Formelsammlung DSVB

Mario Felder
Michi Fallegger

23. Januar 2015

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Digitale Signale im Zeitbereich

1.1 Signal Analyse

1.1.1 Sampling

Die Sample-Frequenz f_S ist durch die Sample-Periode T_S gegeben:

$$f_S = \frac{1}{T_S}$$

Aus dem Signal $x(t)$ wird durch die Abtastung:

$$x(n \cdot T_S) = x[n]$$

Das Signal $x[n]$ ist kausal wenn:

$$x[n] = 0 \qquad \text{für alle } n < 0$$

1.1.2 Standard digital Signale

Einheitsimpuls oder Diracimpuls:

$$\delta = \begin{cases} 0 & : \quad n \neq 0 \\ 1 & : \quad n = 0 \end{cases}$$

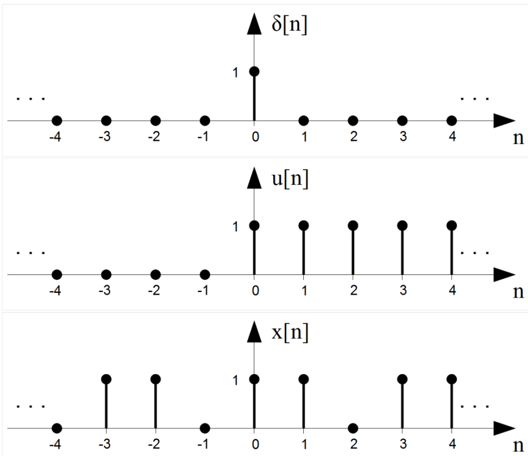
Einheitsschirtt:

$$\delta = \begin{cases} 0 & : \quad n < 0 \\ 1 & : \quad n \geq 0 \end{cases}$$

Ein periodisches Signal ist beschrieben durch:

$$x[n] = x[n + T_0/T_S] \qquad \text{mit } T_0/T_S = k$$

Ein periodisches Signal muss eine Periodendauer T_0 haben, welche ein ganzzahliges Vielfaches der Sample-Periode T_S ist.



Komplexe harmonische Sequenz:

$$x[n] = \hat{X} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_0 n T_S}$$

Real- und Imaginäranteil der komplexen Harmonischen:

$$Re\{\} = \hat{X} \cdot \cos 2\pi f_0 n T_S$$

$$Im\{\} = \hat{X} \cdot \sin 2\pi f_0 n T_S$$

1.1.3 Statistische Signalparameter

Observations Intervall T:

$$T = N \cdot T_S$$

Der Mittelwert (**mean value**) μ_x repräsentiert den DC-Anteil des Signals x[n]:

$$\mu_x = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x[i]$$

Der quadratische Mittelwert (**quadratic mean value**) ${\rho_x}^2$ korrespondiert zur durchschnittlichen Leistung des Signal $x[n]$ mit DC-Anteil:

$${\rho_x}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x[i]^2$$

Die **Varianz** ${\sigma_x}^2$ repräsentiert die durchschnittliche AC-Leistung des Signals $x[n]$:

$${\sigma_x}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (x[i] - \mu_x)^2$$

1.1.4 Messverhältnisse und dB

Leistungsverhältnis (**power ratio**):

$$A_{dB} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_1}{P_2} \right)$$

Signal-to-noise ratio (**SNR**):

$$SNR_{dB} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_{signal}}{P_{noise}} \right)$$

Linear	Power ratio [dB]	
a/b	Power	Voltage
1/1000	-30	-60
1/100	-20	-40
1/10	-10	-20
1/2	≈ -3	≈ -6
1	0	0
2/1	≈ -3	≈ 6
10/1	10	20
100/1	20	40

1.2 Signal Operationen

1.2.1 Korrelation

Die statische Korrelation (**static correlation**) drückt die Ähnlichkeit zweier Signale x[n] und y[n] der selben Länge N aus:

$$R = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x[i]y[i]$$

Je ähnlicher sich die Signale sind, desto grösser der Wert R.

Die lineare Korrelationsfunktion (**linear correlation fucntion**):

$$r_{xy}[n] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x[i]y[i+n]$$

Die Korrelation ist nicht kommutativ, $r_{xy}[n] \neq r_{yx}[n]$.

Resultierende Länge von r_{xy}:

$$N_{xy} = N_x + N_y - 1$$

Mathlabbefehl für Kreuz- und Autokorrelation: `xcorr`

1.2.2 Faltung

Die Faltung (**convolution**) ist definiert als:

$$z[n] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x[i]y[-i+n]$$

Die Faltung ist kommutativ:

$$z[n] = x[n] * y[n] = y[n] * x[n]$$

Resultierende Länge für $z[n]$:

$$N_z = N_x + N_y - 1$$

Bei der zyklischen Faltung (**circular convolution**) müssen die beiden Signale die selbe Länge N haben, oder mit Zero-Padding auf die selbe Länge gebracht werden:

$$z[n] = x[n] \circledast_N y[n] = y[n] \circledast_N x[n]$$

Lösung durch Matrix:

$$\begin{bmatrix} y[N] & y[N-1] & \dots & y[0] \\ y[0] & y[N] & \ddots & y[1] \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ y[N-1] & y[N-2] & \dots & y[N] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z[0] \\ z[1] \\ \vdots \\ z[N] \end{bmatrix}$$

Mathlabbefehl für Faltung: `conv`
Mathalbbefehl für zyklische Faltung: `convmtx`