

Flujos Normalizantes y Autorregresivos

C. Palma, A. Wortsman

MA4402-1 Simulación Estocástica: Teoría y Laboratorio

Los Flujos Normalizantes (*Normalizing Flows*, en inglés) [1] son una forma de construir densidades de probabilidad bastante flexibles sobre variables aleatorias continuas. En concreto, dadas una variable aleatoria $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ y \mathbf{x} una variable aleatoria "simple", buscamos encontrar una transformación $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ tal que:

$$T(\mathbf{x}) \sim p_{\mathbf{y}}, \quad \mathbf{x} \sim p_{\mathbf{x}}$$

Se pide que T sea una transformación biyectiva, diferenciable y con inversa diferenciable. Luego podemos componer este tipo de transformaciones en $T = T_k \circ \dots \circ T_1$, sin perder estas propiedades, para representar modelos más complejos. De acá viene el nombre de "flujos".

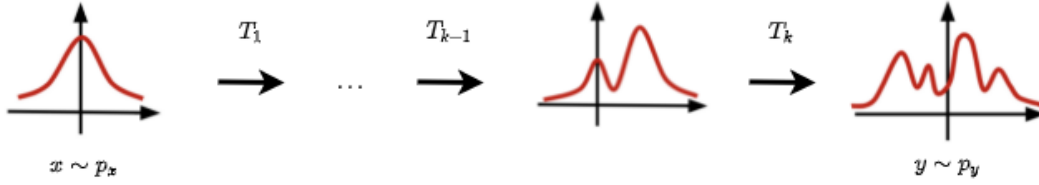


Figura 1: Aplicación sucesiva de flujos para pasar de x variable normal hacia otra variable y .

Un caso general de transformaciones sofisticadas son los flujos autorregresivos [2], los cuales se definen con una función de acoplamiento h , condicionadores Θ_t que determinan un parámetro para transformar la coordenada t basados en las anteriores, $1, \dots, t-1$ tal que si $\mathbf{y} = T(\mathbf{x})$, entonces:

$$y_t = h(x_t; \Theta_t(\mathbf{x}_{1:t-1}))$$

Donde $h(\cdot; \theta) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una biyección para todo parámetro θ .

Tres casos particulares de flujos autorregresivos son considerados: Afines, *Splines* (polinomiales o racionales por trozos) y *Splines* con acoplamiento [3].

Se estudiarán implementaciones de flujos normalizantes con estas últimas tres funciones para distintas distribuciones con el objetivo de lograr samplear de estas, sin conocerlas explícitamente, y partiendo de una normal estándar.

Referencias

- [1] E. G. Tabak and E. Vanden-Eijnden. Density estimation by dual ascent of the log-likelihood. *Communications in Mathematical Sciences*, 8(1):217–233, 2010.
- [2] D. P. Kingma, T. Salimans, R. Jozefowicz, X. Chen, I. Sutskever, and M. Welling. Improved variational inference with inverse autoregressive flow. *Advances in neural information processing systems*, 29:4743–4751, 2016.
- [3] L. Dinh, D. Krueger, and Y. Bengio. Nice: Non-linear independent components estimation. *arXiv preprint arXiv:1410.8516*, 2014.