MA4402 Simulación Estocástica
Monte-Carlo for chance constraint: Multidisciplinary design optimization

Profesor: Joaquín Fontbona, Auxiliares: Pablo Araya, Bruno Hernández
Alumnos: Juan Cuevas, Manuel Torres

Resumen: Estudiaremos problemas de optimización del siguiente estilo:

$$\begin{array}{rl} \text{mín} & -x_2 \\ \text{s.a.} & h_1(x,\xi,u,v) = \xi_2 x_1 + 2x_2 - u + v = 0 \\ & h_2(x,\xi,u,v) = 3x_1 - u - v = 0 \\ & \mathbb{P}\left(-\xi_1 + u(x,\xi) - \frac{1}{2}(\xi_2+1)x_1 \leq 0\right) \geq \alpha \\ & \mathbb{P}\left(-v(x,\xi) \leq 0\right) \geq \alpha \\ & x_1, x_2 \geq 0, \end{array} \tag{1}$$

donde h_1, h_2 son ecuaciones modeladas por diferentes disciplinas y $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ corresponde a una distribución Gaussiana multivariada tal que $\mathbb{E}(\xi) = (1,1)$ y $\mathbb{V}\text{ar}(\xi) = I$ (la matriz identidad). Las cantidades $u(x,\xi)$ y $v(x,\xi)$ son llamadas variables de estados. El nivel de probabilidad es $\alpha = 0.9987$. El objetivo es obtener un óptimo implementando los métodos de Monte-Carlo para trabajar las restricciones probabilísticas.

El objetivo de nuestro proyecto es estudiar la teoría de los problemas de optimización de la forma 1, presentar una motivación con ejemplos extraídos de distintos problemas de ingeniería, verificar la técnica presentada en [1] y [2] e implementar métodos de Monte-Carlo para dar la solución a uno de los problemas.

Ejemplo. En [1] muestran como considerando el problema de optimización lineal determinista

$$\begin{array}{rl} \underset{x\geq 0}{\text{máx}} & x_2, \\ \text{s.a.} & x_1 + x_2 \leq 1, \\ & x_1 - x_2 \geq 0. \end{array}$$

Es posible enunciar el problema lineal previo como un problema de la forma 1, esto es planteando las funciones h_1, h_2 adecuadas. Sean $c = (c_1, c_2)$, $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2 \sim \mathcal{N}(1.0; 0.1)$ variables aleatorias independientes, además definimos u, v, h_1, h_2 tales que

$$\begin{aligned} h_1(x,c,u,v) &\equiv c_2 x_1 + 2x_2 - u + v = 0, \\ h_2(x,c,u,v) &\equiv 3x_1 - u - v = 0, \end{aligned}$$

luego la variante probabilística queda

$$\begin{array}{rl} \underset{x\geq 0}{\text{máx}} & x_2 \\ \text{s.a.} & \mathbb{P}\left(\tilde{c}_1 - u(x,\tilde{c}) + \frac{1}{2}(\tilde{c}_2+1)x_1 \leq 0\right) \leq \alpha_1, \\ & \mathbb{P}(v(x,\tilde{c}) \leq 0) \leq \alpha_2 \end{array}$$

REFERENCIAS

[1] Chiralaksanakul, A., & Mahadevan, S. (2007). Decoupled approach to multidisciplinary design optimization under uncertainty. Optimization and Engineering, 8(1).
[2] Cools, R. Advances in multidimensional integration. Journal of computational and applied mathematics 149, 1 (2002).