

Formelsammlung INKT

Mario Felder

20. Juni 2015

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	5
2 Basisband- und Bandpasssignale	7
2.1 Amplitudenmodulation	8
2.2 Digitale Modulation	8
2.3 Binäre Amplitudenumtastung (On-Off Keying)	8
2.4 Binäre Phasenumtastung (BPSK)	9
2.5 Amplitudenumtastung (PAM, AM, ASK)	9
2.6 Phasenmodulation (PSK)	10
2.7 Minimum Shift Keying	10
2.8 Quadraturamplitudenmodulation (QAM)	11
3 Übertragung	13
3.1 Mehrweg-Ausbreitung	13
3.2 Verzerrung	14
3.3 Schmalband vs. Breitband	14
3.3.1 Schmalbandige Übertragung	14
3.3.2 Breitbandige Übertragung	15
3.4 Mehrträgerübertragung	16
3.5 OFDM	16
4 Matched Filter	19
4.1 Weisses gaussches Rauschen am Empfängerfilter	20
5 Impulsformung	23
5.1 ISI-freie Detektion	24
5.2 raised-Cosine-Spectrum	24

INHALTSVERZEICHNIS

6 Spreizcode	27
6.1 Rake-Empfänger	28
6.2 CDMA-Vielfachzugriff	28
6.3 OVSF Codes	29
7 Informationsgehalt und Entropie	31
7.1 Maximaler Entscheidungsgehalt und Redundanz	32
7.2 Codierung	32
7.2.1 Huffman-Codierung	32
7.3 Bedingte Wahrscheinlichkeit	33
7.4 Verbundquellen	34
7.5 Transinformation	35
7.6 Kanalkapazität	35
8 Kanalcodierung	37
8.1 Paritätscode	37
8.2 Repetitionscode	38
8.3 Generatormatrix	38
8.4 Optimale Decodierung	39
8.5 Faltungscodes	40

Kapitel 1

Einleitung

Energie:

$$E_s = \int_0^T |s(t)|^2 dt$$

Korrelation (Skalarprodukt):

$$\langle s_1, s_2 \rangle = \int_0^T s_1(t) \cdot s_2^*(t) dt$$

zwei Signale sind orthogonal wenn:

$$\langle s_1, s_2 \rangle = 0$$

Amplitudenspektrum:

$$S(f) = \mathcal{F}\{s(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

Parsevalsches Theorem:

$$\langle s_1, s_2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(f) \cdot S_2^*(f) df$$

Leistungsdichespektrum $\Gamma_{ss}(f)$ (unter der Annahme, dass die Symbolfolge mittelwertfrei, in der Leistung auf 1 normiert und unkorreliert ist):

$$\Gamma_{ss}(f) = \frac{1}{T_s} |P(f)|^2$$

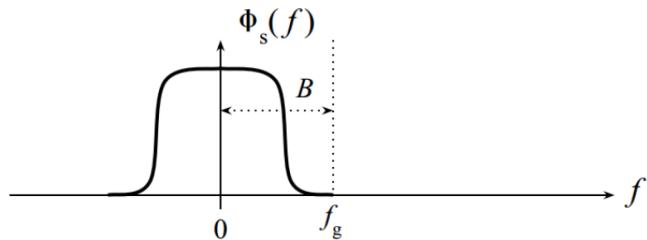
P-Norm:

$$||x||_p = \left(\sum_i |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

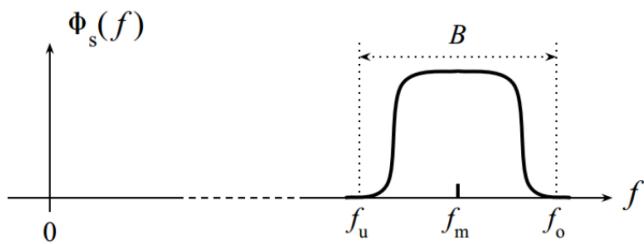
Kapitel 2

Basisband- und Bandpasssignale

Spektrum von Basisbandsignal:



Spektrum von Bandpasssignal



2.1 Amplitudenmodulation

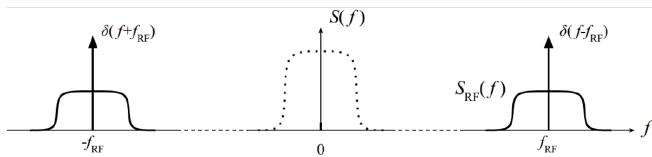
Trägermodulation:

$$s_{RF}(t) = s(t) \cdot \cos(2\pi f_{RF} t)$$

Träger:

$$\cos(2\pi f_{RF} t) = \frac{e^{j2\pi f_{RF} t} + e^{-j2\pi f_{RF} t}}{2}$$

Spektrum:



2.2 Digitale Modulation

mittlere Symbolenergie: ε_s

mittlere Bitenergie: $\varepsilon_B = \frac{\varepsilon_s}{\text{Anzahl Bit pro Symbol}}$

minimale euklidische Distanz zwischen zwei Signalpunkten: d

2.3 Binäre Amplitudenumtastung (On-Off Keying)

Basisband:

$$s(t) = \sum_k a_k \cdot p(t - kT_b) \quad , a_k \in \{0, 1\}$$

Bandpasssignal:

$$s_{RF}(t) = s(t) \cos(2\pi f_{RF} t)$$

Signalraum:

$$\varepsilon_s = 0.5$$



2.4 Binäre Phasenumtastung (BPSK)

Basisband:

$$s(t) = \sum_k a_k \cdot p(t - kT_b) \quad , a_k \in \{-1, 1\}$$

Bandpasssignal:

$$s_{RF}(t) = s(t) \cos(2\pi f_{RF} t)$$

Signalraum:

$$\varepsilon_s = 1$$



2.5 Amplitudenumtastung (PAM, AM, ASK)

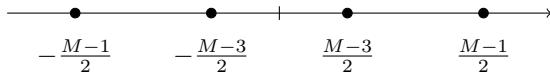
Basisband:

$$s(t) = \sum_k a_k \cdot p(t - kT_b) \quad , a_k \in \left\{ -\frac{M-1}{2}, \dots, \frac{M-1}{2} \right\}$$

Bandpasssignal:

$$s_{RF}(t) = s(t) \cos(2\pi f_{RF} t)$$

Signalraum:



2.6 Phasenmodulation (PSK)

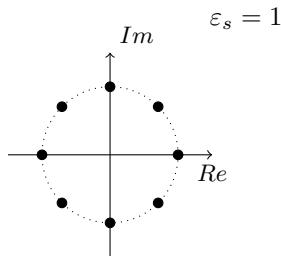
Basisband:

$$s(t) = \sum_k a_k \cdot p(t - kT_b) \quad , a_k \in \left\{ e^{\frac{j2\pi 0}{M}}, e^{\frac{j2\pi 1}{M}}, \dots, e^{\frac{j2\pi(M-1)}{M}} \right\}$$

Bandpasssignal:

$$s_{RF}(t) = \Re\{s(t)\} \cos(2\pi f_{RF} t) - \Im\{s(t)\} \sin(2\pi f_{RF} t)$$

Signalraum:



2.7 Minimum Shift Keying

Basisband:

$$\phi_s(t) = \pi h \left(\sum_{n=-\infty}^{k-1} a_n + a_k \frac{t - kT_s}{T_s} \right) \text{ mit } k = \left\lfloor \frac{t}{T_s} \right\rfloor, \\ a_k \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}$$

Bandpasssignal:

$$s_{RF}(t) = \Re\{s(t)\} \cos(2\pi f_{RF} t) - \Im\{s(t)\} \sin(2\pi f_{RF} t)$$

2.8 Quadraturamplitudenmodulation (QAM)

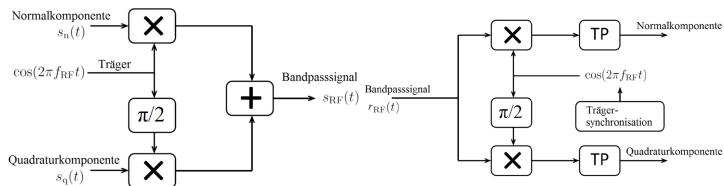
Basisband:

$$s(t) = \sum_k a_k \cdot p(t - kT_s)$$

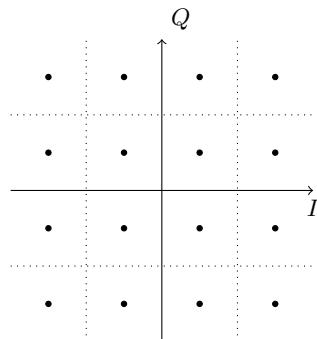
Bandpasssignal:

$$s_{RF}(t) = \Re\{s(t)\} \cos(2\pi f_{RF} t) - \Im\{s(t)\} \sin(2\pi f_{RF} t)$$

Modulator/Demodulation:



Bsp: 16-QAM:



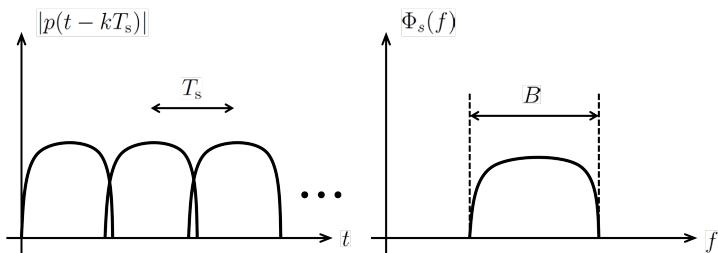
Modulation:	Bit-Fehlerrate P_b :	Bandbreiteeffizienz R/W :
binäre PAM	$Q\left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_b}{N_0}}\right)$	1 bit/s/Hz
on-off-Signalisierung	$Q\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_b}{N_0}}\right)$	1 bit/s/Hz
M -stufige PAM	$\approx \frac{2M-2}{M \log_2 M} Q\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_b 6 \log_2 M}{N_0(M^2-1)}}\right)$	$\log_2 M$ bit/s/Hz
4-stufige PSK	$Q\left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_b}{N_0}}\right)$	2 bit/s/Hz
M -stufige QAM	$\approx \frac{4\sqrt{M}-4}{\sqrt{M} \log_2 M} Q\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_b 3 \log_2 M}{N_0(M-1)}}\right)$	$\log_2 M$ bit/s/Hz
M -stufige PSK	$\approx \frac{2}{\log_2 M} Q\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_b 2 \sin^2(\pi/M) \log_2 M}{N_0}}\right)$	$\log_2 M$ bit/s/Hz
binäre orthogonale Sig.	$Q\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_b}{N_0}}\right)$	1 bit/s/Hz
M -stufige orth. Sig.	$\approx \frac{M-1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_b \log_2 M}{N_0}}\right)$	$2 \log_2(M)/M$ bit/s/Hz

Kapitel 3

Übertragung

Bandbreite des Sendesignals:

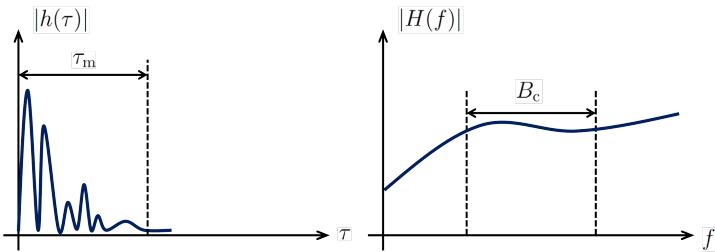
$$B \approx \frac{1}{T_s}$$



3.1 Mehrweg-Ausbreitung

Kohärenzbandbreite des Kanals:

$$B_c \approx \frac{1}{\tau_m}$$



3.2 Verzerrung

Impuls am Empfänger:

$$q(t) = (p * h)(t)$$

Leistungsdichtespektrum des Empfangssignals:

$$\Phi_r(f) = \Phi_s(f) \cdot |H(f)|^2$$

3.3 Schmalband vs. Breitband

Symboldauer: T_s

Bandbreite: $B \approx \frac{1}{T_s}$

Multipath Spread: τ_m

Kohärenzbandbreite: $B_c \approx \frac{1}{\tau_m}$

schmalbandige Übertragung: $\tau_m < T_s$

breitbandige Übertragung: $\tau_m > T_s$

3.3.1 Schmalbandige Übertragung

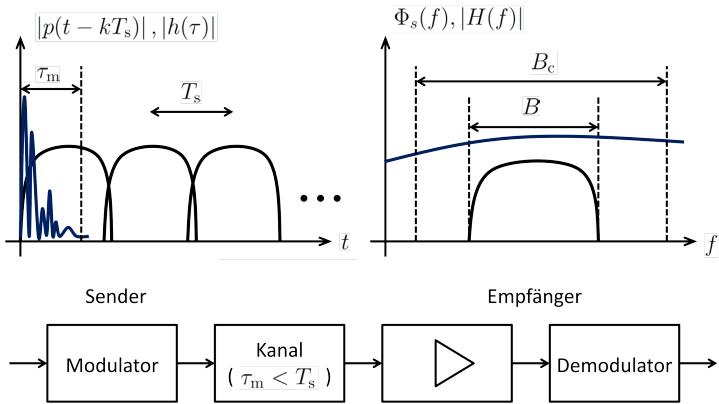
Impuls am Empfänger:

$$q(t) \approx \alpha \cdot p(t)$$

Leistungsdichtespektrum des Empfangssignals:

$$\Phi_r(f) \approx |\alpha|^2 \cdot \Phi_s(f)$$

$$\tau_m < T_s \quad B < B_c$$



3.3.2 Breitbandige Übertragung

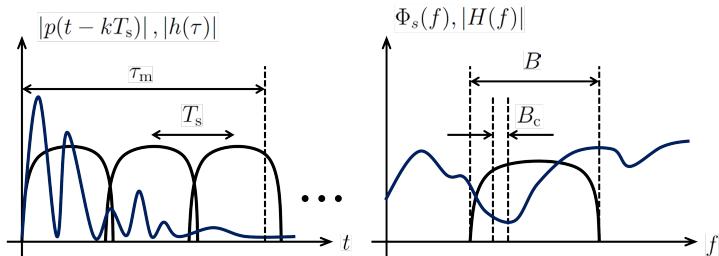
Impuls am Empfänger:

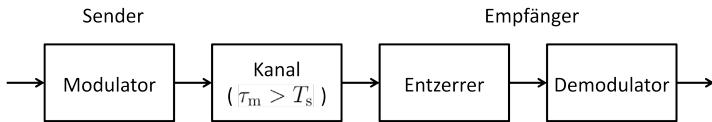
$$q(t) = (p * h)(t)$$

Leistungsdichtespektrum des Empfangssignals:

$$\Phi_r(f) = \Phi_s(f) \cdot |H(f)|^2$$

$$\tau_m > T_s \quad B > B_c$$

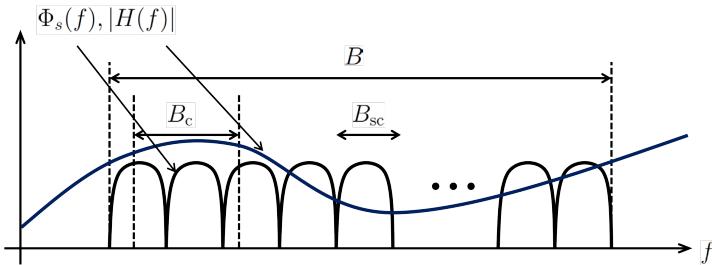




3.4 Mehrträgerübertragung

Bandbreite des Sendesignals: B

Bandbreite eines Unterträgers: B_{sc}

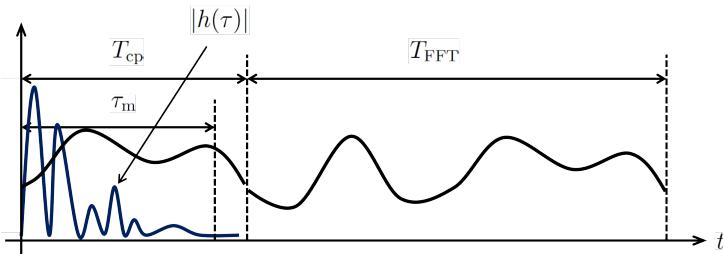


3.5 OFDM

Dauer des Kernsymbols: T_{FFT}

Dauer des Schutzintervalls: T_{cp}

Bedingung für interferenzfreien Empfang: $T_{cp} \geq \tau_m$



Bandbreite: B

Unterträger: K

Bandbreite Unterträger:

$$F = \frac{B}{K}$$

Dauer des Kernsymbols:

$$T_{FFT} = \frac{1}{F}$$

Dauer des Schutzintervalls:

$$T_{cp} \geq \frac{\text{längster Pfad [m]}}{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}$$

Gesamtdauer:

$$T_{OFDM} = T_{cp} + T_{FFT}$$

Bitrate:

$$R_b = \frac{K \cdot \text{Bit pro Symbol}}{T_{OFDM}}$$

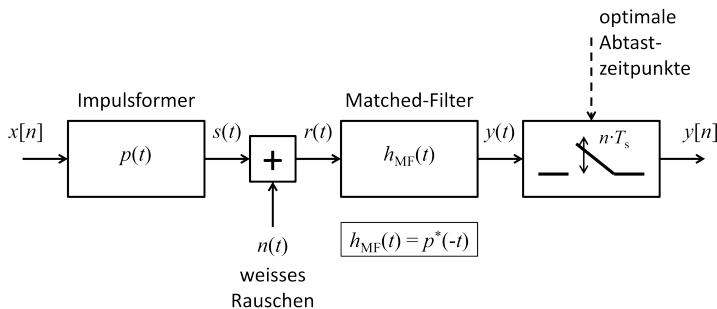
Spektrale Effizienz:

$$R/W = \frac{R_b}{B}$$

KAPITEL 3. ÜBERTRAGUNG

Kapitel 4

Matched Filter



Wahrscheinlichkeitsdichte mit Gauss:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

Q-Funktion:

$$Q(z) = \int_z^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{\sqrt{2}} \right)$$

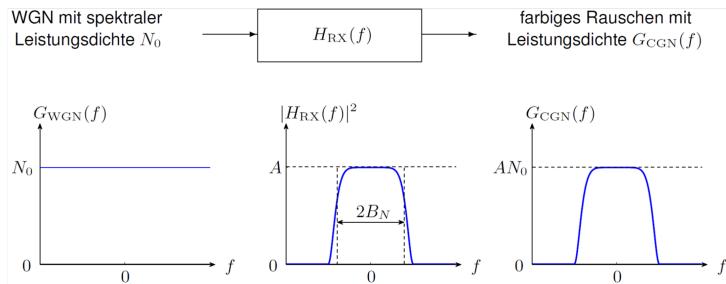
Error-Funktion:

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty e^{-x^2} dx = 2Q(\sqrt{2}z)$$

Y ist Gauss-Verteilt mit Mittelwert m und Varianz σ^2 :

$$P(Y \geq z) = Q\left(\frac{z-m}{\sigma}\right) = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{z-m}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

4.1 Weisses gaußsches Rauschen am Empfängerfilter



Äquivalente Rauschbandbreite des TP:

$$B_N = A^{-1} \int_0^\infty |H_{RX}(f)|^2 df$$

Leistung des reellen Rauschsignals am Filterausgang:

$$\frac{N}{2} = N_0 \int_0^\infty |H_{RX}(f)|^2 df = N_0 AB_N$$

4.1. WEISSES GAUSSSCHES RAUSCHEN AM EMPFÄNGERFILTER

	vor Empfänger-Filter / Abtaster	im Signalraum (nach Abtastung)
Symbolenergie	$\varepsilon_{s,RX}$	$\varepsilon_s = \varepsilon_{s,RX}$ ¹⁾
spektr. Rauschleistungsdichte	N_0	
Varianz des reellen (oder imaginären) Rauschterms		$\sigma_n^2 = N_0/2$ ¹⁾
Signalleistung S	$\varepsilon_{s,RX}/T_s$	ε_s ^{1,2)}
Rauschleistung N	$N_0 \cdot 2B$ ³⁾	$2\sigma_n^2$ ²⁾
Signal-/Rauschleistungs- verhältnis S/N	$\varepsilon_{s,RX}/N_0/(2BT_s)$ ³⁾	ε_s/N_0 ¹⁾

1) mit Matched-Filter (mit Energie in Impulsantwort normiert)

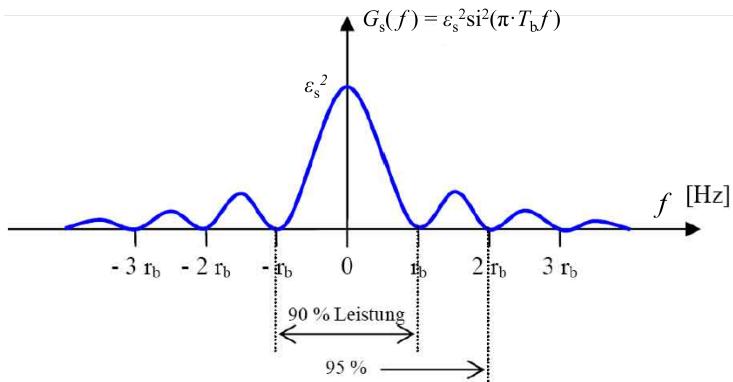
2) Leistung normiert auf Abtastrate

3) bei Basisband-Kanal mit Bandbreite B

Kapitel 5

Impulsformung

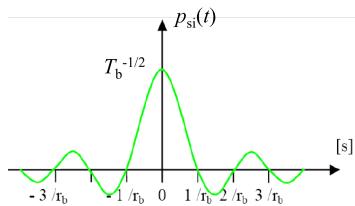
Leistungsdichespektrum bei bipolarer Signalisierung mit rechteckförmigen Impulsen $p_{rect}(t)$ mit Rate $r_b = \frac{1}{T_b}$:



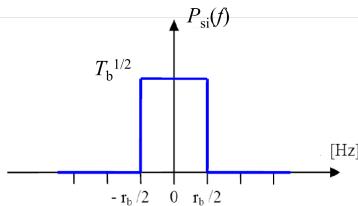
si-Impulse:

$$p_{si}(t) = T_b^{-\frac{1}{2}} \cdot \text{si}(\pi r_b t)$$

si-Impuls im Zeitbereich:



Amplitudendichtespektrum:



5.1 ISI-freie Detektion

Eine Abtastung zu idealen Zeitpunkten ermöglicht eine ISI-freie Detektion wenn:

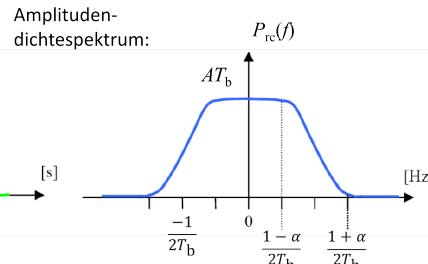
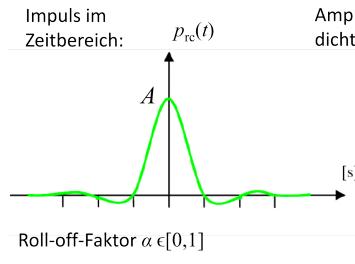
$$\begin{aligned} p(0) &= A \\ p(nT_b) &= 0 \quad , \text{ für } n = \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

Gemäss Nyquist erfüllt wenn:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} P\left(f + \frac{k}{T_b}\right) = AT_b$$

5.2 raised-Cosine-Spectrum

$$P_{rc}(f) = \begin{cases} AT_b & , \text{ für } 0 \leq |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T_b} \\ \frac{AT_b}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi T_b}{\alpha} \left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T_b}\right)\right)\right) & , \text{ für } \frac{1-\alpha}{2T_b} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T_b} \\ 0 & , \text{ für } |f| > \frac{1+\alpha}{2T_b} \end{cases}$$



5.2. RAISED-COSINE-SPECTRUM

(für binäre Modulation mit Bitrate r_b)

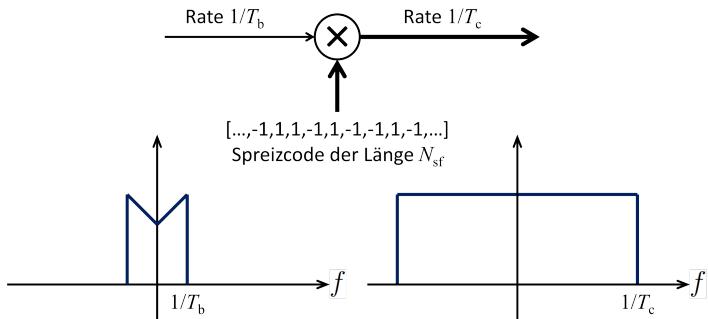
Impulsform	Bandbreite	Vorteile	Nachteile
Rechteck	$2r_b$ (95% Inbandleistung)	kein ISI; minimale Empfindlichkeit auf Jitter; einfache Schaltungen	grosser Bandbreitebedarf
si	$r_b/2$ (100% Inbandleistung)	minimale Bandbreite; kein ISI bei idealer Synchronisation	störanfällig auf Jitter; höhere Komplexität der Schaltungen
raised-Cosine-Spektrum	$(1+\alpha)r_b/2$	kein ISI; weniger empfindlich auf Jitter als si-Impuls	benötigt mehr Bandbreite als der si-Impuls, jedoch weniger als der Recheck-Impuls

KAPITEL 5. IMPULSFORMUNG

Kapitel 6

Spreizcode

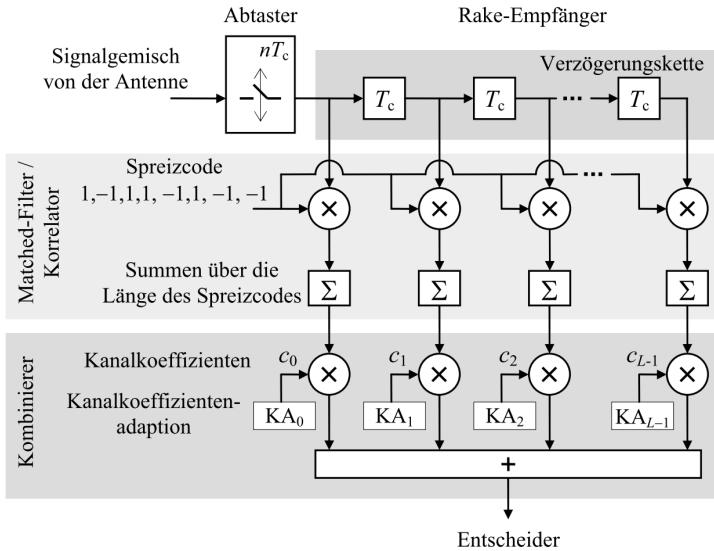
- Erhöhung der Robustheit bei Übertragung über frequenz-selektive Funkkanäle
- CDMA-Vielfachzugriff: Verfahren zur flexiblen Akkomodierung von Benutzern in Umgebungen mit zeitvarianten Auslastungen



Spreading Factor (Prozessgewinn):

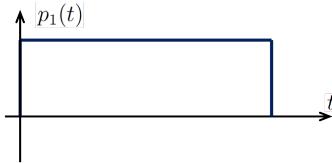
$$N_{sf} = \frac{T_b}{T_c}$$

6.1 Rake-Empfänger

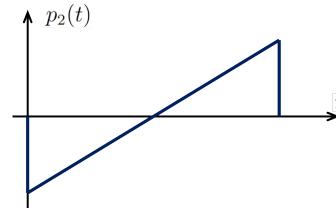


6.2 CDMA-Vielfachzugriff

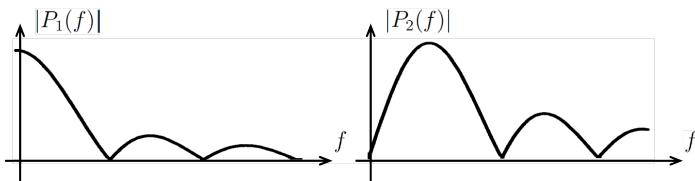
Signatur von Benutzer 1:



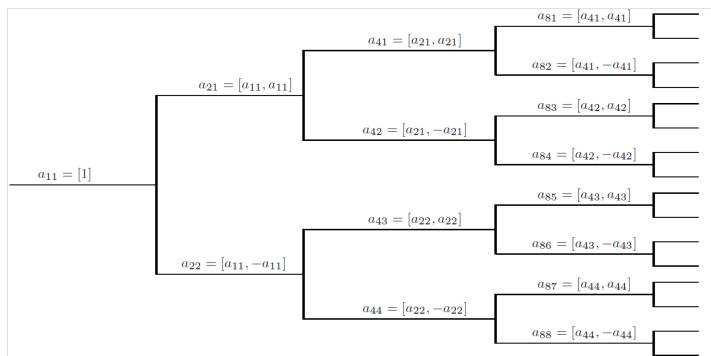
Signatur von Benutzer 2:



Spektren:



6.3 OVSF Codes



KAPITEL 6. SPREIZCODE

Kapitel 7

Informationsgehalt und Entropie

gedächtnislose Quelle mit Alphabet Ω .

diskrete Zufallsvariable X mit Werten $\Omega = \{x_1, \dots, x_m\}$.

Auftrittswahrscheinlichkeiten:

$$P(X = x_i) = p(x_i) \quad \sum_{i=1}^M = 1$$

Informationsgehalt des Symbols x_i :

$$I(x_i) = -\log_2 p(x_i) \text{ bit}$$

Entropie von X : mittlere Information pro Symbol:

$$H(X) = \sum_{i=1}^M p(x_i) I(x_i) = -\sum_{i=1}^M p(x_i) \log_2 p(x_i) \text{ bit}$$

7.1 Maximaler Entscheidungsgehalt und Redundanz

Die Entropie einer diskreten gedächtnislosen Quelle wird maximal, wenn alle M Symbole des Symbolvorrats gleich wahrscheinlich sind, wenn also $p(x_i) = \frac{1}{M}$:

$$H(X) = \log_2 M \text{ bit}$$

$H(X)$ kann als maximalen Entscheidungsgehalt eines aus M Symbolen bestehenden Symbolvorrats betrachtet werden.

Für eine beliebige Quelle gilt (R = Redundanz der Quelle):

$$R = \log_2 M - H(X) \geq 0$$

7.2 Codierung

natürliche Codierung:

Codewörter der Länge n , wobei $\log_2 M \leq n < \log_2 M + 1$

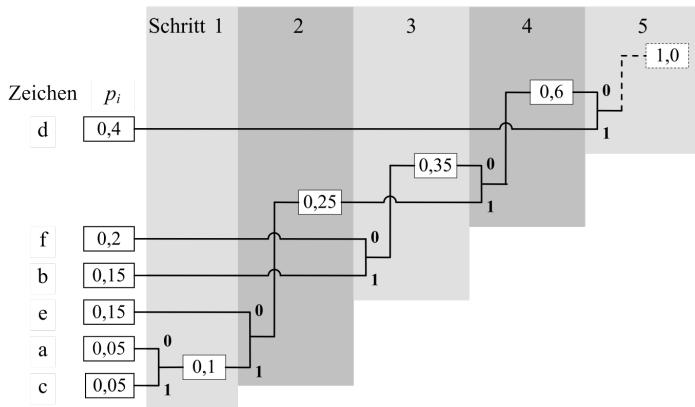
Quellencodierungstheorem (Shannon):

für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es einen binären Präfix-Code mit Bitrate

$$r_b \leq r_s \cdot H(X) + \varepsilon$$

7.2.1 Huffman-Codierung

1. Ordnen: Zeichen nach fallenden Wahrscheinlichkeiten ordnen
2. Reduzieren: Zeichen mit den zwei kleinsten WSK zusammenfassen, wieder zu 1.
3. Codieren: Starten bei letzter Zusammenfassung; jeweils eine 0 dem oberen Zweig, eine 1 dem unteren.



mittlere Codewortlänge:

$$\bar{n} = \sum_{i=1}^N p_i \cdot n_i$$

Effizienz des Codes:

$$\eta = \frac{H(X)}{\bar{n}}$$

7.3 Bedingte Wahrscheinlichkeit

Wahrscheinlichkeit von y gegeben x :

$$p(y|x) = \frac{p(x,y)}{p(x)}$$

Bedingter Informationsgehalt:

$$I(y_j|x_i) = -\log_2 p(y_j|x_i)$$

Wechselseitige Information des Symbolpaars (x_i, y_j) (Verbundquelle):

$$I(x_i; y_j) = \log_2 \frac{p(y_j|x_i)}{p(y_j)} = \log_2 \frac{p(x_i|y_j)}{p(x_i)}$$

Informationsgehalt eines Symbolpaars:

$$I(x_i, y_j) = I(x_i) + I(y_j) - I(x_i; y_j)$$

$$I(x_i, y_j) = I(x_i) + I(y_j|x_i)$$

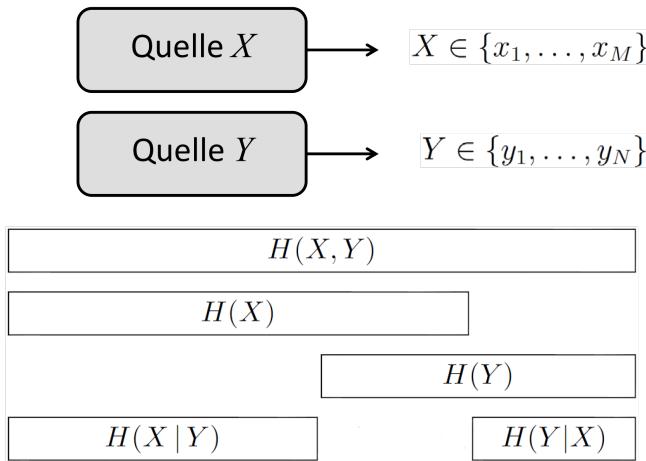
7.4 Verbundquellen

Verbundentropie:

$$H(X, Y) = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(x_i, y_j) \log_2 p(x_i, y_j)$$

bedingte Entropie:

$$H(Y|X) = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(x_i, y_j) \log_2 p(x_i|y_j)$$



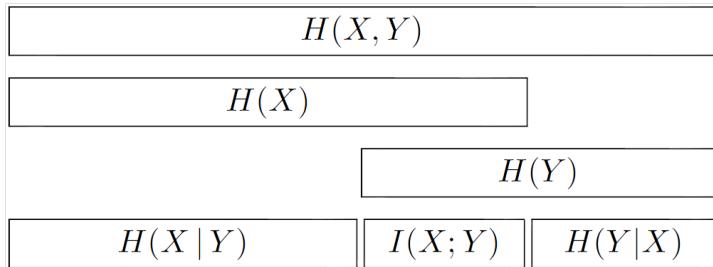
$$H(X, Y) = H(Y) + H(X|Y) = H(X) + H(Y|X)$$

$$H(X, Y) \leq H(Y) + H(X)$$

7.5 Transinformation

Transinfomration (mutual information):

$$I(X;Y) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(x_i, y_j) \log_2 \frac{p(y_j|x_i)}{p(y_j)} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(x_i, y_j) \log_2 \frac{p(x_i|y_j)}{p(x_i)}$$



7.6 Kanalkapazität

Die Kapazität eines Kanals entspricht der maximalen Transinformation des Kanals bei Speisung mit einer angepassten Quelle [bit/Kanalnutzung]:

$$C = \max_X I(X; Y)$$

Bei symmetrischen diskreten gedächtnislosen Kanälen wird die Kanalkapazität durch eine Quelle mit Gleichverteilung erreicht.

kontinuierliche AWGN-Kanäle [bit/s]:

$$C_{AWGN} = B \log_2 \left(1 + \frac{\bar{P}}{N_0 \cdot B} \right)$$

B : Bandbreite

\bar{P} : mittlere empfangene Signalleistung

N_0 : spektr. Rauschleistungsichte

Kapitel 8

Kanalcodierung



Beispiel (Paritätscode, gerade Parität, fehlerlose Übertragung):

$$\mathbf{u} = 1101001 \quad \mathbf{v} = 11010010 \quad \mathbf{r} = 11010010 \quad \hat{\mathbf{u}} = 1101001$$

8.1 Paritätscode

Nachricht:

$$\mathbf{u} = \underbrace{[1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]}_{k \text{ bits}}$$

Codewort:

$$\mathbf{v} = \underbrace{[1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]}_{n \text{ bits}}$$

Coderate:

$$R = \frac{k}{n}$$

8.2 Repetitionscode

Jedes Bit wird N -mal wiederholt, somit ist die Coderate $\frac{1}{N}$.

8.3 Generatormatrix

Nachricht \mathbf{u} : Zeilenvektor der Länge k

Codewort \mathbf{v} : Zeilenvektor der Länge n

Generatormatrix \mathbf{G} : $(k \times n)$ -Matrix

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{G}$$

Hamming Code (7,4):

$$G_{n=7, k=4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Linearität: Zur Berechnung z.B. der minimalen Hamming-Distanz des Codes darf wegen der Linearität stets das Codewort $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ als Referenz genommen werden.

Aufbau:

$$\mathbf{G} = [\mathbf{I}_k | \mathbf{P}_{k \times (n-k)}]$$

Party-check Matrix:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{P}^T | \mathbf{I}_{n-k}]$$

Empfangener Symbolvektor:

$$\mathbf{r} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{G} + \mathbf{n}$$

Syndrom:

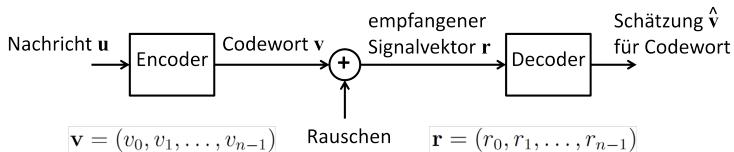
$$\mathbf{s} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{H}^T = \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}^T$$

8.4 Optimale Decodierung

AWGN Kanal mit bin. Eingang:

$$p(r_i|V_i = 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(r_i-1)^2}{2\sigma^2}}$$

$$p(r_i|V_i = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(r_i+1)^2}{2\sigma^2}}$$



Satz von Bayes:

$$p(y_j|x_i) = \frac{p(y_j) \cdot p(x_i|y_j)}{p(x_i)}$$

Maximum a posteriori Schätzung:

$$\hat{v} = \arg \max p(v|r)$$

Maximum-Likelihood Decodierung:

$$\hat{v} = \arg \max p(r|v) = \arg \max \log p(r|v)$$

Log-likelihood-Funktion:

$$\log p(r|v) = \sum_{i=0}^{n-1} \log p(r_i|v_i)$$

Likelihood-Verhältnis:

$$\frac{p(r_i|V_i = 1)}{p(r_i|V_i = 0)}$$

Log-Likelihood ratio:

$$\Lambda(r_i) = \log \frac{p(r_i|V_i = 1)}{p(r_i|V_i = 0)}$$

$$\Lambda(r_i) = \frac{2r_i}{\sigma^2} \quad \text{für bin AWGN Kanal}$$

Branch-Metrik:

$$L_i(v_i) = \begin{cases} \Lambda(r_i) & \text{für } v_i = 1 \\ -\Lambda(r_i) & \text{für } v_i = 0 \end{cases}$$

Pfadmetrik:

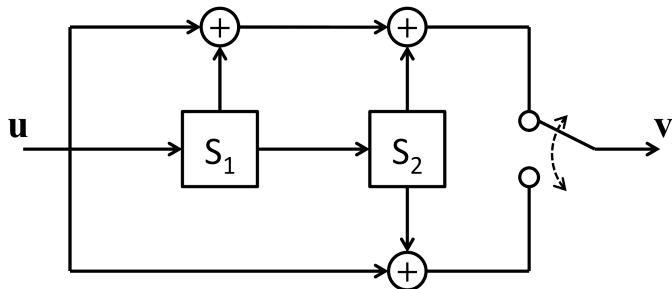
$$L(\mathbf{v}) = \sum_{i=0}^{n-1} L_i(v_i)$$

8.5 Faltungscodes

(n, k, m) -Faltungscode:

- n : Anzahl Ausgangsbits pro Takt
- k : Anzahl Eingangsbits pro Takt
- m : Anzahl innere Speicher

Rate: $\frac{k}{n}$



Zustand	S_1	S_2
Z_0	0	0
Z_1	1	0
Z_2	0	1
Z_3	1	1

