



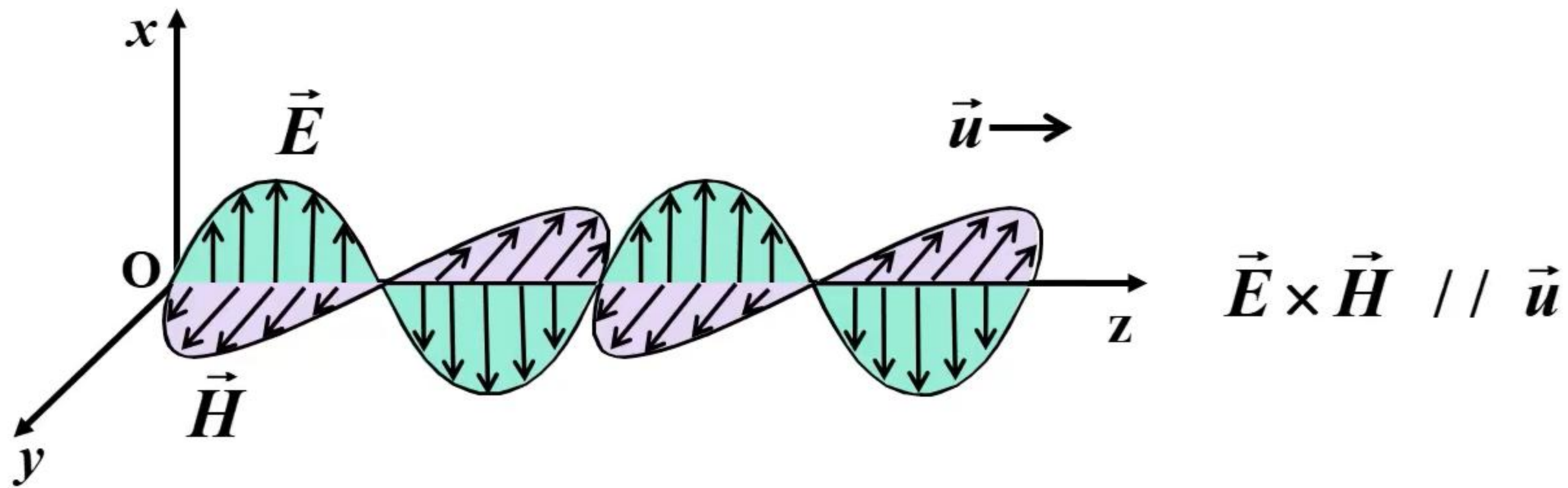
基于偏振图像的三维重建

Shape from Polarization

张凯龙 20250703

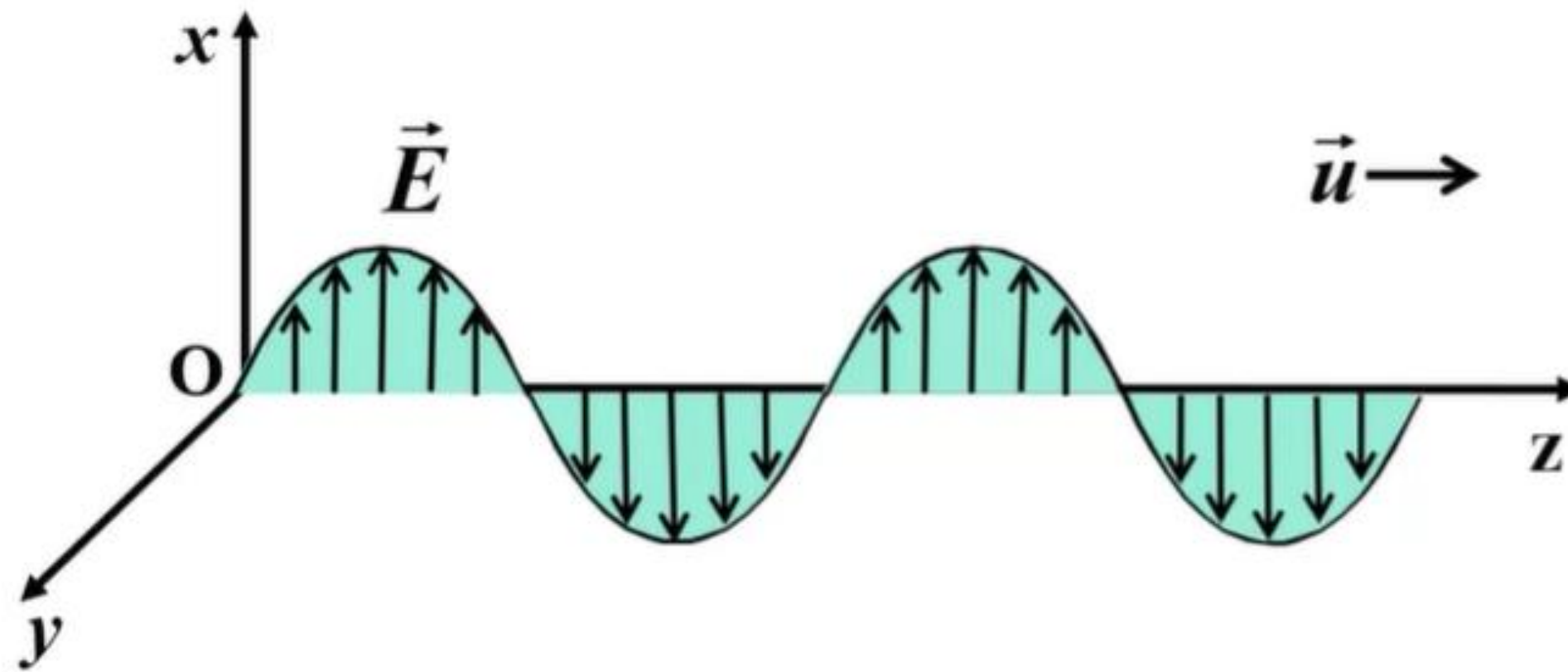
什么是偏振？

在本科的课程大学物理中我们学到，光作为一种电磁波，有 \vec{E} 和 \vec{H} 两个分量，且和同时与传播方向垂直，所以我们称光是横波。



什么是偏振？

而对于光学测量仪器以及肉眼来说，起更大作用的是 \mathbf{E} ，所以我们只会对 \mathbf{E} 进行研究。



什么是偏振？

根据光矢量振动方向可以分为

1. 自然光

其光波矢量的振动在垂直于光的传播方向上作无规则取向，但统计平均来说，在空间所有可能的方向上，光波矢量的分布可看作是机会均等的，它们的总和与光的传播方向是对称的，即光矢量具有轴对称性、均匀分布、各方向振动的振幅相同，这种光就称为自然光。

2. 完全偏振光

①线偏振光光矢量只沿着一个确定的方向振动，其大小随相位变化、方向不变，称为线偏振光

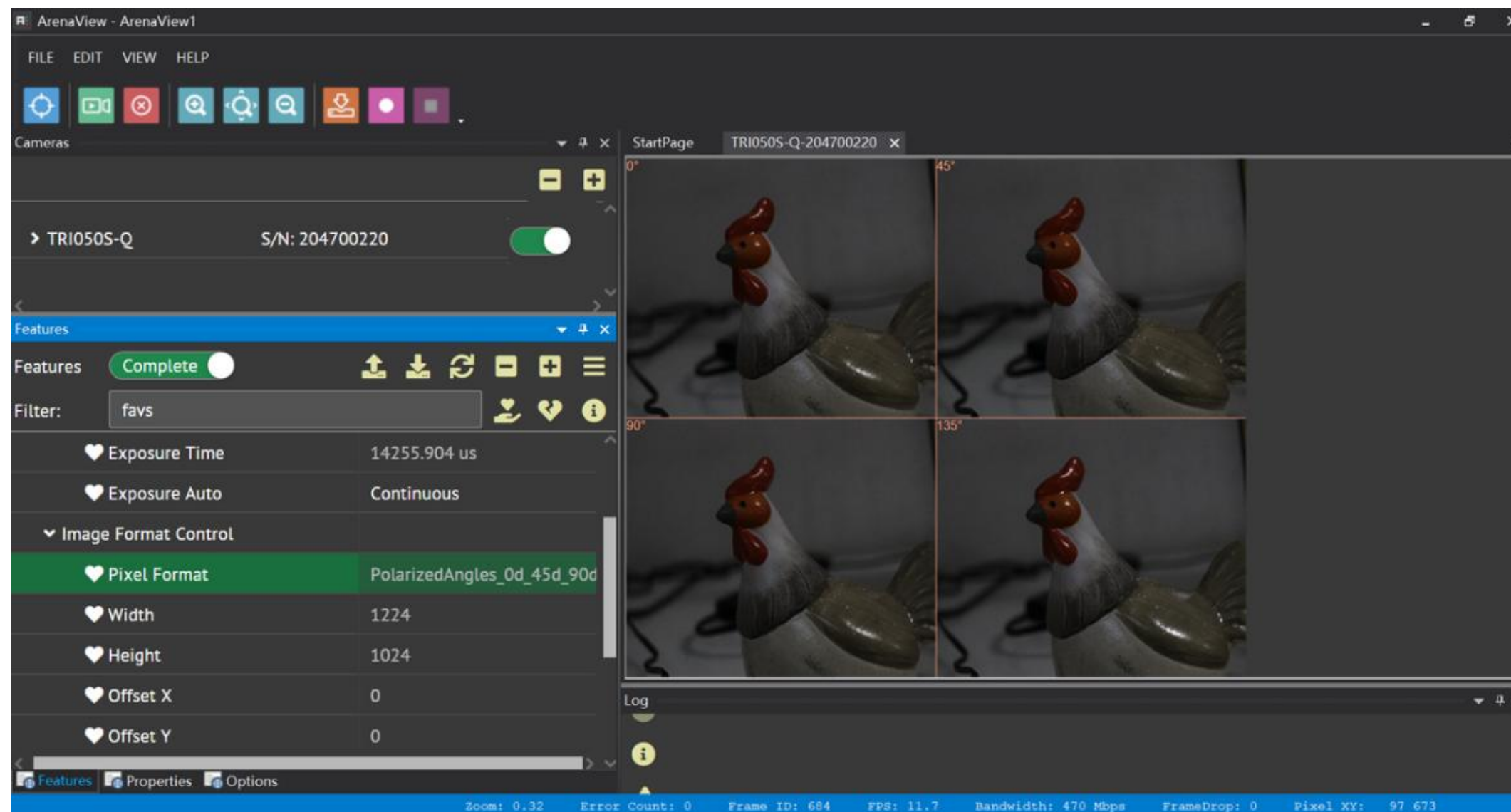
②圆偏振光光矢量不断旋转，其大小、方向随时间有规律的变化。

③椭圆偏振光光矢量不断旋转，其大小不变，但方向随时间有规律地变化

3. 部分偏振光自然光和完全偏振光的叠加。

什么是偏振三维重建 (Shape from Polarization) ?

光作为一种电磁波，有 E 和 H 两个分量，且和同时与传播方向垂直，所以我们称光是横波。横波的垂直振动属性（也称极化属性、偏振属性）并不能被人眼和RGB相机所直接感知，但是这种属性却可以很容易地通过偏振相机测量和观察到，且通过这些属性可以获得更多关于三维世界的信息，所以，偏振是解决三维重建的强大工具之一。



什么是偏振三维重建 (Shape from Polarization) ?

在光学领域，通常使用两种常见的方法来描述光的偏振状态。

第一种是Mueller-Stokes微分方程：使用Stokes向量表示光的偏振状态，偏振状态包含完全偏振、部分偏振、无偏振。所以光在传播过程中与其他光学元件的相互作用便可定义为原有的Stokes向量与Mueller矩阵相乘得到新的Stokes向量。

第二种是Jones微分矩阵：使用Jones向量和矩阵，直接与波的电场分量相关联。

由于Jones微分方程只能表示完全偏振的光，在渲染应用中会非常局限，所以绝大部分文献（包含本文）均会以Mueller-Stokes微分方程为基础进行展开介绍。

什么是偏振三维重建 (Shape from Polarization) ?

Stokes向量是一个四维向量，通过四个参数全面描述了光的偏振状态

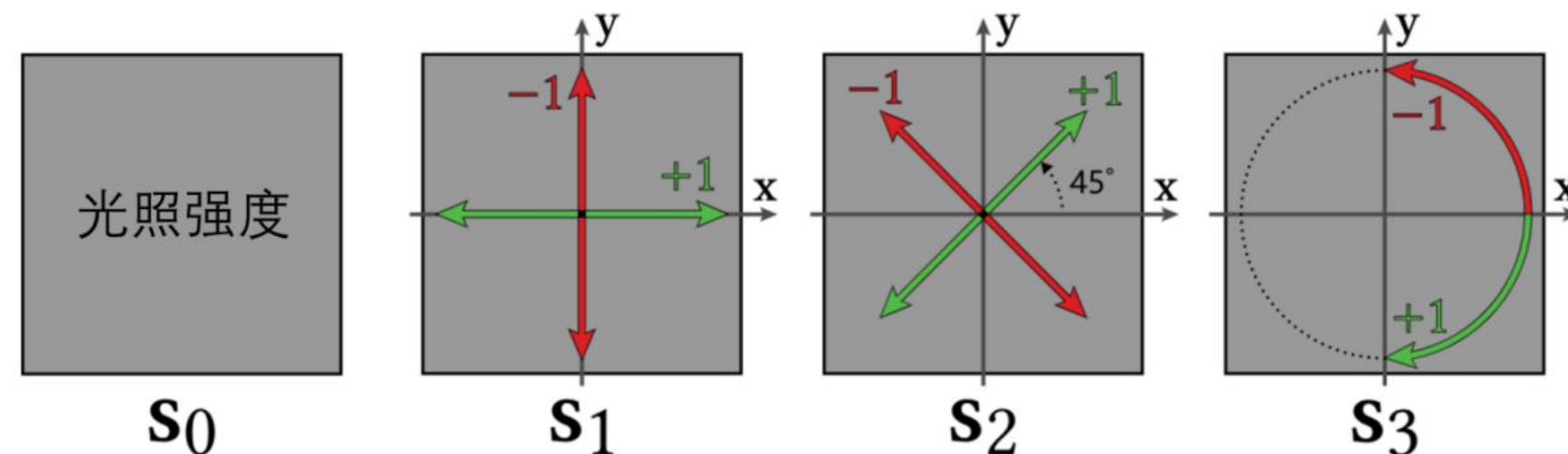
s_0 等同于通常在物理渲染中使用的辐亮度 (Radiance)。辐亮度的定义是指在给定方向上的单位投影面积上每单位时间、每单位立体角内传输的辐射能量。衡量了光的强度，但并不提供关于光的偏振状态的信息。

s_1 区分了水平和垂直线偏振，其中 $s_1 = \pm 1$ 表示完全水平或垂直偏振的光。

s_2 与 s_1 类似，用于区分在 $\pm 45^\circ$ 角度上的线偏振状态。

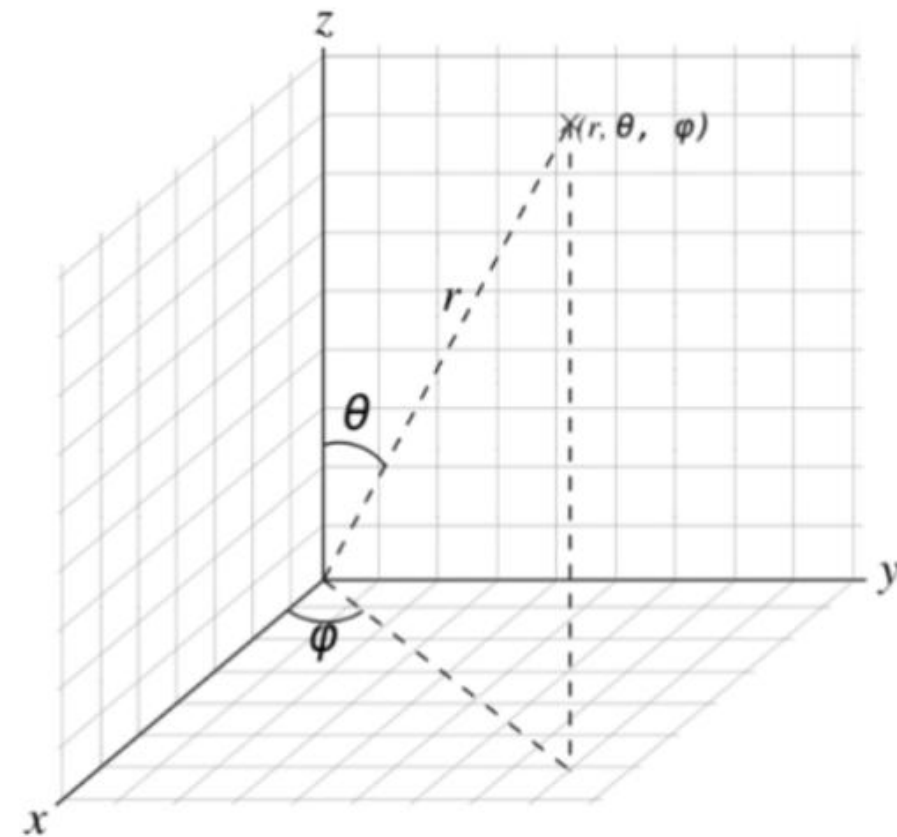
s_3 区分了右旋和左旋圆偏振，其中 $s_3 = \pm 1$ 分别表示完全右旋或左旋圆偏振的光。

物理上合理的Stokes向量需要满足 $s_0 \geq \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}$



什么是偏振三维重建 (Shape from Polarization) ?

恢复表面法线贴图是三维重建的基本任务。表面法线的方向是在相机坐标系（局部坐标系）中定义的，其中相机的观测方向是一个给定的向量。表面法线可以用极坐标表示，其中 θ 表示天顶角， ϕ 表示方位角，如图所示。天顶角是观测方向与表面法线之间的角度，而方位角是由观测方向和表面法线构成的平面的方向。（请回顾你的高等数学下）



什么是偏振三维重建 (Shape from Polarization) ?

法线 (Normal)，在几何学中，就是垂直于某一点处切平面的向量或直线。具体到表面，就是“垂直于表面切平面的一条线”。在三维物体的每一个表面点，都可以作一条这样的法线。

以你看到的这张兔子的伪彩色图为例，这是一张法线贴图 (normal map)，用颜色来编码每个点的法线方向：

红色 (R通道) 表示水平方向 (X轴) 的分量

绿色 (G通道) 表示竖直方向 (Y轴) 的分量

蓝色 (B通道) 表示朝向观察者的分量 (Z轴)

每个像素点的颜色，其实就代表了该点表面朝向的空间方向。

例如：偏粉色的区域表示法线更朝向右上方；偏蓝色的区域表示法线更朝向你（屏幕外）；偏绿色或红色的区域说明法线更多指向对应轴向。



$$\mathbf{n} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$$

什么是偏振三维重建 (Shape from Polarization) ?

要通过偏振的信息恢复表面法线贴图需要获取偏振图像中的三个重要的特性。

(1) 偏振度 (Degree of Polarization, DoP) 描述了光的偏振度, 是量化整体偏振状态的指标, 偏振度的值可以从0 (完全非偏振光) 到1 (完全偏振光) 变化。

$$\rho = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}{s_0}$$

(2) 线性偏振度 (Degree of Linear Polarization, DoLP), 是衡量光线线性偏振程度的指标, 专门量化光的线性偏振成分, 以此来忽略圆偏振的影响。

$$\rho = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}}{s_0}$$

(3) 线性偏振角度 (Angle of Linear Polarization, AoLP), 定义了线性偏振的方向相对于某个基准方向的偏转角度。

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan2(s_2, s_1)$$

注意: 由于圆偏振在实际情况中非常少, 所以我们经常忽略, 只考虑AoLP和DoLP

什么是偏振三维重建 (Shape from Polarization) ?

对于漫反射 (diffuse) 情况, 天顶角和方位角的计算公式 (其中 η 表示折射率) :

$$\theta = \cos^{-1} \sqrt{\frac{\eta^4(1 - \rho^2) + 2\eta^2(2\rho^2 + \rho - 1) + \rho^2 + 2\rho - 4\eta^3\rho\sqrt{1 - \rho^2} + 1}{(\rho + 1)^2(\eta^4 + 1) + 2\eta^2(3\rho^2 + 2\rho - 1)}}$$

$$\phi = \psi \quad \text{or} \quad \phi = \psi + \pi$$

对于镜面反射 (specular) 情况, 天顶角和方位角的计算公式:

$$\rho = \frac{2 \sin^2 \theta \cos \theta \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\eta^2 - (1 + \eta^2) \sin^2 \theta + 2 \sin^4 \theta}$$

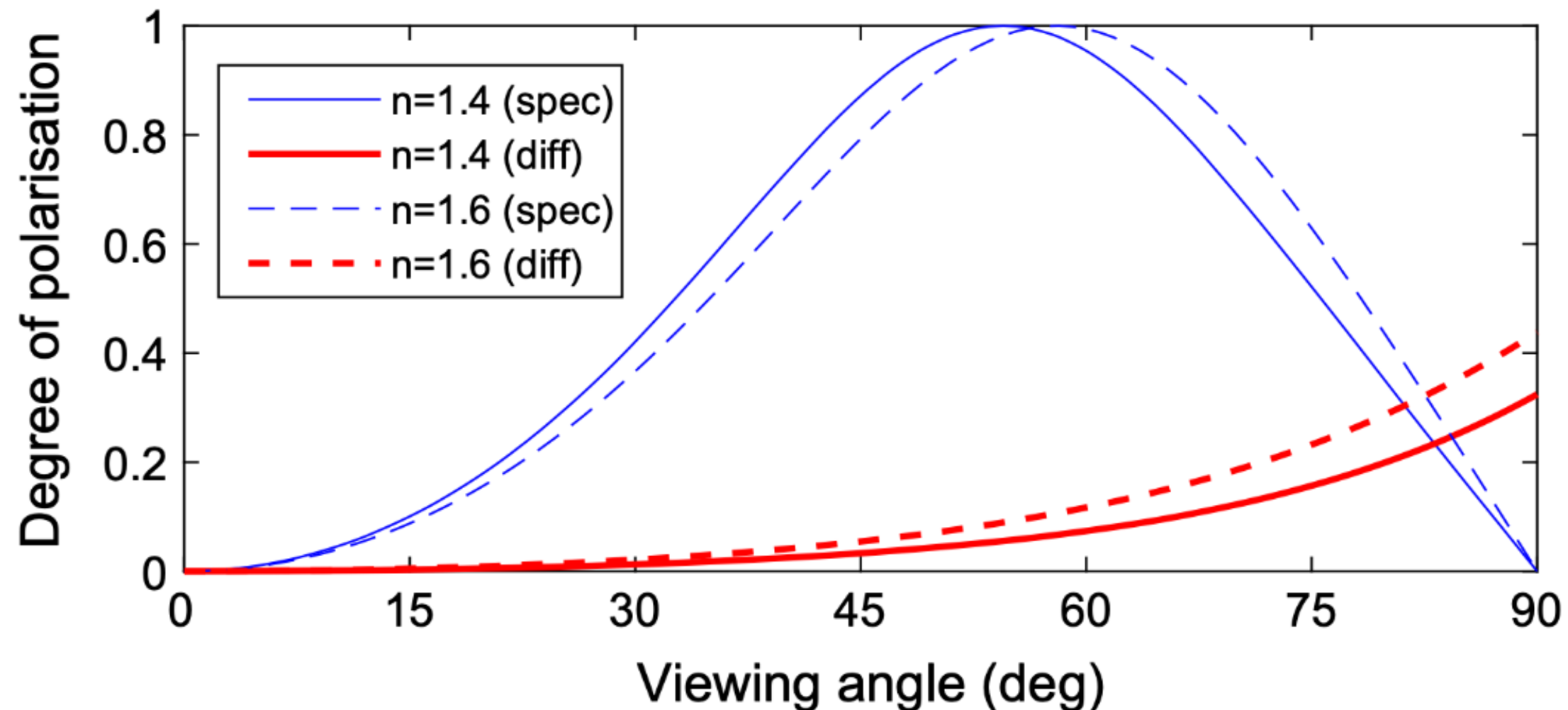
$$\phi = \psi \pm \frac{\pi}{2}$$

至此理论推导完毕, 并通过一系列公式阐述了天顶角和方位角与偏振信息的关系。

挑战

然而真实世界有诸多复杂情况，这也为偏振三维重建带来了一系列具有挑战性的问题：

1. 反射类型混合。应该如何区分反射是由漫反射主导还是镜面反射主导。
2. 偏振度的不确定性。在镜面反射中，偏振度 (ρ) 与天顶角 (θ) 的关系不是一比一映射，这意味着对于给定的偏振度，可能存在两个不同的天顶角值。



挑战

3. π 歧义。在偏振成像中，偏振角可能具有两个有效值，这两个值相差 π 。这种现象源于偏振光的本质：偏振光的方向以180度为周期重复（如下图公式所示，下图公式为特定偏振角度图像的一般公式）。因此，在物理上无法区分天顶角为 θ 和 $\theta + \pi$ 的情况。这种 π 歧义是偏振器的固有问题，可能会在使用偏振信息来确定物体的方向或表面结构时引发混淆。

$$I(\vartheta) = \frac{I_{\text{unpol}} + I_{\text{pol}}}{2} + \frac{I_{\text{pol}}}{2} \cos(2(\vartheta - \psi))$$

除此之外，未知的折射率，材料，照明条件等，都会影响从偏振图像中获取准确的信息。

总结

总体来说，偏振可以非常好的从物理角度出发进行三维场景的重建，但最大的问题就出现在前文所述的挑战中。现在的学术界的研究员也在利用各种方法解决前述问题，这也引申出了各种各样的基于SfP的论文。

推荐阅读论文：

Deep Shape from Polarization

https://www.ecva.net/papers/eccv_2020/papers_ECCV/papers/123690545.pdf

Deep Polarization Imaging for 3D Shape and SVBRDF Acquisition

<https://arxiv.org/pdf/2105.02875>

Multi-View Azimuth Stereo via Tangent Space Consistency

<https://arxiv.org/abs/2303.16447>

Shape from Polarization for Complex Scenes in the Wild

<https://arxiv.org/pdf/2112.11377>

小测试-1 代码编写

基础的SfP流程相信大家也已经掌握了，虽然我们目前无法直接从偏振图像中得到真值图像（GT），但如果我们已有法线贴图的GT和对应的偏振图像，我们能否验证前文的理论是否正确呢？

要求写一份测试程序，补全Shape_from_Polarization.py代码

输入：四个角度的偏振图像，对应的法线贴图，对应的遮罩（mask）

输出：AoLP和DoLP（png形式存储），AoLP和DoLP可视化，偏振理论推导出的法线图与GT法线图的误差，验证基础理论是否正确（提示在下一页）

小测试-1 代码编写

提示:

(1) 偏振相机可以得到四张偏振图像 I_0 , I_{45} , I_{90} , I_{135} , 通过以下公式可以得到 Stokes 向量

$$\begin{aligned} s_0 &= (I_0 + I_{45} + I_{90} + I_{135})/2, \\ s_1 &= I_0 - I_{90}, \\ s_2 &= I_{45} - I_{135}. \end{aligned}$$

注意: 由于 I 是彩色图像, 我们这里直接三通道取平均即可

(2) 偏振和法线贴图的关系是, 通过偏振图像可以得到多个法线贴图, 针对每个像素应该只有一个法线贴图是对的, 所以请先得到多个法线贴图, 然后选取与 GT 图像误差最小的点进行输出, 最后输出平均角度误差。

数据已整理好, `pol000` 代表 I_0 , `pol045` 代表 I_{45} 以此类推, `normal` 中是 GT normal, `mask` 是遮罩。

小测试-1 代码编写

输出要求:

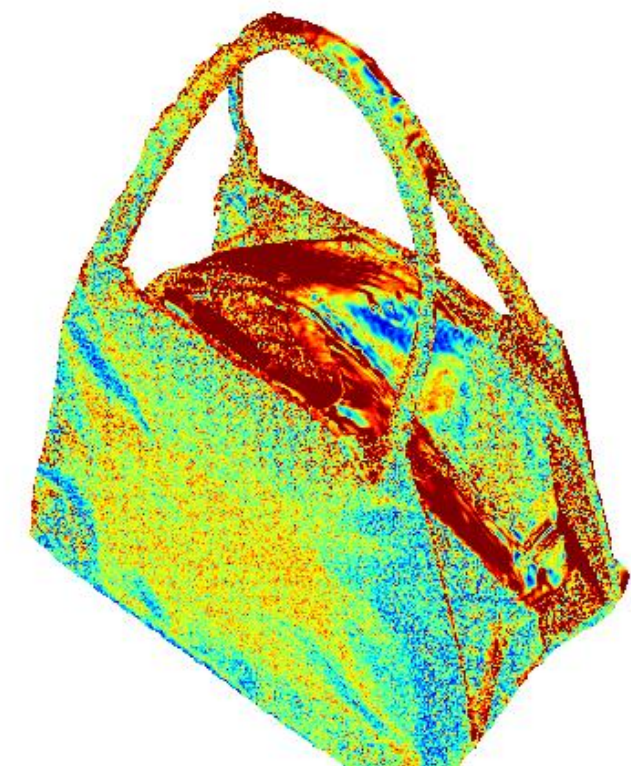
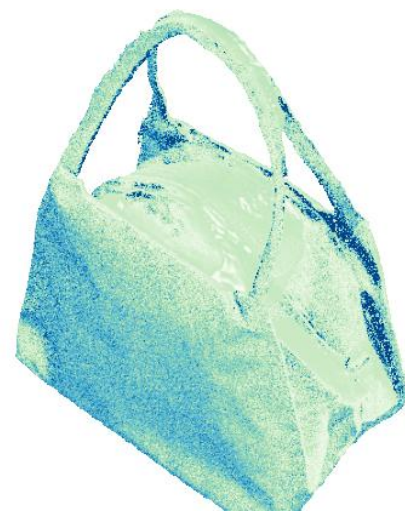
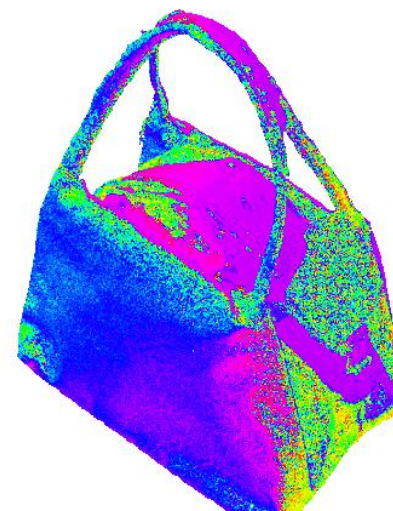
输出AoLP, DoLP的可视化（利用函数visualize_and_save），基于SfP的normal及其可视化，分别存在各自的文件夹中。由于输入图片有噪声影响，最终的MAE小于 25° 就在接受误差范围内。

📁 AoLP_visualize

📁 DoLP_visualize

📁 SfP_normal

📁 SfP_normal_error_visualize



小测试-2 环境部署

请阅读论文[Shape from Polarization for Complex Scenes in the Wild](#)

1. 请简要回答本篇文章对比DeepSfP的优势在哪里，作者提出了哪些新颖有用的想法？
2. 部署环境（Win / Linux 均可），要求跑通训练、推理、评估代码，填写如下表格。

| epochs | average mean_ae | average median_ae | average rmse_ae | average ae_11 | average ae_22 | average ae_30 | 输出结果截图 |
|--------|--------------------|----------------------|--------------------|------------------|------------------|------------------|--|
| 50 | <i>e.g. 33.47</i> | | | | | | average mean_ae: 33.477479910177564 average median_ae: 31.325472253492475 average rmse_ae: 37.89765266348148 average ae_11: 0.10233213791605704 average ae_22: 0.3311800531443314 average ae_30: 0.4896105841984863 |
| 100 | | | | | | | |
| 200 | | | | | | | average mean_ae: 26.232484661203078 average median_ae: 23.017759681159387 average rmse_ae: 30.90963150202226 average ae_11: 0.2090735121640583 average ae_22: 0.5269675055205961 average ae_30: 0.6771624971207831 |

测试提交要求

文件夹结构

姓名+学号+学院+年级.zip

test1

Shape_from_Polarization.py

utils.py

data

mask

normal

pol000

.....

output

AoLP_visualize

DoLP_visualize

SfP_normal

SfP_normal_error_visualize

测试提交要求

文件夹结构

姓名+学号+学院+年级.zip

test2

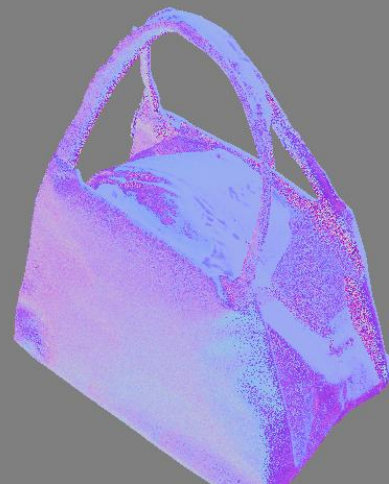
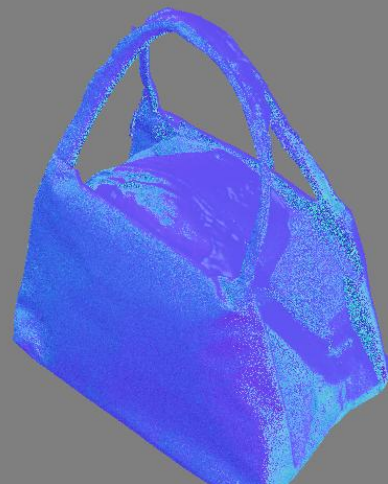
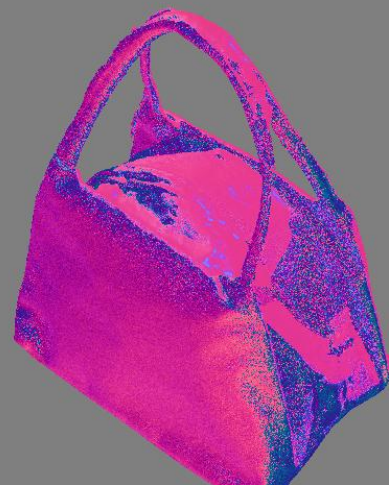
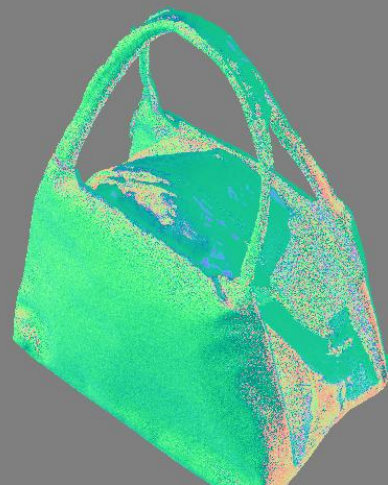
result.pptx(PPT要求第一页回答小测2的问题1， 第二页补全小测2的问题2)

题目： 偏振形状测试-姓名

请提交至zhangkailong@bupt.edu.cn

附录

Diffuse



Specular

