**专业探索-数学**

作者：敬同学，中国科学院数学与系统科学研究院博士在读

# 关于学科本身

数学是很多人最早接触的学科，很多人对于数学的兴趣从小学就开始发芽，对于数学的兴趣会使得很多学生愿意在这门学科上花费较多时间，思考有意义的想法，挑战有难度的问题。很多学生会在中学时代就表现出超越同龄人的数学天赋，对于他们来说，数学不是令人头疼的学科，而是展现才华的舞台。相信阅读此文的你也是一个热爱数学，擅长数学的人，你可能并不满足止步初等数学的浅湾，而是想要进一步遨游现代数学的大海，窥探人类在数学上的伟大发现。

现代数学的发展已经远远超越了初等数学的范畴，即使你学习过数学竞赛，也没有正真接触现代数学。现代数学的研究需要借助非常高级的研究工具，因此它不仅仅只是摆弄一些技巧就可以完成的，例如著名的费马大定理，其证明过程几乎涵盖了现代数学所有的分支，包括代数数论、模形式、代数几何等（你可能还并不了解这些分支，但至少要知道解决现代数学问题需要掌握相当多的知识）。因此从事数学研究并不是一个人埋头苦思就能解决问题的，你需要不断学习前人的发现，运用强大的工具才能有所突破。

与初等数学不同的是，现代数学更加注重严谨性，一个简单的例子便是对实数的定义，相信在中学时代实数的定义是模棱两可的，而到了高等数学阶段，你将会看到现代数学怎样清晰严谨的完成实数的定义。同时，现代数学的研究对象相当抽象化，例如群论就是将大量的运算对象抽象为一个叫“群”的对象，而现代数学的几何也远不止平面或立体几何这样具体的几何图形，而是会抽象出一种叫“流形”的角色，高度的抽象化会对学生的思维能力提出很高的挑战。

数学对于人类的贡献已无需多言，几乎所有的自然科学领域都离不开数学的推动，很多处于瓶颈的问题都是在数学理论取得突破后才有了进展。而像今年来大火的人工智能，5G通讯等领域背后都是一个个强大的数学理论作为支撑，这些领域的专家很多直接来源于数学专业的博士。数学涵盖了相当广泛的领域，不管是数学皇冠上的明珠，还是寻常生活的点点滴滴，亦或是科技进步的方方面面。对于对数学感兴趣的人来说，数学的的确确是一个宝藏。

# 学科的知识结构

## 本科课程体系

各院校的培养方案有一些区别，例如有的学校对于物理的要求比较高，会必修五到六门物理课程（涵盖力学、热学、光学、电磁学、原子物理学等），不过多数只需要学习大学物理即可。而对于数学系来说，最重要的还是数学类课程，从大一到大四会逐步学习越来越深入的数学课程，大致有以下内容

* 公共基础课：几乎所有专业的学生在大一都是学习公共的必修课程，例如数学，物理，计算机，英语，政治，体育等课程，当然数学系的公共数学必修课会更难一些，一般是数学分析和线性代数这两门课程。由于很多学校在大一结束后有转专业的机会（通常也是最后的机会），大一课程通识性较强，也就是说，此时各个专业的差别还不是很大。不过对于数学系的同学来说，线性代数和数学分析相当重要，这是以后进一步学习所有课程的基础。
  + 数学课程：数学分析、线性代数、解析几何（可能有）
  + 其他课程：大学物理（力学、热学、光学、电磁学、原子物理学、基础物理实验等）、大学英语、思政课、体育课、文化通识课等。
* 专业必修课：数学专业所要求必须学习的课程，不同的学校之间可能会有微小的差别，这些课程是进行数学研究的基础，也是很多分支的先导课程。一般来说到了大学二年级开始不再允许转专业，因此课程的专业性大大提升，也可以说到了这个时候才开始在数学的探索中迈出第一步。通过这些课程的学习可以了解自己的特长和喜好，可以更好的决定继续学习哪一个分支。
  + 数学课程：复变函数、实变函数、概率论、泛函分析、抽象代数、基础拓扑、微分方程、微分几何、初等数论等。
* 专业选修课：一般是大三开始学习专业选修课，这些课程已经比较接近研究的前沿，课程的对象一般是高年级本科生和研究生，由于是选修课程，故每个人可以按照自己的兴趣和特点来选择课程（不过要注意一定要满足学校的毕业要求哦），一般来说，选修的课程要尽量和自己选择的分支密切相关，有关学科分支的介绍会在下文提到。在这个阶段学有余力的同学也可以选修学校的研究生课程。
  + 数学课程：调和分析 、偏微分方程、代数几何、代数拓扑、代数数论、微分拓扑、集合论、数理逻辑、数理统计、随机过程、图论、组合数学、数值计算、李群等。

## 细分方向

数学学科的细分方向主要分为基础数学和应用数学两大类，以下会介绍这两大类别下的各个分支。

* **基础数学：**基础数学是数学学科中研究纯粹数学的方向，这一块在实际的直接应用较少，且学习难度较大，往往是数学系本科生中成绩优异的学生所选择的方向，这一方向大概有如下主流分支：
* 数论：主要研究自然数的性质，“哥德巴赫猜想”、“孪生素数猜想”都是这个领域最为著名的问题，成绩优异的数学竞赛生可能学习过初等数论，而这个领域将会使用全新的工具解决初等数论无法解决的问题。
* 代数几何：目前数学界最重要、最主流的分支，使用代数学的方法来研究几何学是其初衷，但是它的影响几乎涵盖了数学界的所有分支，因而数学界一流的人才几乎都在研究这个领域。
* 分析：研究函数的一门学科，常见的研究方向是微分方程、复分析和调和分析等，著名数学家陶哲轩就是调和分析大师。微分方程的研究和物理学紧密相关，例如流体力学的纳维-斯托克斯方程就是微分方程最重要的研究课题，也是七大“千禧年数学问题”之一

※ **应用数学**：应用数学是数学中与实际问题紧密结合的研究方向，对于数学系中成绩一般的学生和想要在产业界大显身手的同学来说都是一个好去处，应用数学大概有以下分支：

* 统计学：研究数据采集、分析、预测的学科，在科研工作和工业生产中都有着重要的作用，人工智能领域的深度学习技术也是立足于统计学的研究方法。有的学校会把统计学单列为一个专业，不过其学习方式和一般数学系相差不大，数学系的本科生也能胜任统计学的研究生。
* 运筹学：运筹学是研究如何高效解决实际问题的学科，主要的方向是优化理论和博弈论，优化理论是和计算机算法紧密相关的分支，通常所说的“算法优化”就是优化理论，而博弈论则是和经济学密切相关的理论，博弈论的几位创始人都获得过诺贝尔经济学奖，主要研究多方参与的活动中如何决策的问题。金融中目前热门的“量化交易”就是运筹学的成功运用。
* 计算数学：计算数学是研究快速完成数值计算的分支，在实际生产中，无论所使用的理论多么先进，方法多么高级，归根到底是要得出一个准确而有用的数值，计算数学就是使用数学的方法，来研究如何让数字计算的更加快速与准确，计算数学分支在计算机科学中有着重要的地位。

## 交叉学科

数学与许多学科都有交叉，比如与生命科学交叉的生物数学，与经济学交叉的金融数学，与计算机交叉的离散数学、与自动化交叉的系统科学等。几乎每一个领域都或多或少与数学有着联系，很多领域也愿意接收数学专业的本科生，即使他们在这个领域可能还没有多少了解。

# 数学专业到底多难学？

在大众的认知中。数学专业是非常难的一个专业，其烧脑程度可谓首屈一指，而数学专业也往往处于鄙视链的顶端，似乎学习数学专业的人都是万里挑一的天才。

当然，这也给正在学习或打算报考数学专业的学生带来了困惑，即：我是否具有学习数学专业的天赋呢，我能够顺利完成我的学业呢？

需要承认，这的的确确是很多数学专业的学生经常怀疑的问题。

首先一点是，那些赫赫有名的数学家，他们都可谓是智商超群的天才人物，是站在智力金字塔顶的人。不过反过来想，这也并不局限于数学领域，事实上，每一个领域的领军人物都是极具智慧的。

但是，对于绝大多数人来说，我们不必苛求要与这些精英中的精英相比较，因此，由于与这些顶尖数学家的绝望差距而产生怀疑情绪是完全没有必要的。

不过，数学专业的学生的困惑并不仅仅在此（与顶尖精英有差距，和能否学明白这个专业，完全是两个问题）。而就后一个问题而言，数学专业也确实不是适合所有学生的。

## 高中数学足够好就可以吗？

一个自然的问题是，在高中数学优秀的学生是否一定适合数学专业的学习呢？

答案（同样自然）是否定的。

很多学生在高中数学优异，甚至在数学竞赛中获得奖项，并因此获得了进入数学专业的信心。但是大学的数学学习还是与高中有本质区别的，高中时期的优秀不能保证大学时期也能适应数学专业的学习。

高中的数学知识内容并不算多，考试也主要考察解题的技巧以及计算的熟练度。然而进入大学学习后，**一门课程的内容就会超过高中所有内容**，其中蕴含的思想十分丰富。

要想学好一门课程，光是学一些做题的技巧是远远不够的，必须深入体会大学知识其非平凡的地方，尽快发现其与初等数学的差距。比如，大学数学更加注重严谨性，对于很多概念都有十分严格的定义，例如实数的严格定义，学生可能感觉啰嗦，但是这是数学专业所必要的严谨和准确，如果不能体会这一点，那么很难在大学的数学学习中取得良好的效果。

## 具体的判断参考：数分与抽代

很多学生在进入大学后会发现，数学类的课程难度相较其他课程来说确实较大，就像很多人谈及高等数学就让他们回忆起当初被高数折磨的时光。

自然，也有部分数学专业的学生在学习高等数学（准确来说是数学分析，数学系的不学高等数学，高数的内容和数学分析基本一致，但对概念和证明的要求低很多）时感到十分的困难。

这其实是一个**危险的信号**，因为这有可能意味着你的确不大适合学习数学专业（虽然也只是有可能，很多人最后还是调整过来了），当然，出现这种现象的另一个常见原因是刚刚进入大学，有些学生没有适应大学的学习方式，若是这个原因的话，其出现问题的学科可能不止数学分析一科（但有可能最明显），这个问题也不是本文重点讨论的。

如果数学专业的学生对于数学分析感到十分吃力——注意不是感到**困难**，任何一门课程想要精通都不是容易的事情，但是感到吃力是**几乎无法弄懂课程讲授的内容**，**对于整体的知识结构都没有什么感知**，或者直白的说，**和没学的人也没啥两样**——就意味着你可能对于数学这一个学科都不大擅长。

其他专业的人可能被高数折磨，但是他们学完高数之后就不会接触数学有关的内容了；但是对数学专业的人来讲，数学分析是**最为基础和容易的课程**，之后的专业课有很多难度都远远大于数学分析，如果连这一科都十分吃力，请认真思考专业的合适性。

另一方面来说，数学分析一般不会成为数学专业学生的分水岭，但是**抽象代数**这一门课程却的的确确会让很多数学系的学生也头疼，这是一门高度抽象（内容如其名），对于思维要求极高同时又富有相当多技巧性的课程。

这门课程也算是对于数学专业的学生**一项能力测试**，这一门课**无法学到优秀**——不是仅能应付作业和考试的水平，而是比较深入的掌握整个课程所讲授的内容以及对于比较难的问题有解决的能力——那么和代数相关的基础数学方向基本上就不用考虑了，类似代数几何、代数数论、代数拓扑等方向都对于代数功底有着较高的要求。

## 实际的情况：逐步分流

数学专业的学习过程更像是一个逐步分流的过程，而且对大多数人来说，分流的依据一般不是自己的兴趣选择，而是逐步排除自己无法涉足（编者翻译：**学不会**）的方向。

这虽然有些残酷，但是对于绝大多数人来说，做适合自己能力的事情才是理智的选择，如果为了颜面强行选择一些难度很大的方向，那么只会让自己陷入更大的痛苦中。

前面提到，抽象代数会让很多人不再考虑代数方向的进一步研究，而基础研究另一个大的方向就是分析方向了，本科阶段分析类的课程一般都不少，例如数学分析，复分析，实分析，泛函分析，微分方程等基本都是必修课。同样类似抽象代数，这些课程也会对很多人排除掉分析这个方向。

至于几何，其对代数和分析的要求都很高，一般来说，这是最为优秀的学生才有能力去研究的方向。

而对于大部分人来说，往往经历了这些分流的洗礼得出的结论是**基础研究不适合自己**。这也并不奇怪，从事基础数学研究工作的人肯定是很少一部分人，而且数学研究有其特殊性，本身就不需要太多的人手，所以给大牛手下打杂的机会基本都没有。

虽然对于大多数人来说，他们没有机会从事基础研究，但是数学专业也不仅有基础数学方向，应用数学也有着广泛的空间，而这也是很多学生分流的方向，这一方向的很多问题都与就业息息相关，这一部分内容会在就业部分中具体阐述。

## 一点小建议

一个很多人关心的问题是，数学专业应当怎样学习，要不要做大量习题？

有关习题这一点，的确每学习一门课程都应当做适量的习题，数学类的课程不做习题是不可能学好的，同样，在自学一些书籍的时候也应当做一做书中的习题，以检验自己是否真正掌握了所阅读的内容。

此外，在做习题的时候有条件最好可以多人讨论，因为一个人做题很容易有些证明过程不够清楚的地方稀里糊涂就滑过去了，导致你以为自己做出了习题但是实际上并没有。

不过，这里也要指出，做题也不能太过局限于太窄的方向或者技巧性太强的题目，有的方向已经经历了漫长的发展，一些古典的内容已经不在现代研究中使用了，再去死磕这些方向的难题没有太大意义；同理，技巧性太强的题目往往人为设置了很大的障碍，这类题目所用到的方法一般也不会在研究中使用，并且做这样的题目也会耗费大量的时间。

……

另一个是心态的问题。

的确同龄人带来的压力是最大的，尤其是与你距离很近的同龄人，特别是和你同样一个专业的学生。

如果你恰巧进入了一个实力很强的数学学院，那么你确实可能感觉到同学带来的巨大压力，很多让你绞尽脑汁也想不出的问题他们可能轻松拿下，让你感叹人与人的差距如此之大（如北大疯人院顺口溜，人和人的差距比人和狗都大；清华也有类似的说法）。

这个问题其实很多专业都有，并且一个人遇到很多比自己优秀的人也算一件正常的事，没必要滋生嫉妒或者自卑的情绪。

一方面可以和这些同学多交流讨论，学习他们的优点（比如前面所说的和其他同学讨论题目，与厉害的人讨论会有更大收获，他们会更容易指出你的错误）；

同时也要放平心态，没有能力去做基础研究就转身投入应用的方向嘛。不要因为遇到学业压力就情绪崩溃，这样很难顺利完成学业，甚至因心态崩溃而退学。

# 前景：深造与就业

## 本科生毕业去向

数学系本科生的培养方案是按照培养专业科研人员的方式进行的，一般来说，直接就业并没有什么十分对口的工作岗位，数学系的学生如果想要直接进入工作岗位一般需要提前进行相关岗位的培训。

不过很多用人单位都欢迎数学系的学生前来工作，严密的逻辑思维能力和较强的学习吸收能力是用人单位看中的点，与之类似的还有物理学的学生。

很多学生还是会选择进一步深造，如果是跨专业读研则与直接就业类似，需要对新的领域有提前的准备，而如果继续在数学方向读研也是不错的选择，相比实验室类型的研究生，数学类的研究生沦为“苦力”的概率较小（这也是像生化环材这些专业的研究生要慎重选择的原因，如果运气不好可能会在研究生的几年时间都在做一些意义不大的体力劳动），在研究生期间有充分的时间锻炼个人的能力。

下面将学校大致分级后简述本科生的毕业去向。

### 全国顶尖的数学系

分类中包括清北、华五、国科大等科研教学实力都在全国一流的数学学院。这些院校的毕业生中，大多数都会选择继续深造，直接就业的比例一般在20%或更低，通常对应的也是提前规划好转行路径后就业的情况。

继续深造的学生一般分为国内读研和国外读研两种，如果打算出国深造，那么需要提前准备英语能力的考试（托福、雅思、GRE等）并最好在本科期间依托学校资源去国外做暑期研究，提前结识国外的教授。

在国内读研一般学校都会有比较多的推免（也就是保研）名额，大概成绩在前50%的学生都有机会获得，有的学校比例会更高一些。此外就是通过考研来读取研究生，一般来说如果没有获得推免资格或者想要深造的方向跨度太大就需要参加考研，考研的竞争比较激烈，需要提前至少一年开始准备，不过本科学校的优势会在考研面试中获得青睐。

* + 1. 顶尖水准之下的数学系

分类中包括大部分985及较为强势的211院校。这一类院校的毕业生中继续深造的比例仍然相对较高，通常可以过半。

但由于出国的难度显著提升，推研资格要求的成绩也更加严苛（部分院校甚至要求成绩前20%），加入考研大军是大部分毕业生的命运，此时提前规划好转行方向并做出准备就显得尤为重要。而若能在研究生阶段进入与上一类学校毕业生类似的院校与方向，后续出路便不会有太大差异。

## 所以数学这种基础学科专业的毕业生到底怎么就业？

对于数学专业的同学来说，这样的困惑可能会十分明显，因为在本科的课程学习中，很多人一方面感到课程的难度很大，另外一方面感到课程的内容似乎与实际没有多大联系，例如上文提到的抽象代数，群论或则伽罗瓦理论这些好像在实际中都没有什么用处。

这无疑会带给数学专业的学生很大的疑惑，即毕业后除了从事学术研究之外到底有没有别的出路，数学的学习到底会给我们带来什么。

一个自然的就业方向是从事数学方面的学术研究，这个过程大概是需要继续在数学专业深造，读完数学博士，然后开始在高校进行博士后的工作，进而做讲师等。

这一过程是相当艰辛且竞争激烈的，尤其是现如今高校的教职已经几乎饱和，而每年毕业的博士数量又日渐增长，在高校的生存压力是很大的。当然，能够有机会从事基础数学研究的人已经是极少数的了，大量的数学系的学生在本科的学习过后就已经无法在这一领域更进一步，大多数人需要考虑的是如何就业的问题。

客观来说，本科数学的培养模式的确是按照培养研究型人才来设计的，因此直接想要找到对口的工作是不大现实的，可能有少部分人会去从事中学数学的教育工作，不过这与所经受的数学高等教育也没有太大联系了。

当然了，很多人所从事的工作都和自己在学校的所学没有直接联系，比如去做公务员或则自主创业等，但这就与本文内容无关了。很多人还是希望自己在本科阶段甚至研究生阶段所学能够为自己的未来工作发挥作用，例如近年来大热的计算机或则金融学方向，一种流行的说法是数学专业的学生转行去这些领域十分吃香。

这种说法也有一定道理，的确有很多数学专业的学生在研究生阶段就转行了金融或则计算机，也取得了不错的成果，但是一定要明白的是，**转行不是一句话的事**，转行需要提前做好大量的准备，要在兼顾本专业学业的同时学习其它专业的内容，这也不是一件容易的事情，需要有很强的毅力和决心。

数学专业的学生具有什么优势？或者说，学习数学到底给我们带来了什么？这是一个更加重要的问题，否则，本科阶段选择数学专业就没有意义，原本任何专业都可以选，又何必要选择一个公认的难度很大的专业呢？

旁人对数学系的认知可能是，头脑十分聪明，逻辑思维强大，学习能力出色等。这些优点确实会让你在其它领域中也有出色表现，比如在算法设计和性能分析中，或则经济学模型的建立和推导中等。

但是，**这些优点不是你进入数学专业就自动获得的**，而是通过不断学习高难度的课程，在一遍一遍痛苦的历练中慢慢成长的。

有一些学生自感自己无法从事数学研究，便对于专业课程毫不用心，只求混一个毕业，那么这样的人是不会具有上述优点的。同时，又由于数学系的培养没有对口的工作，自身又没有优势，因而会在就业中感到十分的困扰（换句话讲，如果选了数学专业又没学明白，那么在就业上会相当吃亏）。

因此，数学系的学生即使不打算从事本专业的相关工作，也应当学好专业的课程，锻炼自己的思维能力，为自己将来的就业打下基础。

另外，如果你在数学专业学得相当优秀，但是你还是想从事应用的工作，这也是应当的，不必强求从事基础研究。

很多人都会流传一些数学专业的鄙视链，一般来说在顶端是基础数学中的代数几何方向，在底端的是应用方向。有的人可能觉得从事应用是数学专业失败的表现，其实这完全不对。

所谓的鄙视链只不过是一个玩笑话，千万不要当真，每个方向都有每个方向的价值，各个方向也没有高低贵贱之分。选择基础数学研究的目的是真正热爱科研，而不是为了站在鄙视链顶端瞧不起别人。同样，做应用也不是丢脸的选择，更不是失败的象征，选择适合自己的方向才是最正确的。

# 专业整体的文化氛围

数学专业是一个理论性特别强，对思维能力要求特别高的专业，其内容抽象程度高，要求十分严谨。

数学系的一些课程其他专业也会学习，但数学系学的会比其他专业慢很多，例如数学分析课程，物理系和电子系一般学习两个学期，而数学系的学生要学习至少三个学期，这是因为数学系要求掌握更加严谨的证明过程。

对于学生而言，学习数学肯定是一个比较辛苦的过程，不过，数学也是具有独特魅力的一门学科，学习数学的过程会产生独特的满足感，数学系的学生也是最愿意在课余交流讨论看似枯燥乏味的专业知识的人。

数学学习不拘泥时间地点，有一句形容数学家的名言“数学家每天都是星期天”，在数学的学习中，感到疲倦和劳累就应当及时休息（很多实验类的学科是做不到的，往往一个实验会持续到深夜），但这不意味着数学学习不需要辛苦和付出。

每天都是星期天，换言之每天也可以是工作日，工作也不限时间地点，可能是在吃饭时，在洗澡时，在散步时，很多数学上的灵感都诞生与这些“闲暇”的时间，但是这也正是因为在这些时间还在思考数学问题才会有灵感的诞生。

总之，数学不是一门容易的学科，如果你有天分，对数学有感觉，有热爱，数学专业是一个不错的选择。