Mecânica e Campo Eletromagnético

Aula 6
Exemplos

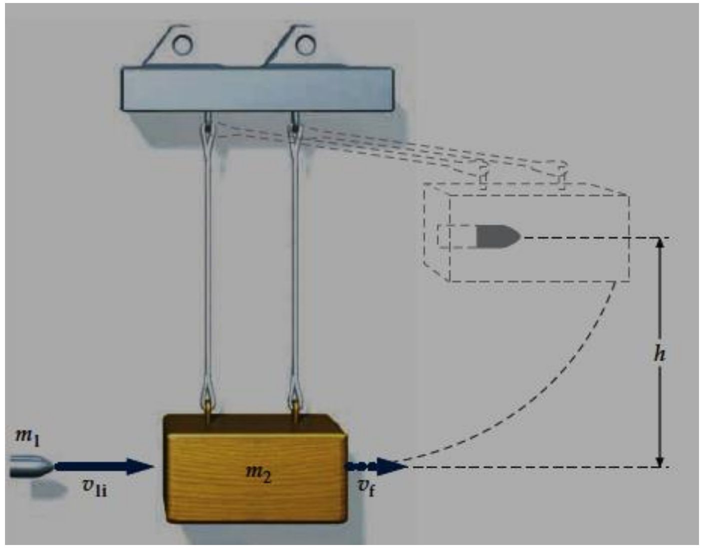
Cap.2- Movimento oscilatório
- Movimento harmónico simples

Isabel Malaquias
imalaquias@ua.pt
Gab. 13.3.16

Capítulo 1.4.a

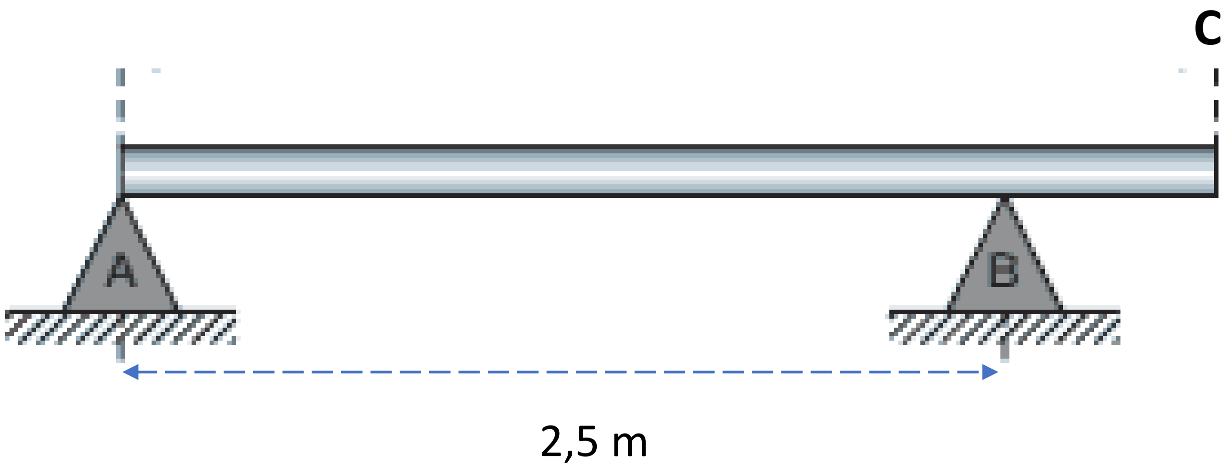
8. Um pêndulo balístico é constituído por um corpo suspenso dum fio. Um projétil de massa m_1 = 30 g penetra no corpo e fica cravado nele. O centro de massa do corpo eleva-se até uma altura h = 30 cm. A massa do corpo é m_2 = 3,0 kg.

a) Deduza uma expressão para a velocidade do projétil em função destes dados.
b) Calcule o valor numérico da velocidade do projétil quando este atinge o corpo.



Capítulo 1.4.b

12. Uma barra uniforme AC de 4 m tem massa m = 50 kg. Existe um ponto fixo B em torno do qual a barra pode rodar. A barra está apoiada no ponto A. Um homem com massa igual a 75 kg anda ao longo da barra partindo de A. Calcule a distância máxima a que o homem pode deslocar-se, mantendo o equilíbrio.

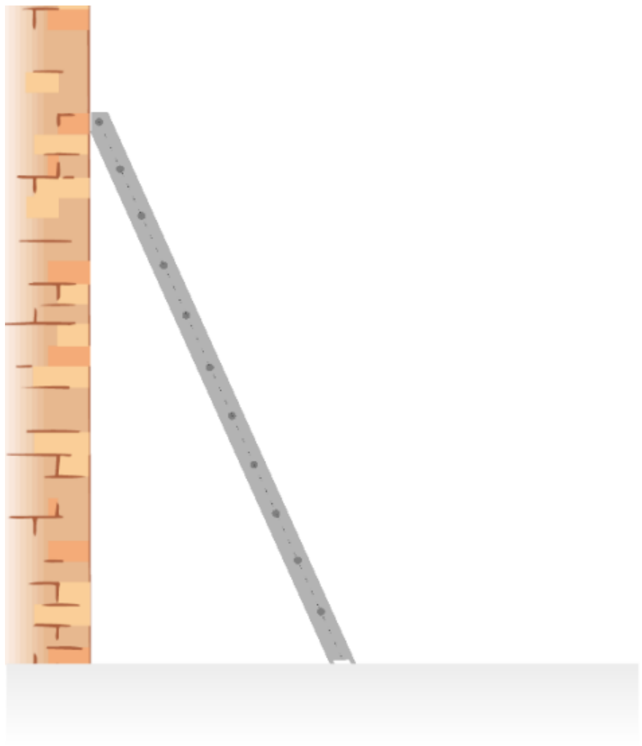


Sugestão: usar as condições de equilíbrio estático

No limite, a reacção sobre A anula-se

Uma escada homogénea de 5 m de comprimento e de 20 kg de massa, está apoiada numa parede vertical, sem atrito, e num piso rugoso (há atrito), como esquematizado. A escada tem uma inclinação com a horizontal de θ = 53º. A escada encontra-se em equilíbrio sem deslizar.

Considere cos(53º) = 0,6; sen(53º) = 0,8; tan(53º) = 4/3 e g = 10 m/s^2.

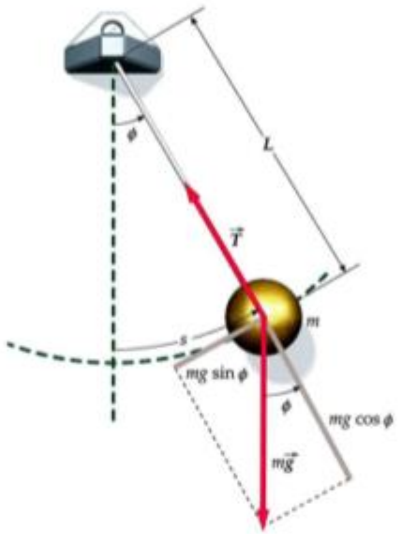


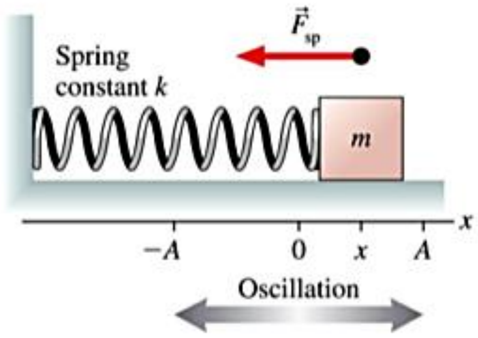
a) Faça o diagrama das forças aplicadas à escada e escreva as condições de equilíbrio estático.

b) Determine a força que atua entre a parede e o topo da escada, nas condições da alínea anterior.

c) Determine o valor das forças que atuam entre a escada e o chão assim como o coeficiente de atrito estático.

MOVIMENTO HARMÓNICO SIMPLES (MHS)



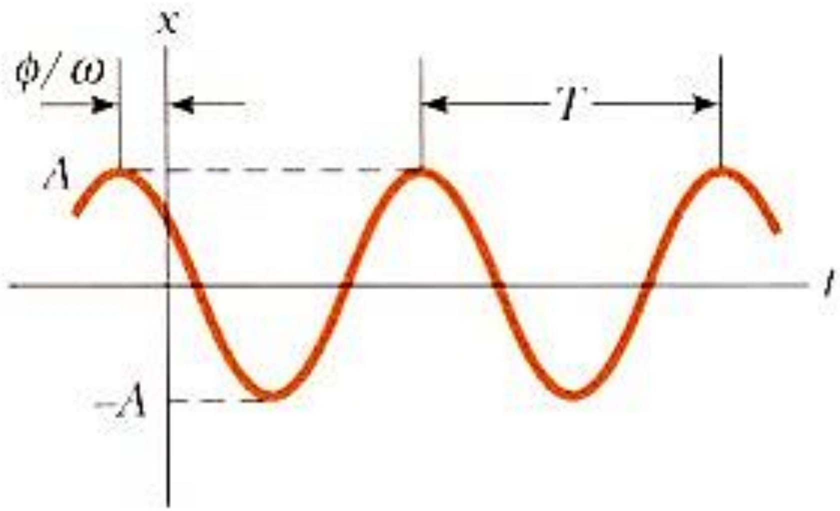


Se a força que atua sobre um corpo:

- é proporcional ao deslocamento em relação à posição de equilíbrio
- aponta sempre para a posição de equilíbrio

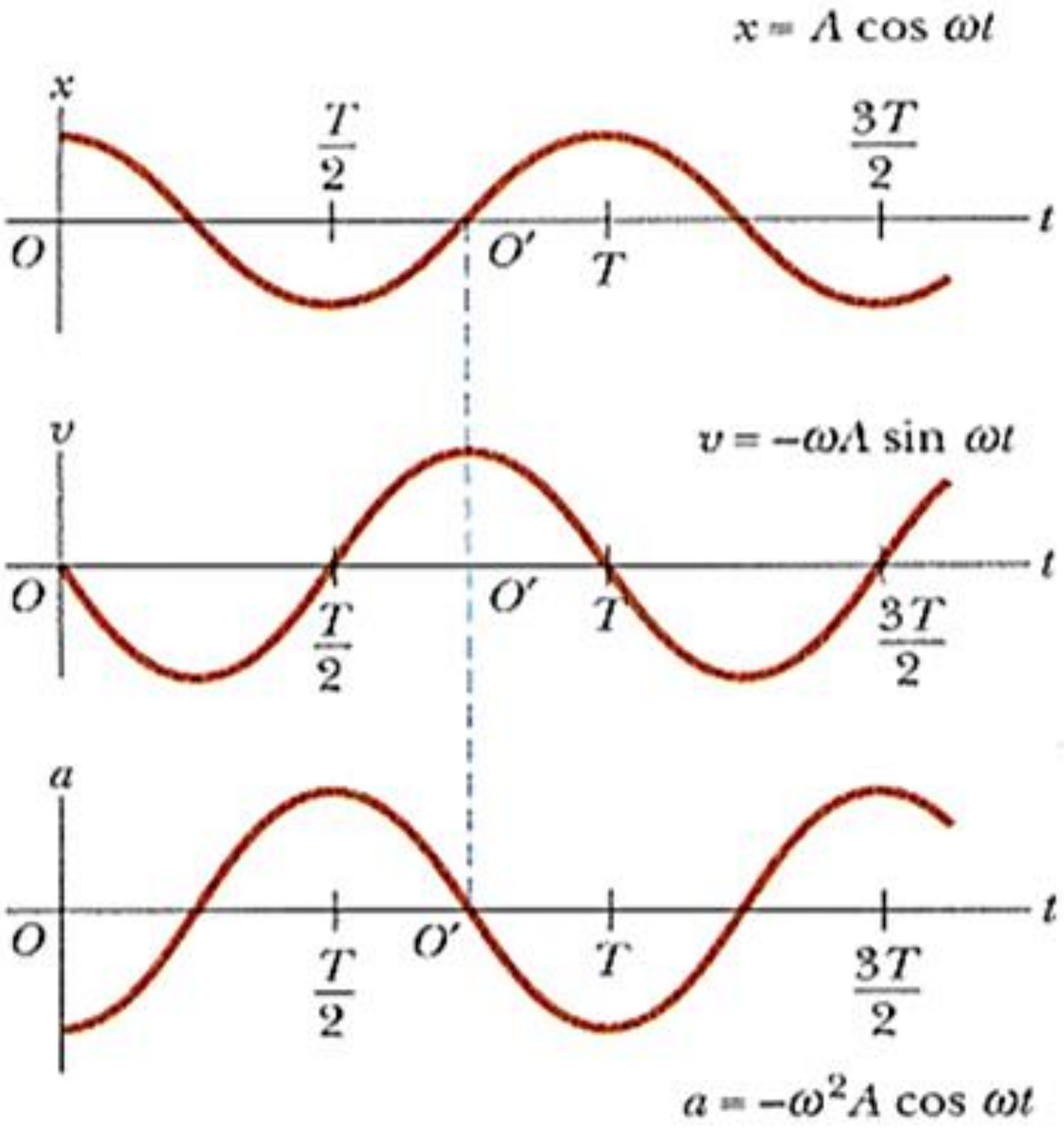
$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

O corpo tem movimento **periódico**, **harmónico**, **oscilatório** ou **vibratório**

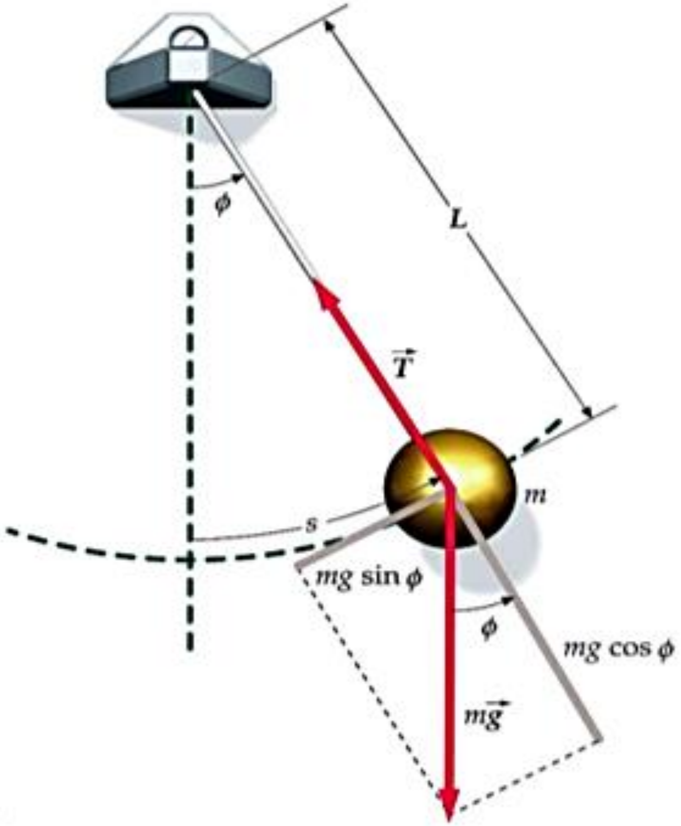


Ex: Bloco preso a uma mola, baloiço (pêndulo), corda a vibrar, moléculas a vibrar num sólido, etc...

$\omega = 2\pi f$ (rad/s)


$x = A\cos\omega t$
$v = -\omega A\sin\omega t$
$a = -\omega^2 A\cos\omega t$
x
v
a
t
O
O′
T
$\frac{T}{2}$
$\frac{3T}{2}$

Pêndulo simples



Força restauradora:

$$-mg\sin\phi$$

aceleração tangencial:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = L\frac{d^2\phi}{dt^2}$$

$$-mg\sin\phi = m\frac{d^2s}{dt^2} = mL\frac{d^2\phi}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\phi \approx -\frac{g}{L}\phi \quad \text{se} \quad \phi \ll 1$$

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\omega^2\phi \quad \text{com} \quad \omega^2 = \frac{g}{L}$$

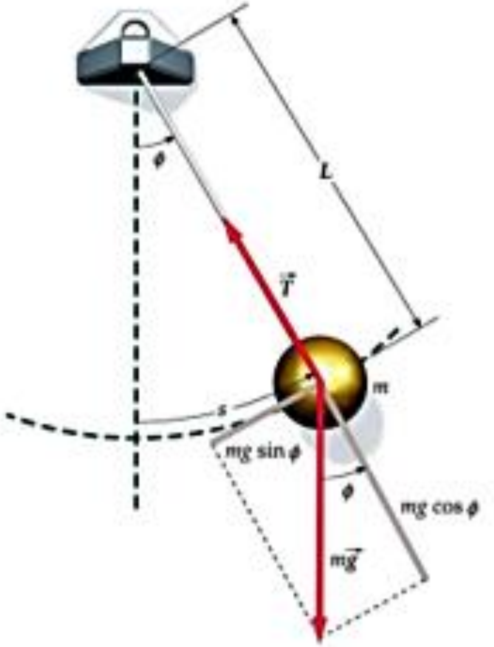
solução: $\phi = \phi_0 \cos(\omega t + \delta)$

Pêndulo simples

Para pequenos ângulos

sen ϕ ≈ ϕ

Para pequenas oscilações, tem-se:



eq. movimento:

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\omega^2\phi \quad \text{com} \quad \omega^2 = \frac{g}{L}$$

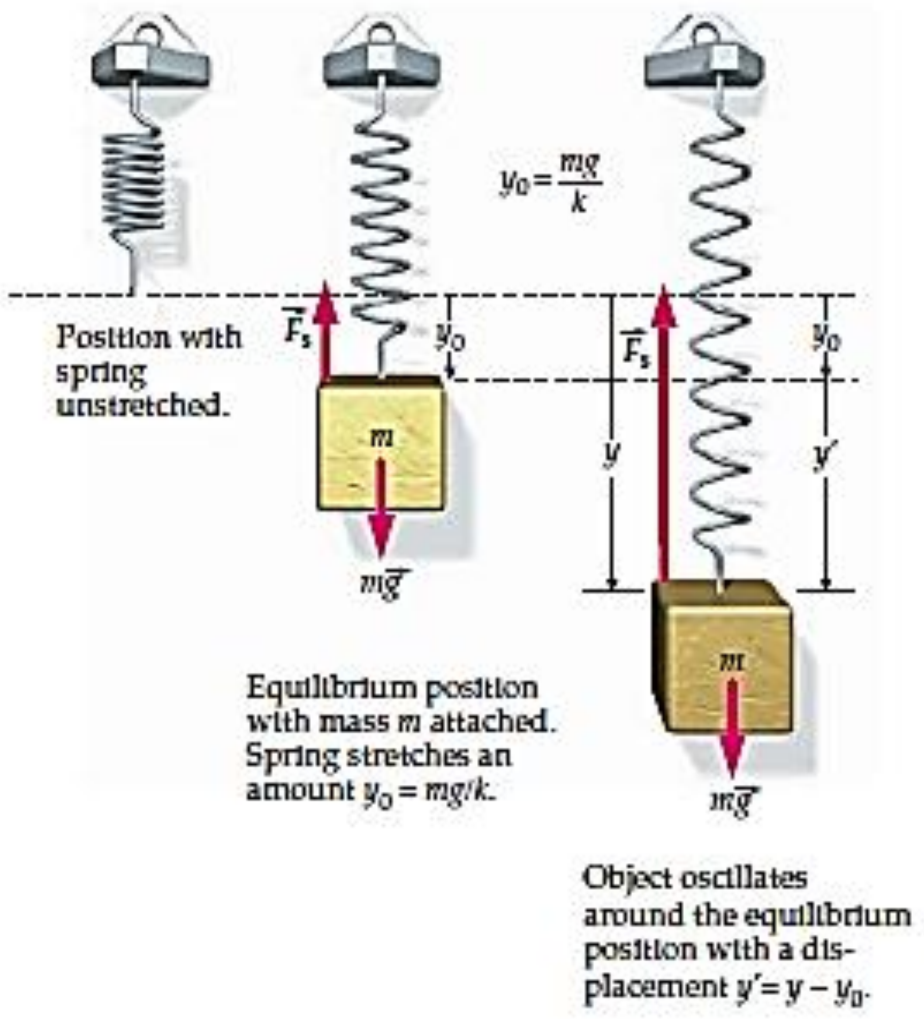
solução:

$$\phi = \phi_0 \cos(\omega t + \delta)$$

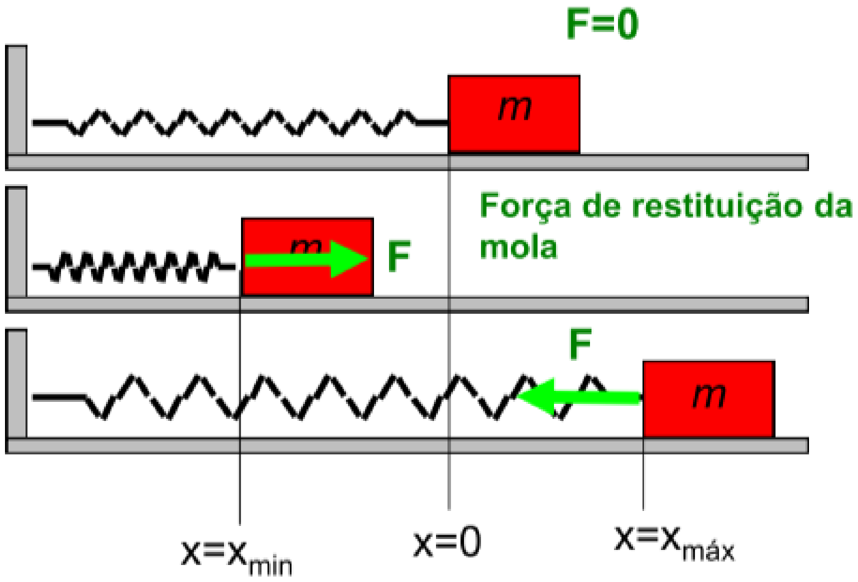
período:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Sistema massa-mola



Sistema massa-mola



F: Força restauradora

$$F = -kx$$

k: constante da mola

Equação do movimento

$$F = -kx = ma_x \quad \Rightarrow \quad a_x = -\frac{k}{m}x$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

definimos $\omega^2 = \frac{k}{m}$ or $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

ω: frequência angular (radianos/s)

COMPARANDO…

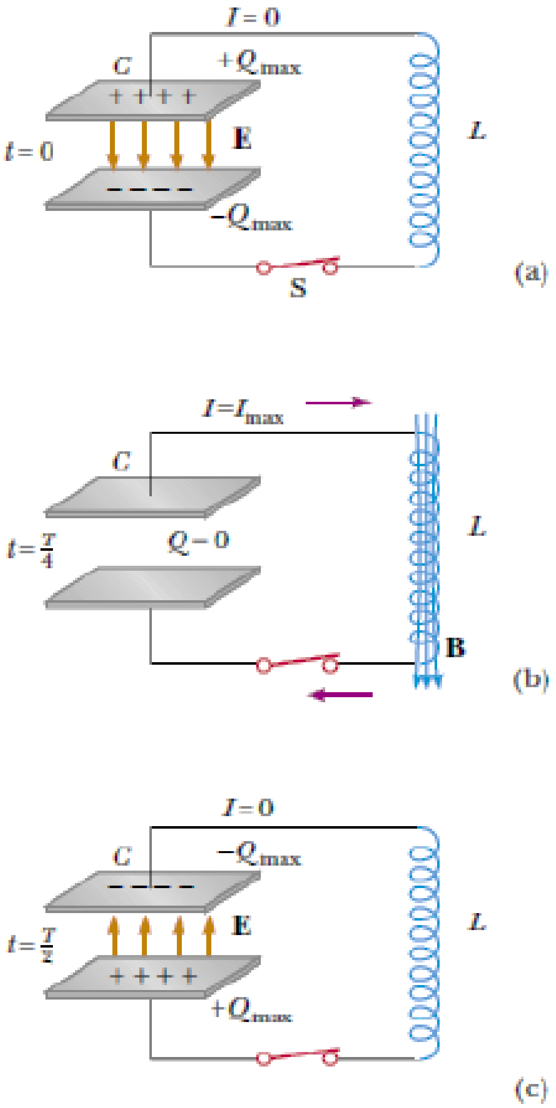
Circuito LC

A intensidade da corrente I
é análoga à velocidade v

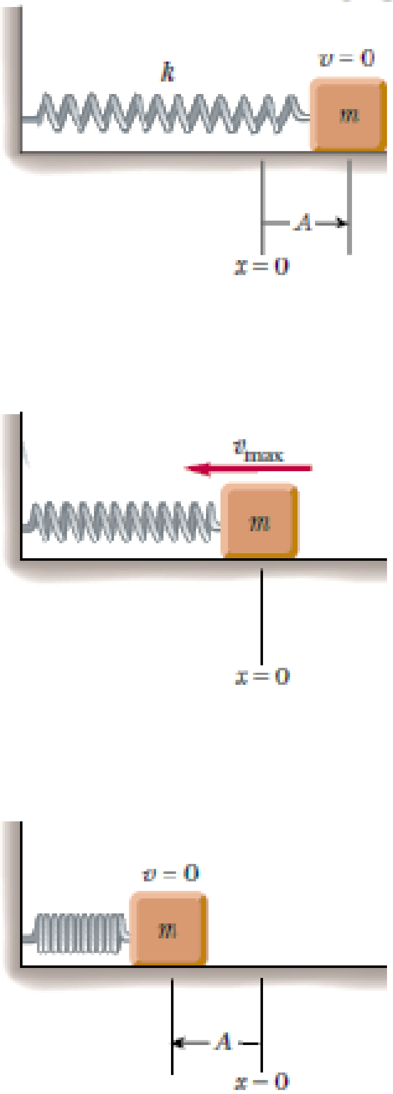
$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad v = \frac{dx}{dt}$$

$$L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{C}Q = 0 \qquad m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$



Massa/Mola



Energia no Movimento Harmónico Simples (MHS)

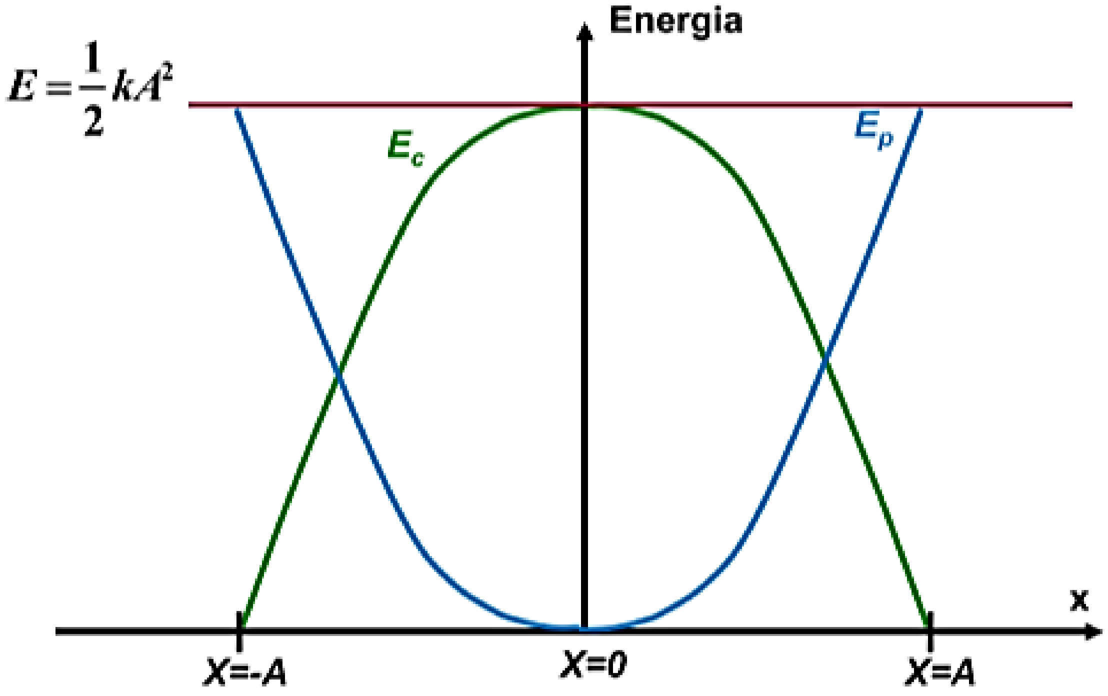
Num M.H.S. a Energia Mecânica é constante: $E = \frac{1}{2}kA^2$

Energia potencial elástica: $E_{Pe} = \frac{1}{2}kx^2$

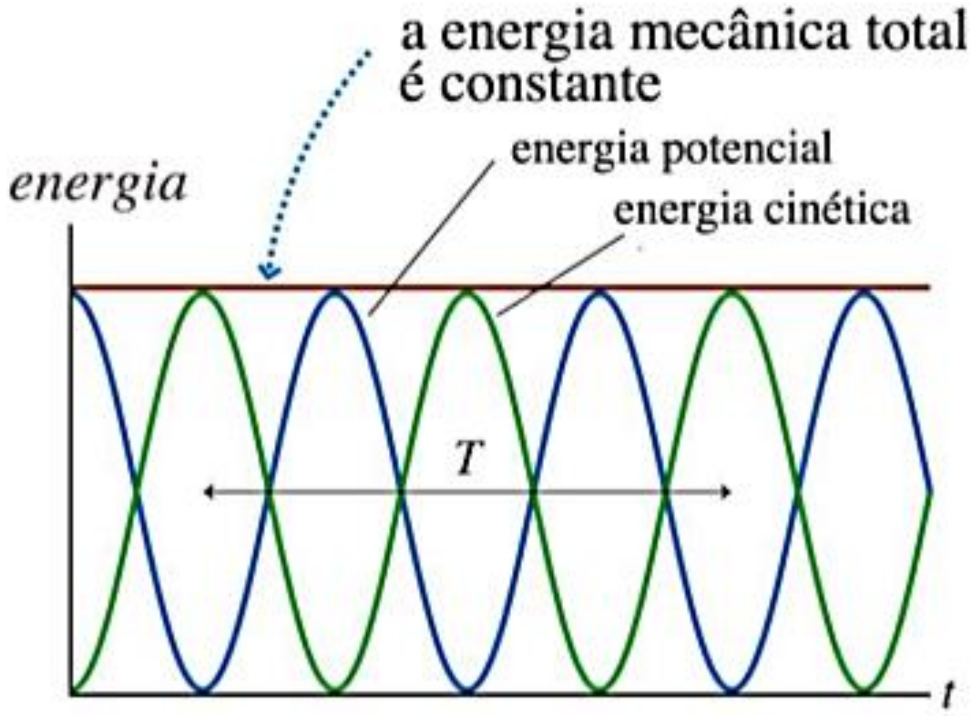
$E_{pe}(0)=0$ (posição de equilíbrio)

Energia cinética: $E_c = E - E_{pe} = \frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right)$

Energia no MHS em função de x



Energia no MHS em função de t

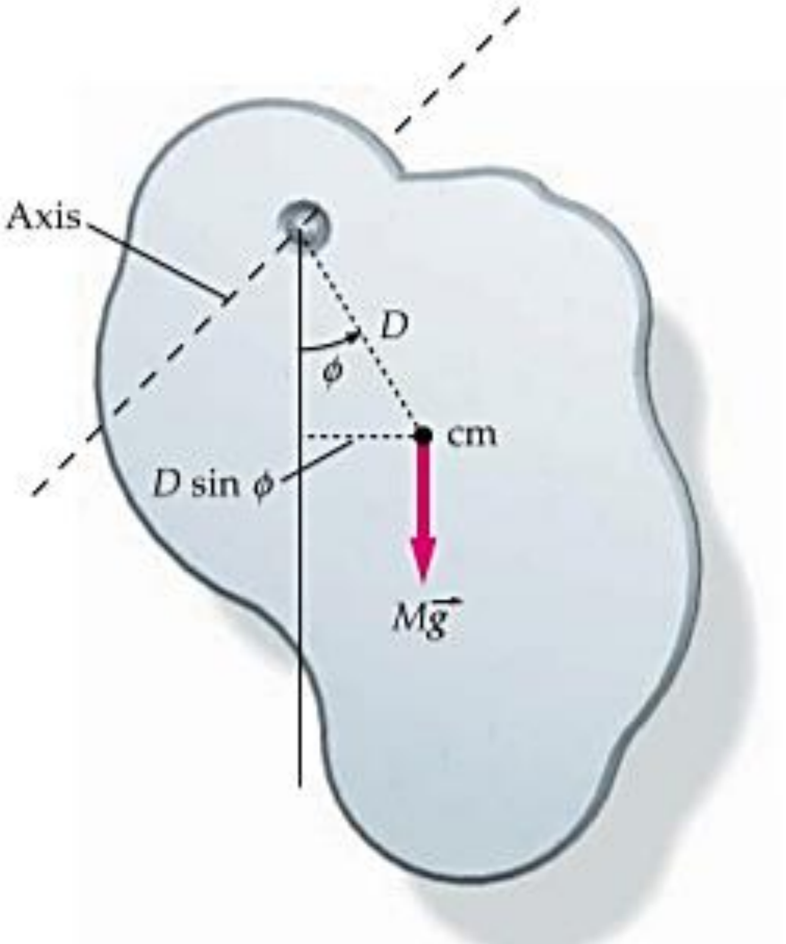


$$E=\frac{1}{2}mv_x{}^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}mv_{\max}{}^2=\text{constante}$$

Pêndulo físico ou Pêndulo composto

Para pequenos ângulos

sen $\phi \approx \phi$



$$\tau = -MgDsen\phi \approx -MgD\phi$$

$$\tau = I\,\alpha = -MgD\phi \qquad \text{com } \alpha = \frac{d^2\phi}{dt^2}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MgD}}$$

NB - O período do pêndulo físico depende da distribuição de massa, mas não da massa total, M.
O momento de inércia I é proporcional a M, pelo que <u>a razão I/M é independente de M</u>