

华南师范大学

计算机学院 2019 -2020 学年（二）学期期末考试试卷

《算法设计与分析》试卷（A 卷）

专业_____ 年级_____ 班级_____ 姓名_____ 学号_____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

一、简答题（每题 5 分，共 20 分）

1. 算法 A 的计算时间 $T(n)$ 满足递归关系式： $T(n)=6T(n-1)-8T(n-2)$, $n \geq 2$; $T(0)=1$, $T(1)=2$ 。请用记号 Θ 表示 $T(n)$ 。
2. 实验中发现平均情况下快速排序的比较次数要多于归并排序，但实际运行时间快速排序反而要快。请简要说明原因。
3. 已知图 $G=\langle V,E \rangle$ ，设 $n=|V|$, $e=|E|$ 。请指出当图 G 用邻接矩阵表示和邻接表表示时宽度优先遍历图 G 的时间复杂度。
4. 考虑用哈夫曼算法来设计字符序列 a, b, c, d, e, x, y, z 的最优编码，这些字符出现在文件中的频数之比为 14:13:15:3:21:10:5:19。请指出最优编码中编码长度为 3 的所有字符。

二、贪心法的应用（20 分）

1. 简述 Dijkstra 算法的基本思路。（5 分）
2. 在图 1 中应用 Dijkstra 算法能求出从 s 到其它所有结点的最短路径吗？为什么？（5 分）
3. 考虑用 Dijkstra 算法求出图 2 中从 s 到其它所有结点的最短路径。请给出主要计算过程及计算结果。（10 分）

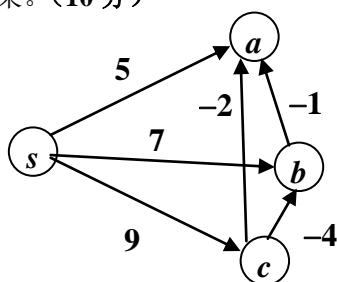


图 1

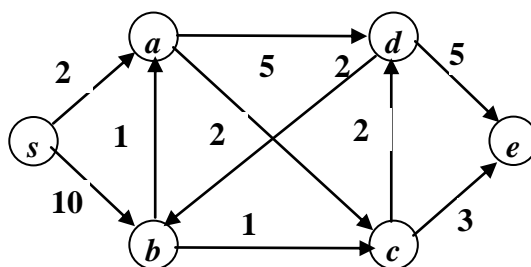


图 2

三、动态规划法的应用（20 分）

【钱币兑换问题】设某货币系统有 n 种硬币，面值由小到大分别为 $1=v_1, v_2, \dots, v_n$ 。我们需要用最少数值的硬币兑换价值为 y 的钱。更形式地，我们要让下面的量

$$\sum_{1 \leq i \leq n} x_i$$

在约束条件

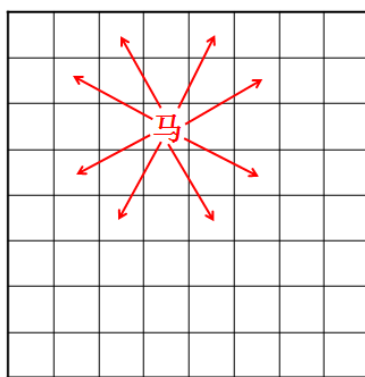
$$\sum_{1 \leq i \leq n} (x_i \times v_i) = y$$

下达到最小，其中 x_1, x_2, \dots, x_n 是非负整数。

1. 考虑用动态规划法求解该问题。设 $L[i, j]$ 表示使用面值分别为 v_1, v_2, \dots, v_i 的硬币兑换价值为 j 的钱所使用硬币的最少个数。请给出 $L[i, j]$ 递推计算的公式。(8分)
2. 分析你的算法的时间和空间复杂度。(4分)
3. 用你的算法求解实例： $v_1=1, v_2=5, v_3=7, v_4=11$ 和 $y=15$ 。(8分)

四、回溯法的应用 (20分)

【马周游问题】 在 8×8 棋盘上马按照跳日字的规则能从一格跳到另一格。任给马在棋盘上的起始位置，请问是否存在一种马能跳到棋盘中每个格子恰好一次且最后回到起始位置的周游棋步？如果存在，请找出一种这样的周游棋步。



1. 用图论知识说明：若马从棋盘正中心位置出发能有周游棋步，则马从棋盘的任意位置出发都有周游棋步。(8分)
2. 考虑用回溯法求解马周游问题。请给出解向量形式和搜索树类型，描述剪枝操作。(8分)
3. 可采取哪些措施来提高回溯算法的求解效率？(4分)

五、算法设计 (每题 10 分，共 20 分)

1. 无向图 $G=(V, E)$ 是二部图是指该图的点集 V 能划分成非空的两部分 V_1 和 V_2 使得图 G 中任何边的两个端点分别属于 V_1 和 V_2 。考虑用图的深度优先遍历方法设计一个算法判别无向图 $G=(V, E)$ 是否是二部图。要求：

- (1) 用文字简要描述算法的基本思路 (不用写代码)。(5分)
- (2) 给出算法正确性的证明。(5分)

2. 假定 $n=2^k$ (k 为正整数)。设计一个分治算法在数组 $A[1..n]$ 中找最小元素和第二小元素，要求比较次数为 $3n/2-2$ 。

- (1) 用文字简要描述递归形式分治算法的基本思路 (不用写出完整的代码)。(5分)
- (2) 请给出算法中比较次数 $T(n)$ 满足的递归方程，并证明 $T(n)=3n/2-2$ 。(5分)