心思想：

- 将条件信息 y 融入扩散模型 $\epsilon_{\theta}(z_t, t, y)$ 中。
- 引入专门的 **条件编码器** $\tau_{\theta}(y)$ ，将 y 投影为中间表示。
- 使用 **Cross-Attention 模块**，将 $\tau_{\theta}(y)$ 融入 UNet 的中间层。

适用任务：

- 文本到图像（text-to-image）
- 图像修复（inpainting）
- 图像翻译（image-to-image）
- 语义图控制合成

Cross-Attention 条件注入机制与训练目标

Cross-Attention 注入方式:

- 条件编码器输出 $\tau_\theta(y) \in \mathbb{R}^{M \times d_\tau}$ 。
- 在 UNet 中层使用 Attention:

$$\text{Attention}(Q, K, V) = \text{softmax}\left(\frac{QK^T}{\sqrt{d}}\right) \cdot V$$

- 投影定义:

$$Q = W_Q \cdot \varphi_i(z_t), \quad K = W_K \cdot \tau_\theta(y), \quad V = W_V \cdot \tau_\theta(y)$$

训练目标函数（条件扩散损失）:

$$\mathcal{L}_{\text{cond}} = \mathbb{E}_{x,y,\epsilon,t} \left[\|\epsilon - \epsilon_\theta(z_t, t, \tau_\theta(y))\|_2^2 \right]$$

Latent Diffusion Model

LDM 模型结构

LDM 模型整体架构图

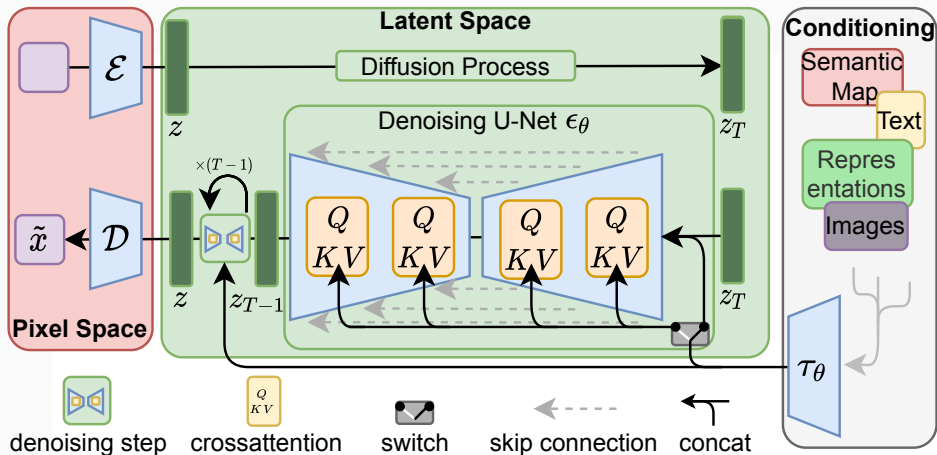


Figure 4.LDM 模型整体架构图

Stable SR: 基于 stable diffusion 的超 分辨模型

Stable SR 模型结构

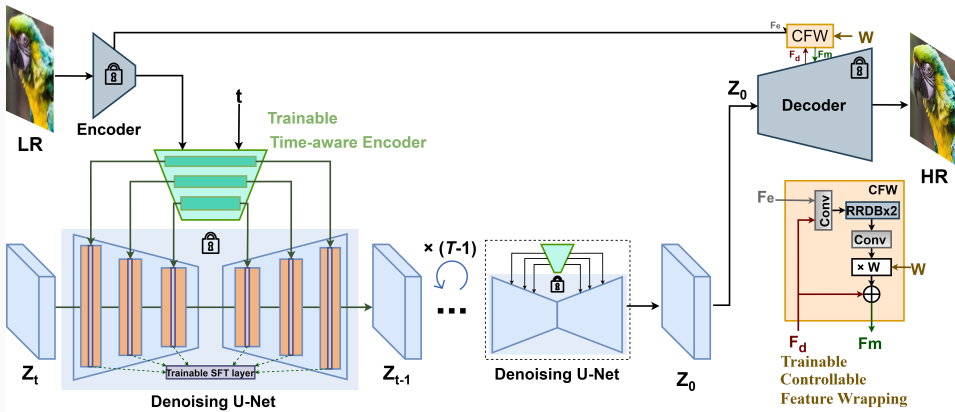


Figure 5. Stable SR 模型结构图

调制公式：

$$\hat{F}_{\text{dif}}^n = (1 + \alpha^n) \odot F_{\text{dif}}^n + \beta^n$$

含义解析：

- F_{dif}^n ：原始 UNet 在第 n 层生成的特征图。
- F^n ：由 LR 图像提取的结构特征（通过 Time-Aware Encoder 获得）。
- M_{θ}^n ：一个小型卷积网络，用于从 F^n 生成调制参数：

$$(\alpha^n, \beta^n) = M_{\theta}^n(F^n)$$

- α^n ：** 缩放系数 **，控制每个通道的增强或抑制。
- β^n ：** 偏置项 **，引入可控偏移以增强表达能力。

调制作用：

- 逐像素、逐通道地对原始特征图进行 **仿射变换**。
- 引入 LR 图像的多尺度语义信息，精细控制特征图生成过程。