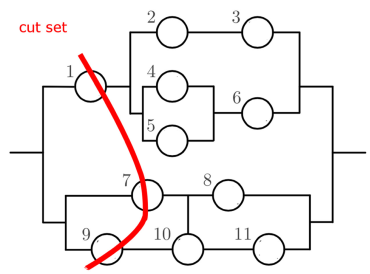
Multilevel Monte Carlo para la teoría de fiabilidad

Axel Álvarez V.

Consideremos un sistema de componentes $x_1(t), \dots, x_n(t)$ tal que poseen valor 1 si el componente está funcionando y 0 en caso contrario en el tiempo t, en donde el funcionamiento de los componentes no necesariamente son independiente entre ellos. Luego, se considera un grafo en donde los nodos son los componentes y se tiene que el sistema es funcional si es que existe un camino de izquierda a derecha que pase solamente por componentes funcionales como se puede observar en la figura de más abajo.

Además, una manera de equivalente de lo anterior es considerando los conjuntos de corte, un conjunto se dice de corte si es que el sistema falla cuando todos los componentes del conjunto no funcionan. Con la equivalencia del sistema usando los conjuntos de corte se va a trabajar en el proyecto junto con el algoritmo de Multilevel Monte Carlo.



El objetivo del algoritmo de Multilevel Monte Carlo es estimar la esperanza del estimador T_L, para esto se considera una secuencia de estimadores $T_0, T_1, \dots$ que aproximen a T_L tal que la precisión y el costo sea creciente, entonces el siguiente estimador insesgado aproxima a $\mathbb{E}(T_L)$

$$\frac{1}{N_0}\sum_{n=1}^{N_0} T_0^{(0,n)} + \sum_{l=1}^{L} \frac{1}{N_l}\sum_{n=1}^{N_l}(T_l^{(l,n)} - T_{l-1}^{(l,n)})$$

Donde $\frac{1}{N_0}\sum_{n=1}^{N_0} T_0^{(0,n)}$ y $\frac{1}{N_l}\sum_{n=1}^{N_l}(T_l^{(l,n)} - T_{l-1}^{(l,n)})$ estiman a $\mathbb{E}(T_0)$ y $\mathbb{E}(T_l - T_{l-1})$ respectivamente.

En la presentación se estudiara el método de Multilevel Monte Carlo, en particular aplicado a los sistemas de fiabilidad. Además, se mostrarán resultados numéricos del algoritmo mencionado en comparación al algoritmo de Monte Carlo visto en clases.

Referencias

[1] Louis J.M. Aslett, Tigran Nagapetyan, Sebastian J. Vollmer, Multilevel Monte Carlo for Reliability Theory,