

Porównanie metod statystycznych w rankingu województw Polski według rozwoju kulturowego: techniki Hellwiga, SSW, MUZ i Strahla

Maja Fiszer 223354, Jakub Gilewski 223288,
Evnika Smirnova 223511, Dominik Uchman 231032

15 kwietnia 2025

1 Streszczenie

W ramach projektu polskie województwa zostały usystematyzowane w odniesieniu do poszczególnych poziomów rozwoju kulturowego na podstawie analiz statystycznych. Zostały oszacowane wartości takie jak liczba udostępnionych publicznych bibliotek i ich godziny otwarcia, liczba działalności kulturalnych w województwie, jak również liczba wszystkich imprez i wydarzeń, jakie są organizowane. Do klasyfikacji województw zastosowano cztery techniki statystyczne: technikę Hellwiga, metodę standaryzowanej sumy wartości (SSW), technikę MUZ oraz metodę Strahla.

Wszystkie cztery metody umożliwiły sporządzenie rankingu województw według poziomu rozwoju kulturowego. Porównanie wyników wykazało ogólną spójność klasyfikacji, choć zaobserwowano pewne różnice w pozycjach środkowych. Końcowe wnioski potwierdzają, że wybór metody wpływa na szczegółowy układ rankingu, jednak ogólny obraz zróżnicowania rozwoju kulturowego regionów pozostaje spójny.

Słowa kluczowe: analiza danych, statystyka opisowa, metody porządkowania liniowego, Hellwig, SSW, MUZ, Strahl, normalizacja danych, ranking regionalny, działalność kulturalna

2 Wprowadzenie

Rozwój kultury jest bardzo ważny dla osiągnięcia jakości naszego życia oraz tożsamości społecznej i regionalnej. Instytucje kulturalne, biblioteki, centra społecznościowe, muzea, teatry są podstawą życia kulturalnego i edukacyjnego w społeczeństwie. Ich dostępność wraz z ofertą programową i działaniami ma bezpośredni wpływ na poziom uczestnictwa obywateli w kulturze.

Celem tej pracy było uporządkowanie polskich województw według poziomu rozwoju kulturalnego, wykorzystując dostępne dane statystyczne. Pod uwagę wzięto wiele zmiennych opisujących infrastrukturę, działalność i ofertę instytucji kulturalnych w poszczególnych regionach. Metoda Hellwiga, metoda sumy wartości standaryzowanych (SSW), MUZ oparta na normalizacji danych oraz metoda Strahla to cztery sposoby uporządkowania województw. Porównanie uzyskanych w ten sposób wyników pozwoliło na wskazanie regionów o najwyższym i najniższym poziomie rozwoju kulturalnego, a także na ocenę spójności rankingów i wytypowanie najskuteczniejszą metody.

3 Przedmiot badania

3.1 Cel i zakres badania

Głównym celem badania było dokonanie oceny poziomu kultury w różnych regionach Polski i odpowiednie ich uporządkowanie. W tym celu wykorzystane są dane statystyczne opisujące działalność instytucji kultury, takich jak biblioteki publiczne, ośrodki kultury, domy kultury, muzea, teatry i inne centra kultury. Analizowano również liczbę wydarzeń i działań kulturalnych realizowanych przez wymienione instytucje.

3.2 Przegląd literatury

W naszym projekcie posilkowaliśmy się literaturą dotyczącą zarówno strony merytorycznej naszego tematu, jak i literaturą dotyczącą metod porządkowania liniowego.

Zastosowanie wielu metod w badaniu pozwala na uzyskanie bardziej uniwersalnych wyników, które mogą też być bardzo pomocne przy wyborze metody porządkowania liniowego do badań własnych. Taki wybór może być znaczący, ponieważ rzutuje on na ranking badanych obiektów. W pracy **O wyborze metody porządkowania liniowego do oceny gospodarki odpadami w Polsce w ujęciu**

przestrzennym Kukuła i Luty (2018) porównali wiele metod porządkowania liniowego, w tym te zastosowane w naszej pracy, ostatecznie zauważając ogólne podobieństwa w wyprodukowanych wynikach, ale także subtelne różnice.

W trakcie realizacji projektu korzystaliśmy z literatury dotyczącej metod porządkowania liniowego. Szczególnie przydatne były wspomniana wyżej praca Kukuły i Luty (2018), a także opracowanie **Gierusz i Pobłocka (2022) pt. Porządkowanie liniowe z wykorzystaniem wskaźników finansowych zakładów ubezpieczeń w Polsce**, gdzie autorzy wskazują na znaczenie dobrze dobranych wskaźników oraz ilustrują ich zastosowanie.

Duży nacisk położono również na dobór odpowiednich cech diagnostycznych – zgodnie z kryteriami zawartymi w pracy **Kukuły, Lidia Luty (2018) Problemy Rolnictwa Światowego**, powinny być one mierzalne, merytorycznie uzasadnione, zróżnicowane oraz o możliwie niskiej korelacji. W kontekście kultury wykorzystano zmienne opisujące zarówno infrastrukturę (np. powierzchnia bibliotek, liczba placówek), jak i aktywność instytucji (np. liczba wydarzeń, liczba uczestników).

Zastosowanie wielu metod w analizie pozwala na sprawdzenie stabilności pozycji województw w rankingach oraz porównanie wyników między metodami. W celu oceny podobieństwa rezultatów, w badaniach często wykorzystuje się współczynniki korelacji, o czym pisze **Bąk (2016) w pracy Porządkowanie liniowe obiektów metodą Hellwiga i TOPSIS – analiza porównawcza**. Takie podejście pozwala zwizualizować i zinterpretować różnice oraz podobieństwa między klasyfikacjami i planowane jest również w niniejszym projekcie.

Nie sposób nie wspomnieć również o pracy klasycznej dla tego obszaru – **Zastosowanie metody taksonomicznej do typologii gospodarstw rolnych autorstwa Hellwiga (1968)**, która położyła fundamenty pod rozwój metodyki porządkowania liniowego.

3.3 Zmienne wybrane do analizy

Analizę rozwoju kulturowego prowadzono na podstawie danych wtórnych Głównego Urzędu Statystycznego w Warszawie (tabele 1 i 2).

Województwo	Cechy diagnostyczne						
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
DOLNOŚLĄSKIE	32951,408	146,218	50,707	141382,712	1425594,335	929,402	92,385
KUJAWSKO-POMORSKIE	27937,375	158,818	44,589	122383,267	1311548,597	625,251	103,206
LUBELSKIE	38670,844	203,376	28,841	190931,603	1564039,681	774,222	108,401
LUBUSKIE	41940,678	182,560	54,358	133315,214	1396715,965	1118,951	75,896
ŁÓDZKIE	29970,117	150,263	34,709	161672,282	1766257,217	914,701	71,111
MAŁOPOLSKIE	28720,591	192,441	67,063	203419,028	1679293,976	964,536	121,587
MAZOWIECKIE	28365,511	150,258	19,599	203749,730	1573687,649	975,042	49,723
OPOLSKIE	39122,266	242,332	48,039	168350,539	2117536,537	1575,694	191,090
PODKARPACKIE	36127,201	244,729	41,512	247283,364	1571735,982	1244,401	161,222
PODLASKIE	35226,055	146,720	9,664	120766,636	1286179,297	727,452	142,327
POMORSKIE	23490,297	102,985	15,257	178496,930	1550401,556	720,046	116,970
ŚLĄSKIE	32057,600	150,227	17,361	164865,178	1614204,202	960,388	66,896
ŚWIĘTOKRZYSKIE	31198,973	141,207	11,125	120270,432	1313386,393	677,792	86,436
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	32698,780	179,688	75,852	128990,139	1659177,707	945,571	107,518
WIELKOPOLSKIE	31447,518	160,552	15,195	145351,307	1453434,233	771,509	77,122
ZACHODNIOPOMORSKIE	45556,386	169,753	11,644	126433,098	1424165,635	1278,971	183,235

Tabela 1 – Wartości cech diagnostycznych

Województwo	Cechy diagnostyczne							
	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15
DOLNOŚLĄSKIE	282,016	730,741	197,967	2208,199	587,996	19005,512	38,899	239,297
KUJAWSKO-POMORSKIE	260,521	470,441	52,605	2921,844	124,248	13507,014	28,557	208,417
LUBELSKIE	557,420	475,871	58,179	1087,492	269,511	16580,891	37,294	202,382
LUBUSKIE	453,324	709,729	47,179	1427,663	31,794	17639,638	34,871	229,739
ŁÓDZKIE	375,023	509,625	47,830	1907,285	341,584	13938,506	38,518	305,183
MAŁOPOLSKIE	421,328	707,073	468,564	4899,362	344,644	23829,393	49,276	357,181
MAZOWIECKIE	234,097	769,799	145,721	5800,350	853,638	14532,177	36,476	224,298
OPOLSKIE	463,314	629,851	46,972	1816,959	338,411	15911,736	30,959	265,818
PODKARPACKIE	719,223	571,034	139,018	2178,908	151,085	14645,602	31,858	251,004
PODLASKIE	491,996	502,539	70,285	2019,820	353,183	14893,430	36,900	276,748
POMORSKIE	231,398	401,344	48,738	3098,870	595,024	18715,698	47,466	270,812
ŚLĄSKIE	352,073	591,880	69,442	1474,724	703,451	14657,429	29,629	211,568
ŚWIĘTOKRZYSKIE	409,927	447,582	60,762	1677,364	681,215	14484,382	38,511	232,777
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	415,344	502,242	75,852	1978,040	293,834	21028,640	37,558	209,145
WIELKOPOLSKIE	308,202	562,505	49,026	2018,653	109,519	16094,175	37,844	253,156
ZACHODNIOPOMORSKIE	316,832	428,367	33,093	1570,065	229,198	17907,439	33,706	225,521

Tabela 2 – Wartości cech diagnostycznych, c.d.

Do analizy przyjęto następujące cechy diagnostyczne, z których wszystkie zostały potraktowane jako stymulanty:

1. (X1) Powierzchnia użytkowa bibliotek publicznych [m2] - większa powierzchnia może świadczyć o lepszych warunkach korzystania biblioteki
2. (X2) Biblioteki publiczne oferujące dostęp do katalogu on-line [ob.] - demonstuje stopień cyfryzacji i modernizacji każdej biblioteki. Rozwój katalogu online ułatwia dostęp do zasobów bibliotecznych dla użytkowników i może zwiększyć zainteresowanie ich zasobami.

3. (X3) Komputery dla użytkowników bibliotek publicznych z zainstalowanym programem do czytania książek elektronicznych - pokazuje dostępność do nowoczesnych technologii oraz poziom rozwoju e-kultury
4. (X4) Użytkownicy bibliotek publicznych - poziom zainteresowania użytkowników bibliotekami
5. (X5) Odwiedziny w bibliotekach publicznych
6. (X6) Godziny otwarcia bibliotek publicznych po godz. 16.00 - dłuższe godziny otwarcia zwiększają dostęp do kultury.
7. (X7) Centra, ośrodki kultury, domy kultury, kluby i świetlice - liczba tych instytucji odzwierciedla rozbudowanie sieci placówek kulturalnych w regionie.
8. (X8) Zajęcia prowadzone w formie grup artystycznych - w jakim stopniu instytucje kultury wspierają rozwój twórczości amatorskiej oraz zaangażowanie społeczności lokalnych.
9. (X9) Zajęcia prowadzone w formie kół/klubów/sekcji - wskazuje bogactwo oferty zajęć tematycznych dla różnych grup wiekowych i zainteresowań
10. (X10) Kursy prowadzone przez centra kultury i pokrewne instytucje - liczba kursów może świadczyć o jakości oferty edukacyjnej.
11. (X11) Lekcje muzealne i warsztaty prowadzone przez muzea - obrazują zaangażowanie muzeów i popularyzację wiedzy.
12. (X12) Lekcje teatralne i warsztaty prowadzone przez teatry i instytucje muzyczne - wskazują na edukacyjną rolę teatru i muzyki, a także dostępność tych form kultury dla różnych grup odbiorców.
13. (X13) Imprezy organizowane przez instytucje kultury - mierzą skalę aktywności wydarzeniowej i ofertę dla mieszkańców.
14. (X14) Liczba instytucji kultury (teatry, muzea, galerie, kina) - im więcej, tym większy potencjał rozwoju kulturalnego.
15. (X15) Wystawy zrealizowane przez muzea i galerie sztuki - pokazują aktywność wystawienniczą, która jest kluczowym elementem oferty wizualnej kultury i sztuki.

W celu zapewnienia większej rzetelności i porównywalności wyników, pierwszym etapem było przeliczenie wyżej opisanych danych **na 100 tysięcy mieszkańców** danego województwa. Umożliwiło to uwzględnienie różnic demograficznych pomiędzy regionami i pozwoliło na bardziej miarodajną analizę zjawiska.

3.4 Wstępna analiza danych

Wartości charakterystyk liczbowych cech diagnostycznych przedstawiono w tabelach 3 i 4.

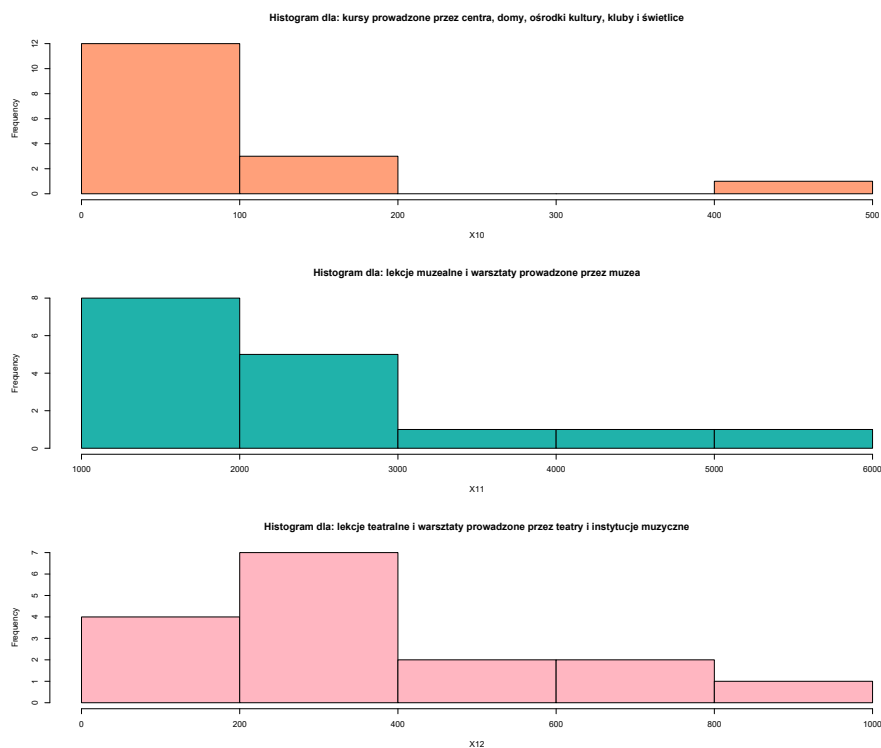
Charakterystyki liczbowe	Cechy diagnostyczne						
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
Średnia	33467,600	170,133	34,095	159853,841	1544209,935	950,246	109,695
Mediana	32378,190	159,685	31,775	153511,795	1557220,618	937,487	105,362
Minimum	23490,297	102,985	9,664	120270,432	1286179,297	625,251	49,723
Kwartył 1	29657,735	149,350	15,242	128350,879	1417303,218	760,495	76,816
Kwartył 2	32378,190	159,685	31,775	153511,795	1557220,618	937,487	105,362
Kwartył 3	36763,112	185,030	48,706	181605,598	1625447,578	1011,020	126,772
Maksimum	45556,386	244,729	75,852	247283,364	2117536,537	1575,694	191,090
Rozstęp	22066,089	141,744	66,188	127012,932	831357,239	950,444	141,367
Odchylenie standardowe	5716,335	36,966	21,190	37154,382	207989,848	253,284	41,599
Skośność	0,511	0,698	0,532	0,897	1,307	1,038	0,707
Wariancja	32676482,518	1366,503	449,027	1380448070,147	43259777021,584	64152,640	1730,489
Przedział międzykwartyłowy	7105,377	35,680	33,465	53254,719	208144,361	250,525	49,957
Współczynnik zmienności	0,171	0,217	0,622	0,232	0,135	0,267	0,379

Tabela 3 – Podstawowe charakterystyki przyjętych cech diagnostycznych

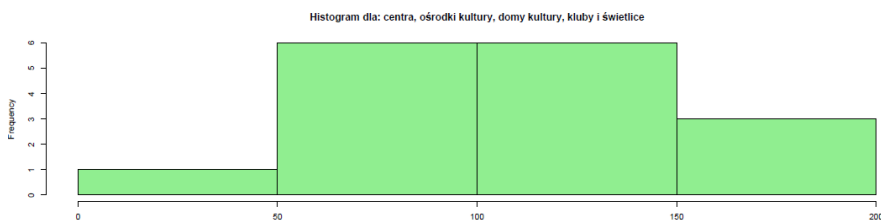
Charakterystyki liczbowe	Cechy diagnostyczne							
	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15
Średnia	393,252	563,164	100,702	2380,350	375,521	16710,729	36,770	247,690
Mediana	392,475	536,065	59,470	1998,346	339,998	16002,955	37,097	236,037
Minimum	231,398	401,344	33,093	1087,492	31,794	13507,014	28,557	202,382
Kwartył 1	301,656	474,513	48,511	1650,539	209,669	14617,246	33,244	221,115
Kwartył 2	392,475	536,065	59,470	1998,346	339,998	16002,955	37,097	236,037
Kwartył 3	455,821	649,156	91,643	2386,610	589,753	18109,503	38,513	267,067
Maksimum	719,223	769,799	468,564	5800,350	853,638	23829,393	49,276	357,181
Rozstęp	487,825	368,455	435,471	4712,858	821,844	10322,379	20,719	154,800
Odchylenie standardowe	129,009	116,187	108,013	1276,333	240,642	2844,540	5,615	40,892
Skośność	0,976	0,470	2,991	1,884	0,556	1,205	0,832	1,398
Wariancja	16643,326	13499,417	11666,864	1629025,689	57908,501	8091407,366	31,529	1672,117
Przedział międzykwartyłowy	154,166	174,643	43,132	736,071	380,084	3492,258	5,269	45,951
Współczynnik zmienności	0,328	0,206	1,073	0,536	0,641	0,170	0,153	0,165

Tabela 4 – Podstawowe charakterystyki przyjętych cech diagnostycznych, c.d.

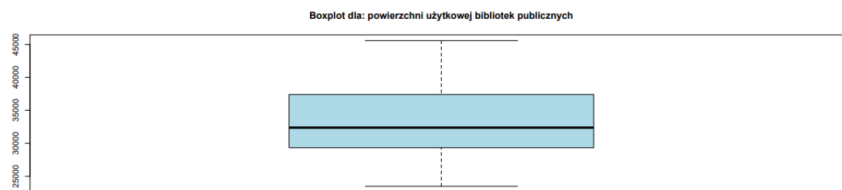
Poniżej przedstawiono wybrane wykresy ilustrujące dane początkowe.



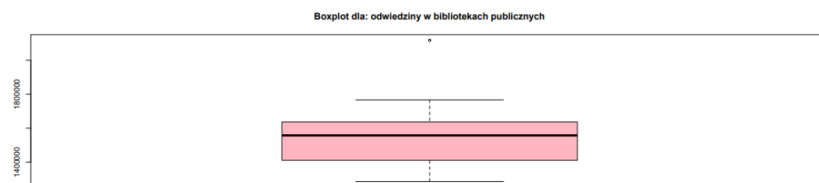
Jak można zauważyć po powyższych histogramach, liczba przeróżnych lekcji, warsztatów czy kursów prowadzonych przez ośrodki i instytucje kulturowe w większości województw jest w dolnym zakresie ilości.



Największa ilość bibliotek które oferują dostęp do katalogu on-line mieści się mniej więcej pośrodku zakresu wszystkich wartości



Najwięcej województw z łączną powierzchnią użytkową bibliotek publicznych mieści się mniej więcej pośrodku zakresu wszystkich wartości, z delikatnym skierowaniem w kierunku dolnej granicy.



Ilość odwiedzin w bibliotekach publicznych w każdym województwie poza jednym mieści się w dolnej połowie całego zakresu wszystkich wartości.

Braki danych

W naszym zbiorze danych pochodzącym z Głównego Urzędu Statystycznego posiadamy komplet, nie występują braki danych.

Obserwacje odstające

Obserwacje odstające metodą przedziału międzykwartylowego																							
Przedział międzykwartylowy	7205,776017	33,48011455	33,48480934	33374,71905	208144,8090	250,5249915	45,95681137	114,1403888	174,6249991	43,11245683	736,2702117	380,9838946	3481,373757	5,289088147	45,81144758								
Minimum	17,495135	105,56	1,66	1201,176,41	1,188,179,305	425,23	49,72	151,45	451,14	10,00	1,987,40	15,70	10,107,101	19,54	105,10								
Dolny próg	18999,17241	35,80112054	34,95778974	48468,80051	110308,676	384,7071179	1,890399129	70,42682561	211,5488917	18,10784592	546,433312	280,493087	3076,838988	25,3401561	151,1881284								
Główny próg	47421,17803	108,6000017	96,40075044	247497,6786	1377964,41	1386,107005	201,7071144	487,7702915	811,1208015	54,54709251	8490,718889	5118,178013	23407,89917	44,5410889	375,9929151								
Maksimum	45,158,39	244,75	73,85	247,183,33	2,117,538,54	1,375,40	173,09	719,22	769,80	465,54	5,800,35	853,64	13,829,39	49,25	357,18								
Czy są obserwacje odstające?	NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE								
Dane normalizowane po usunięciu obserwacji odstających																							
Region	procentowa powierzchnia bibliotek publicznych	procentowa powierzchnia bibliotek publicznych	komputery dla użytkownika bibliotek publicznych	użytkownicy bibliotek publicznych	odwiedziny w bibliotekach publicznych	główny obszar bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych	inne obszary bibliotek publicznych
	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców
	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców	liczba na 100 tys. mieszkańców
PODOLSKIE	29804,408	146,216	50,707	141385,719	1403094,012	825,405	35,385	281,014	735,74														
ŚWIĘTOKRZYSKI	27801,775	118,538	44,189	120181,307	1311586,897	625,611	103,106	200,511	475,441														
ŚLĄSKIE	28678,844	203,276	28,841	150811,603	1364019,881	718,222	108,461	387,422	475,873														
ŁÓDZKIE	42961,878	181,300	54,138	133112,114	1280173,901	1118,851	79,399	451,514	709,120														
MAŁOPOLSKIE	28970,117	150,249	34,709	154872,882	1768262,217	814,701	71,111	375,803	588,624														
MAZOWIECKIE	38712,591	181,461	61,811	130119,109	1675010,876	904,510	171,387	411,101	707,187														
WIELKOPOLSKIE	28988,511	159,119	19,899	203749,119	1577887,648	975,942	49,722	214,907	789,789														
KŚWIŃSKIE	39122,40	181,461	40,111	188115,119	1675010,876	904,510	171,387	411,101	707,187														
PODZKANSKIE	38117,381	146,216	41,812	247881,944	1571771,901	1184,401	151,077	451,514	709,120														
PODŁASKIE	31216,011	146,216	5,664	10745,610	1381171,217	727,451	142,217	451,514	709,120														
POZNANE	14891,282	101,899	11,812	179916,310	1301961,101	710,096	114,070	211,899	481,144														
ŚLĄSKIE	32012,802	181,217	17,811	14981,119	1814204,202	881,188	68,814	312,077	381,880														
MAZOWIECKIE	31198,871	141,897	11,181	130174,810	1311881,891	677,791	84,481	408,817	487,144														
WARMIAŃSKO-MAZURSKIE	17888,782	178,888	78,812	118911,119	1881171,707	841,171	107,118	411,144	381,242														
WIELKOPOLSKIE	18441,118	141,118	11,118	1411,118	1411,118	1411,118	1411,118	1411,118	1411,118														
ŁÓDZKOPOLSKIE	45551,388	189,719	11,644	14611,388	1411,388	1411,388	1411,388	1411,388	1411,388														

Tabela 5 – Łącznie zaobserwowano 13 odstających obserwacji, co stanowi 5,4% wszystkich 240 obserwacji.

Pomimo zaobserwowania kilku przypadków wartości odstających – szczególnie w województwie mazowieckim – postanowiono nie korygować tych wyników. Uznano, że nietypowe wyniki nie są spowodowane błędami pomiarowymi, lecz faktycznie odzwierciedlają rzeczywisty stan. Dlatego też odstępstwa, widoczne na histogramach, są naturalną cechą danych, a ich modyfikacja mogłaby wpłynąć na wiarygodność końcowego rankingu.

4 Opis metod

W ramach projektu wykorzystano cztery metody wielowymiarowej analizy porównawczej: metodę Hellwiga, metodę SSW, metodę MUZ oraz metodę Strahla. Wszystkie metody zostały wykorzystane w pracy **O wyborze metody porządkowania liniowego do oceny gospodarki odpadami w Polsce w ujęciu przestrzennym** autorstwa Kukuły i Luty (2018):

- **Metoda Hellwiga** [Hellwig, 1968] - metoda wzorcowa, która na podstawie danych tworzy wzorce. Dla każdej badanej pozycji liczona jest odległość euklidesowa od wzorca, a miejsce w rankingu uzyskujemy na podstawie zmiennej agregatywnej uwzględniającej tą odległość.

$$Q_i = 1 - \frac{d_i^+}{d_0} \quad z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j}, \quad d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_j)^2};$$

$$z_j^+ = \max_i \{z_{ij}\}; d_0 = \bar{d} + 2S_d$$

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^+; \quad S_d = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i^+ - \bar{d})^2}$$

Oznaczenia:

x_{ij} - wartość j - tej cechy dla i - tego obiektu

\bar{x}_j - średnia arytmetyczna j - tej cechy

s_j - odchylenie standardowe j - tej cechy

z_{ij} - unormowana wartość j - tej cechy dla i - tego obiektu

z_j^+ - wartość wzorcowa dla j - tej cechy

d_i^+ - odległość obiektu i od wzorca

\bar{d} - średnia odległość wszystkich obiektów od wzorca

S_d - odchylenie standardowe odległości od wzorca

Q_i - wartość cechy syntetycznej j dla i - tego obiektu

- **Metoda SSW** - metoda porządkowania liniowego, która polega na standaryzacji wartości cech przy użyciu wartości odchylenia standardowego i średniej arytmetycznej cech. Następnie obliczeniu średniej arytmetycznej

zestandaryzowanych wartości cech dla danego obiektu w celu otrzymania zmiennej syntetycznej.

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j} \quad Q_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_{ij}$$

Oznaczenia:

x_{ij} – wartość j – tej cechy dla i – tego obiektu

\bar{x}_j – średnia arytmetyczna j – tej cechy

s_j – odchylenie standardowe j – tej cechy

z_{ij} – unormowana wartość j – tej cechy dla i – tego obiektu

Q_i – wartość cechy syntetycznej dla i – tego obiektu

- **Metoda MUZ** - metoda porządkowania liniowego, która polega na znornalizowaniu wartości cech przy użyciu ich wartości minimalnych i maksymalnych. Następnie obliczeniu średniej arytmetycznej znornalizowanych wartości cech dla danego obiektu w celu otrzymania zmiennej syntetycznej.

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \min(x_{ij})}{\max(x_{ij}) - \min(x_{ij})} ; Q_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_{ij}$$

Oznaczenia:

x_{ij} – wartość j – tej cechy dla i – tego obiektu

z_{ij} – unormowana wartość j – tej cechy dla i – tego obiektu

Q_i – wartość cechy syntetycznej dla i – tego obiektu

- **Metoda Strahla** - metoda porządkowania liniowego, polegająca na normalizacji cech poprzez ich wartości maksymalne. Następnie obliczeniu średniej arytmetycznej znornalizowanych wartości cech dla danego obiektu w celu otrzymania zmiennej syntetycznej. Normalizacja zmiennych (przekształcenie ilorazowe) polega na podzieleniu wartości zmiennej na maksymalną wartość dla danej cechy.

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max(x_{ij})} ; Q_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_{ij}$$

Oznaczenia:

x_{ij} – wartość j – tej cechy dla i – tego obiektu

z_{ij} – unormowana wartość j – tej cechy dla i – tego obiektu

Q_i – wartość cechy syntetycznej dla i – tego obiektu

5 Rezultaty

Województwo	wynik Hellwig
MAŁOPOLSKIE	0,5313
OPOLSKIE	0,3652
PODKARPACKIE	0,3451
DOLNOŚLĄSKIE	0,2731
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	0,2567
MAZOWIECKIE	0,2274
LUBUSKIE	0,2243
ŁÓDZKIE	0,2194
LUBUSKIE	0,2146
ZACHODNIOPOMORSKIE	0,1752
PODLASKIE	0,165
POMORSKIE	0,1569
ŚLĄSKIE	0,1551
WIELKOPOLSKIE	0,1445
ŚWIĘTOKRZYSKIE	0,1032
KUJAWSKO-POMORSKIE	0,0407

Województwo	wynik SSW
MAŁOPOLSKIE	1,1739
OPOLSKIE	0,6775
PODKARPACKIE	0,5372
MAZOWIECKIE	0,1402
DOLNOŚLĄSKIE	0,1127
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	0,0816
LUBUSKIE	-0,0126
LUBUSKIE	-0,0413
ZACHODNIOPOMORSKIE	-0,1103
ŁÓDZKIE	-0,1288
POMORSKIE	-0,2088
PODLASKIE	-0,279
ŚLĄSKIE	-0,3118
WIELKOPOLSKIE	-0,4163
ŚWIĘTOKRZYSKIE	-0,4951
KUJAWSKO-POMORSKIE	-0,7191

Tabela 6 – Rankingi według metodologii Hellwiga i SSW

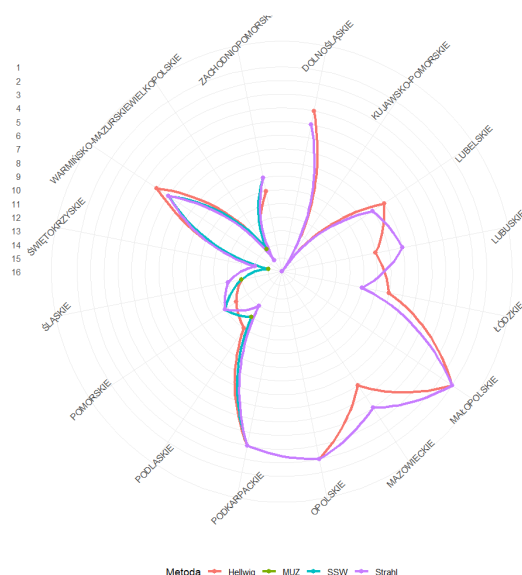
Województwo	wynik MUZ
MAŁOPOLSKIE	0,6758
OPOLSKIE	0,5376
PODKARPACKIE	0,5001
MAZOWIECKIE	0,3975
DOLNOŚLĄSKIE	0,3914
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	0,379
LUBUSKIE	0,3528
LUBELSKIE	0,339
ZACHODNIOPOMORSKIE	0,3175
ŁÓDZKIE	0,315
POMORSKIE	0,2962
PODLASKIE	0,2738
ŚLĄSKIE	0,2685
WIELKOPOLSKIE	0,2365
ŚWIĘTOKRZYSKIE	0,2154
KUJAWSKO-POMORSKIE	0,1588

Województwo	wynik Strahl
MAŁOPOLSKIE	0,7945
OPOLSKIE	0,6984
PODKARPACKIE	0,6847
MAZOWIECKIE	0,637
DOLNOŚLĄSKIE	0,6265
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	0,6151
LUBUSKIE	0,5811
LUBELSKIE	0,578
ZACHODNIOPOMORSKIE	0,565
ŁÓDZKIE	0,5604
POMORSKIE	0,5564
ŚLĄSKIE	0,5486
PODLASKIE	0,5467
ŚWIĘTOKRZYSKIE	0,5205
WIELKOPOLSKIE	0,5071
KUJAWSKO-POMORSKIE	0,4911

Tabela 7 – Rankingi według metodologii MUZ i Strahla

Wyniki uzyskane za pomocą poszczególnych metod porządkowania liniowego okazały się bardzo zbliżone. Zarówno pierwsze trzy miejsca, jak i ostatnie należą we wszystkich rankingach do tych samych województw, co świadczy o spójności zastosowanych metod. Co więcej, w przypadku metod SSW oraz MUZ uzyskano identyczną kolejność województw w rankingu, co dodatkowo potwierdza ich wysoką zgodność i stabilność klasyfikacyjną.

Dla uzupełnienia analizy zdecydowano się zastosować **metodę sumy rang**, polegającą na agregacji pozycji uzyskanych przez każde województwo w ramach wszystkich zastosowanych metod porządkowania liniowego. Na tej podstawie utworzono ranking uśredniony, który miał na celu wskazanie ogólnej pozycji poszczególnych jednostek. Co warto odnotowania, wynik tego podejścia nie był zaskakujący — końcowa kolejność województw była identyczna jak w rankingach uzyskanych metodami SSW oraz MUZ. Potwierdza to wysoką zbieżność tych dwóch metod i ich przydatność w analizie danych statystycznych w badanym zakresie.



Rysunek 1 – Rangi województw według czterech metod porządkowania liniowego.

Kolejnym etapem analizy był wybór najbardziej reprezentatywnej metody porządkowania liniowego. W tym celu przeprowadzono porównanie metod na podstawie macierzy współczynników korelacji rang Spearmana. Macierz ta pozwoliła ocenić stopień zgodności między rankingami poszczególnych metod.

Na jej podstawie wyznaczono następnie wektor miar podobieństwa, wskazujący, która z metod wykazywała najwyższą zgodność z pozostałymi i tym samym mogła zostać uznana za najbardziej reprezentatywną.

Hellwig	SSW	MUZ	Strahl
1,0000000	0,9735294	0,9735294	0,9647059
	1,0000000	1,0000000	0,9941177
		1,0000000	0,9941177
			1,0000000

Tabela 8 – Macierz korelacji rang Spearmana

Hellwig	SSW	MUZ	Strahl
0,9705882	0,9892157	0,9892157	0,9843137

Tabela 9 – Wektor miar podobieństwa

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń stwierdzono, że najwyższą zgodność z pozostałymi metodami wykazują metody SSW oraz MUZ. Z tego względu dalsza analiza zostanie przeprowadzona z wykorzystaniem rankingu wyznaczonego za pomocą tych właśnie metod.

W kolejnym kroku województwa zostaną podzielone na cztery grupy w zależności od uzyskanych wyników rankingowych, przy zastosowaniu przedziałów kwartylowych. Podział będzie oparty na następujących kryteriach:

- **Grupa I – bardzo wysoki poziom:**

$$Q_i \geq Q_{\max} - 0,25 \cdot (Q_{\max} - Q_{\min})$$

- **Grupa II – wysoki poziom:**

$$Q_{\max} - 0,25 \cdot (Q_{\max} - Q_{\min}) > Q_i \geq Q_{\max} - 0,50 \cdot (Q_{\max} - Q_{\min})$$

- **Grupa III – średni poziom:**

$$Q_{\max} - 0,50 \cdot (Q_{\max} - Q_{\min}) > Q_i \geq Q_{\max} - 0,75 \cdot (Q_{\max} - Q_{\min})$$

- **Grupa IV – niski poziom:**

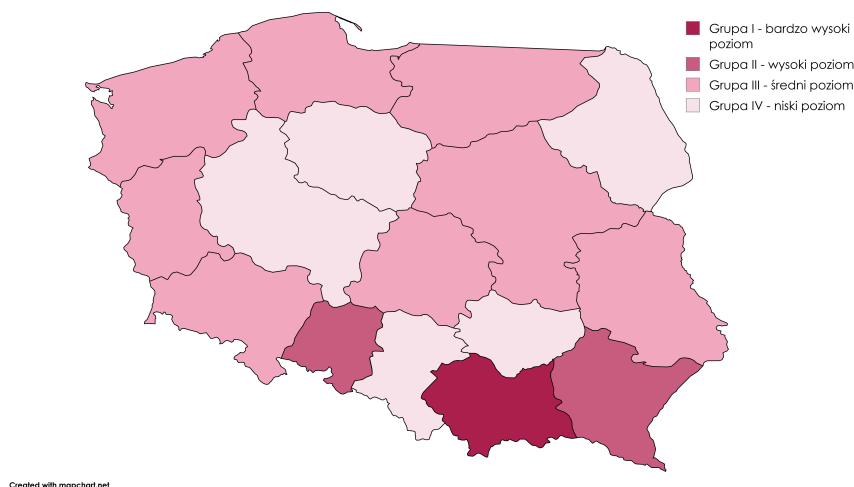
$$Q_i < Q_{\max} - 0,75 \cdot (Q_{\max} - Q_{\min})$$

gdzie:

- Q_i – wartość wskaźnika dla i -tego województwa,
- Q_{\max} – maksymalna wartość wskaźnika,
- Q_{\min} – minimalna wartość wskaźnika.

Województwo	Q_i	Grupa
MAŁOPOLSKIE	1,1739	I
OPOLSKIE	0,6775	II
PODKARPACKIE	0,5372	II
MAZOWIECKIE	0,1402	III
DOLNOŚLĄSKIE	0,1127	III
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	0,0816	III
LUBUSKIE	-0,0126	III
LUBELSKIE	-0,0413	III
ZACHODNIOPOMORSKIE	-0,1103	III
ŁÓDZKIE	-0,1288	III
POMORSKIE	-0,2088	III
PODLASKIE	-0,279	IV
ŚLĄSKIE	-0,3118	IV
WIELKOPOLSKIE	-0,4163	IV
ŚWIĘTOKRZYSKIE	-0,4951	IV
KUJAWSKO-POMORSKIE	-0,7191	IV

Tabela 10 – Ranking województw ze względu na wartości cechy syntetycznej wyznaczonej metodą SSW z podziałem na grupy



Rysunek 2 – Przestrzenne zróżnicowanie województw ze względu na poziom rozwoju kultury w 2023 roku

Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że województwem o najwyższym poziomie rozwoju kultury w 2023 roku była małopolska. Wysokie pozycje rankingowe tego regionu wynikały przede wszystkim z bardzo dobrze rozwiniętej oferty kulturalno-edukacyjnej, w tym największej liczby lekcji muzealnych, wydarzeń kulturalnych oraz dużej aktywności instytucji kultury.

Z kolei najniższe pozycje w rankingach zajęły województwa: kujawsko-pomorskie, świętokrzyskie oraz wielkopolskie. Ich niska lokata wynikała m.in. z niewielkiej liczby zajęć artystycznych, kursów, wydarzeń kulturalnych oraz ograniczonego dostępu do infrastruktury wspierającej rozwój kultury.

W ramach pogłębionej analizy porównano wartości poszczególnych cech, co pozwoliło wskazać, które z nich miały największy wpływ na pozycję regionów w rankingu końcowym. Szczególnie istotne okazały się wskaźniki związane z edukacją kulturalną i dostępnością oferty instytucji kultury.

6 Podsumowanie

Celem pracy było przeprowadzenie analizy porównawczej metod statystycznych służących do oceny rozwoju kulturalnego województw w Polsce. Zastosowane techniki, takie jak technika Hellwiga, metoda SSW, MUZ oraz metoda Strahla, miały na celu uporządkowanie województw według poziomu aktywności kulturalnej w oparciu o dostępne dane.

Wyniki wskazują, że cel pracy został w pełni zrealizowany, ponieważ udało się uzyskać spójny obraz rozwoju kulturalnego poszczególnych regionów. Metody SSW i MUZ dały niemal identyczne wyniki, potwierdzając wysoką trafność obu podejść. Pozostałe metody (Hellwiga i Strahla) również wykazały podobne rezultaty, choć z pewnymi różnicami w środkowych pozycjach.

Dzięki zastosowaniu różnych metod udało się uzyskać pełniejszy obraz sytuacji. Najwyższą pozycję w rankingu zajęło województwo małopolskie, co potwierdza jego wysoki poziom aktywności kulturalnej. Z kolei województwo kujawsko-pomorskie zostało sklasyfikowane na najniższym poziomie, co wskazuje na konieczność poprawy w tym zakresie.

Analiza współczynnika korelacji rang Spearmana wykazała dużą zgodność wyników, co pozwala uznać wybrane metody za odpowiednie narzędzia do oceny rozwoju kulturalnego. Dodatkowo, badania Kukuły i Luty (2018) pokazały, że metoda MUZ jest jedną z najbardziej spójnych i trafnych, co potwierdziło się również w tej pracy.

Na podstawie uzyskanych wyników, podzielono województwa na cztery grupy, co umożliwiło wyraźne wskazanie regionalnych różnic w poziomie działalności kulturalnej. Podział ten, oparty na kwartylach, stanowi pomocne narzędzie do dalszej analizy i oceny polityk kulturalnych w Polsce.

Podsumowując, realizacja celu pracy została skutecznie osiągnięta poprzez przeprowadzenie kompleksowej analizy porównawczej metod oceny rozwoju kulturalnego województw, a wyniki wskazują na istotne regionalne różnice w poziomie działalności kulturalnej.

7 Załączniki

Poniżej przedstawiono załączniki zawierające pliki z obliczeniami oraz danymi, na których oparta została przeprowadzona analiza:

1. **Analiza danych.xlsx** – plik programu Excel zawierający komplet danych wtórnych, przekształcenia poprzez przeliczenie na liczbę mieszkańców (normalizację), statystyki opisowe, identyfikację obserwacji odstających, sumowanie rang oraz grupowanie województw.
2. **obliczenia.R** – skrypt w języku R obejmujący obliczenia wskaźników dla wszystkich czterech metod porządkowania liniowego, przygotowanie wykresu radarowego, obliczanie macierzy odległości, wyznaczanie wektora miar podobieństwa oraz identyfikację metody najbardziej zbliżonej z pozostałymi.

3. **wykresy.R** – skrypt R generujący histogramy oraz wykresy pudełkowe (boxploty) dla wszystkich cech diagnostycznych.
4. **dane.xlsx** – baza danych w formacie umożliwiającym bezpośredni odczyt i analizę w środowisku R.

8 Bibliografia

- Kukuła K., Luty L. (2018). O wyborze metody porządkowania liniowego do oceny gospodarki odpadami w Polsce w ujęciu przestrzennym. *Problemy Rolnictwa Światowego*, 18(2), 183–192; DOI: 10.22630/PRS.2018.18.2.46
- Bąk, A. (2016). Porządkowanie liniowe obiektów metodą Hellwiga i TOPSIS – analiza porównawcza. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 426, 22-3.
- Hellwig, Z. (1968). Zastosowanie metody taksonomicznej do typologii gospodarstw rolnych. *Roczniki Nauk Rolniczych. Przegląd Statystyczny*, 4, 307-327
- Gierusz, A., & Pobłocka, A. (2022). Porządkowanie liniowe z wykorzystaniem wskaźników finansowych zakładów ubezpieczeń w Polsce. *Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu*