Eq lineares

$2x_1 + 3x_2 = 4$ ← termo independente

coeficientes

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 = -1 \\ x_1 + 3x_2 = 2 \end{cases}$$

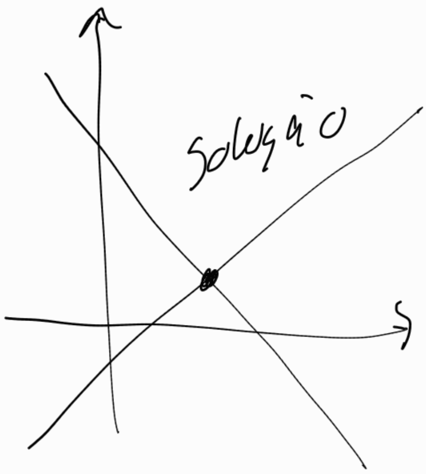
— // —

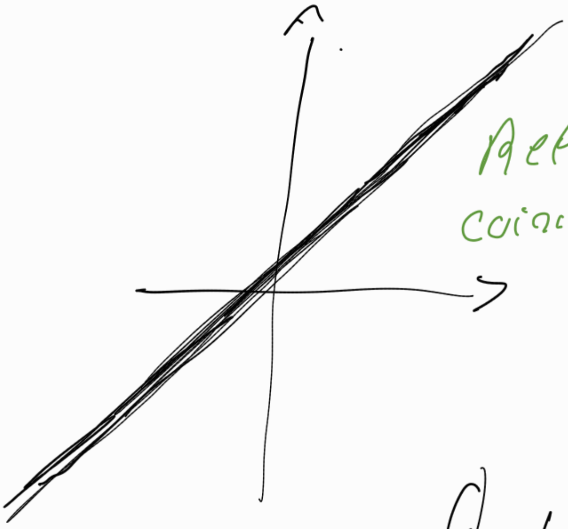
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ 2x_1 - x_2 = 3 \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 5 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases}$$

Não são equivalentes porque (2,1) é solução do 1º mas não do sistema

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ 2x_1 + x_2 = 5 \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 = 0 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

São equivalentes e (3, -1) é a solução unica de cada sistema.





Retas coincidentes

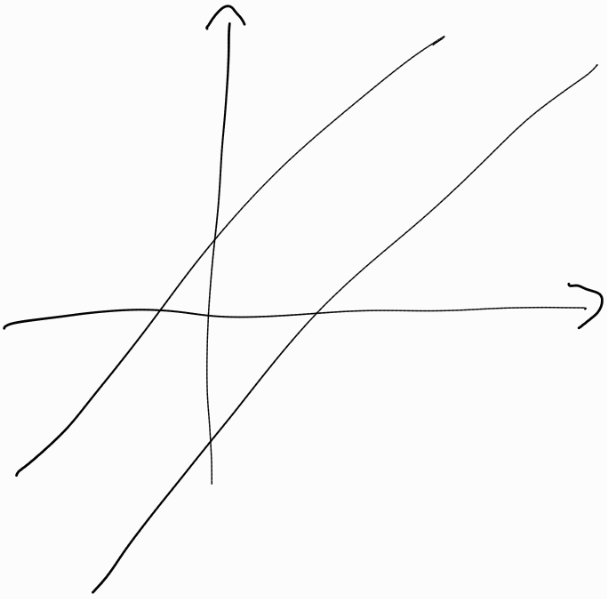
indeterminado

Qualquer sistema homogéneo tem como solução o vetor nulo

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$$

$(x_1, x_2) = (0, 0)$

$$\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$



Retas paralelas

impossível

$$\begin{cases} 0 + 0 = 0 \\ 0 + 2 \cdot 0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$$

$(0, 0)$

$(1, -1)$

Homogéneo
Poss. indeterminado

$$\begin{bmatrix} a_{11} & & a_{1n} \\ & & \\ a_{m1} & & a_{mn} \end{bmatrix}$$

n = nº variáveis

nº de eq do sistema

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \rightarrow n \times 1$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 8x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_3 = 8 \end{cases} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$A_{3\times3} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 8 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 = 3 \\ x_2 - x_3 - x_4 = 89 \end{cases}$$

x_1	x_2	x_3	x_4
2	-1	1	1
2	0	0	0
0	1	-1	-1

$$X_{4\times1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \qquad B_{3\times1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 89 \end{bmatrix}$$

Matriz incognitas

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 89 \end{bmatrix}$$

Matriz aumentada

↳ consiste na matriz dos coeficientes A com uma coluna extra que contém os valores dos termos independentes

$[A|B]$ - tem ordem

$$m \times \underbrace{(n+1)}_{\text{nº coluna } A}$$

nº coluna B

Operações elementares

Trocar linhas

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \underset{\text{equivalente}}{\sim} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ y + x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + y \\ y + x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ y + 3 + y = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ y + x - x + y = 8 - 3 \end{cases}$$

— // —

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 5 \\ -x_1 + 7x_2 = 1 \end{cases}$$

$$[A|B] = \left[\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 5 \\ -1 & 7 & 1 \end{array}\right]$$ Matriz Duplicada

2×2 $\quad$ 2×1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x_1 + 7x_2 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 = 5 \end{cases}$$

$$\underset{L_1 \leftrightarrow L_2}{\sim} \left[\begin{array}{cc|c} -1 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{array}\right]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x_1 + 7x_2 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_1 + 14x_2 = 5 + 2 \end{cases}$$

$$\underset{L_2 := L_2 + 2L_1}{\sim} \left[\begin{array}{cc|c} -1 & 7 & 1 \\ 0 & 17 & 7 \end{array}\right]$$

Resolver até ex 15

$$\sim_{L_2 := \frac{L_2}{17}} \left[\begin{array}{cc|c} -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{7}{17} \end{array}\right]$$