LES SYSTEMES D'EQUATIONS DU 2EME DEGRE

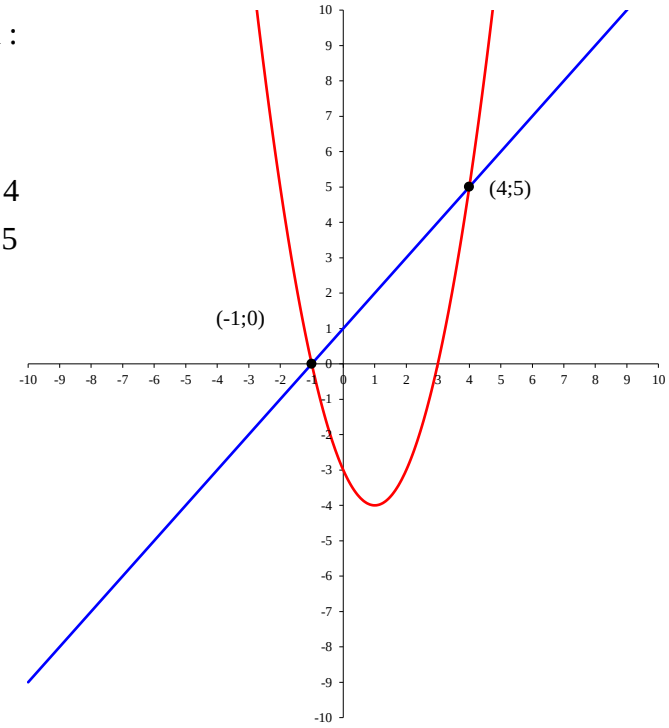
1. $\begin{cases} y = x+1 \\ y = x^2 - 2x - 3 \end{cases}$

Après substitution, on obtient l'équation :

$x+1 = x^2 - 2x - 3$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

Solutions du système : $\begin{cases} x' = -1 \\ y' = 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} x'' = 4 \\ y'' = 5 \end{cases}$



ÉTUDES DE FONCTIONS :

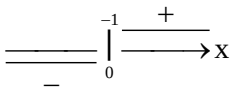
$y = x+1$

Pente : $a = 1$

O.o. : $x = 0 \Rightarrow y = 1$

Z.f. : $y = 0 \Rightarrow x = -1$

Signe :



T.V. :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y	$-\infty$	↗	0	↗	1	↗	$+\infty$

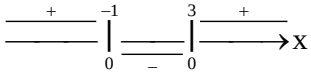
$y = x^2 - 2x - 3$

Minimum : $(\alpha;\beta) = (1;-4)$

O.o. : $(0;-3)$

Z.f. : $(-1;0)$ et $(3;0)$

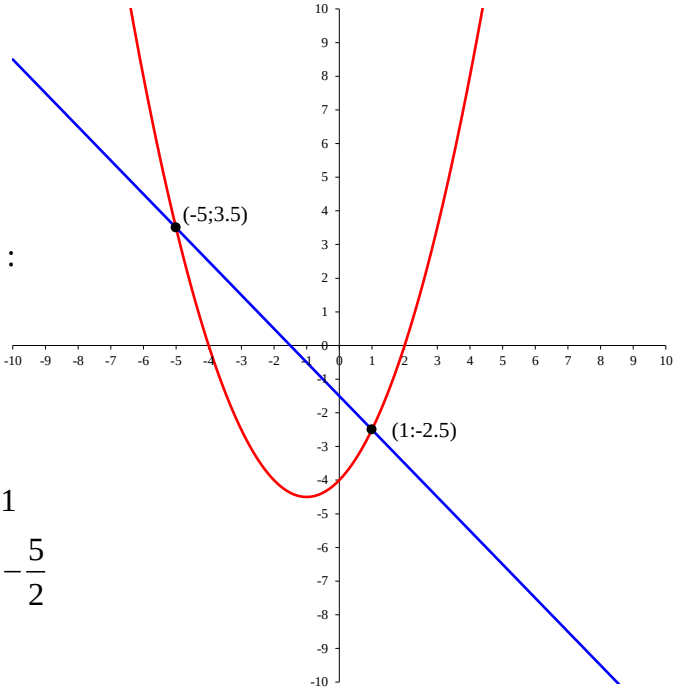
Signe :



TV :

x	$-\infty$		-1		0		1		3		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	0	↘	-3	↘	-4	↗	0	↗	$+\infty$

2. $\begin{cases} y = -x - \dfrac{3}{2} \\ y = \dfrac{x^2}{2} + x - 4 \end{cases}$



Après substitution, on obtient l'équation :

$-x - \dfrac{3}{2} = \dfrac{x^2}{2} + x - 4$

$x^2 + 4x - 5 = 0$

Solutions du système : $\begin{cases} x' = -5 \\ y' = \dfrac{7}{2} \end{cases}$ et $\begin{cases} x'' = 1 \\ y'' = -\dfrac{5}{2} \end{cases}$

ÉTUDES DE FONCTIONS :

$y = -x - \dfrac{3}{2}$

Pente : $a = -1$

O.o. : $x = 0 \Rightarrow y = -\dfrac{3}{2}$

Z.f. : $y = 0 \Rightarrow x = -\dfrac{3}{2}$

Signe : $\overset{+}{\longrightarrow}\ \underset{0}{\overset{-\frac{3}{2}}{|}}\ \overset{-}{\longrightarrow} x$

T.V. :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		0		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	0	↘	$-\frac{3}{2}$	↘	$-\infty$

$y = \dfrac{x^2}{2} + x - 4$

Min : $(\alpha;\beta) = \left(-1; -\dfrac{9}{2}\right)$

O.o. : $(0;-4)$

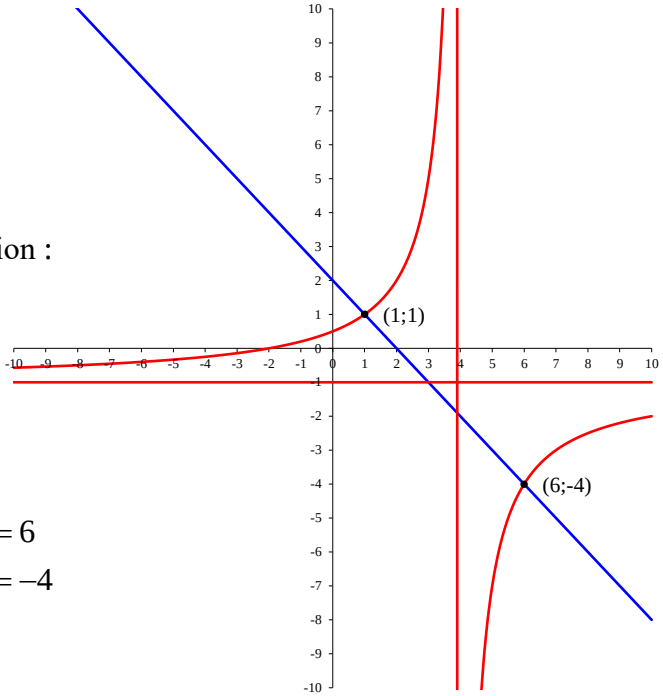
Z.f. : $(-4;0)$ et $(2;0)$

Signes : $\overset{+}{\longrightarrow}\ \underset{0}{\overset{-4}{|}}\ \overset{-}{\longrightarrow}\ \underset{0}{\overset{2}{|}}\ \overset{+}{\longrightarrow} x$

TV :

x	$-\infty$		-4		-1		0		4		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	0	↘	$-\frac{9}{2}$	↗	-4	↗	0	↗	$+\infty$

3. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = \dfrac{x+2}{-x+4} \end{cases}$



Après substitution, on obtient l'équation :

$-x + 2 = \dfrac{x+2}{-x+4}$

$x^2 - 4x - 2x + 8 = x + 2$

$x^2 - 7x + 6 = 0$

Solutions du système : $\begin{cases} x' = 1 \\ y' = 1 \end{cases}$ et $\begin{cases} x'' = 6 \\ y'' = -4 \end{cases}$

ÉTUDES DE FONCTIONS :

$y = -x + 2$

Pente : $a = -1$

O.o. : $x = 0 \Rightarrow y = 2$

Z.f. : $y = 0 \Rightarrow x = 2$

Signe : $\overset{+}{\longrightarrow}\Big|_{0}^{2}\overset{-}{\longrightarrow} x$

T.V. :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	2	↘	0	↘	$-\infty$

$y = \dfrac{x+2}{-x+4}$ $\quad Df = \mathbb{R} - \{4\}$

A.v. $x = 4$ $\quad$ A.h. $y = -1$

O.o. : $\left(0; \dfrac{1}{2}\right)$

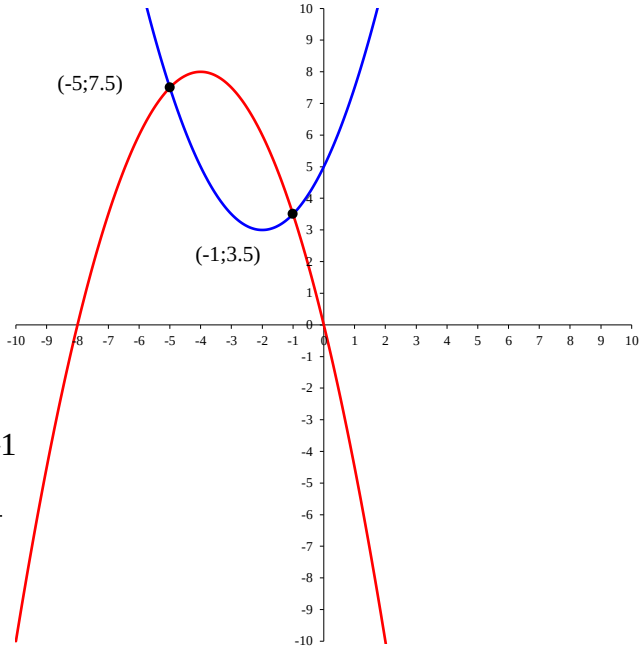
Z.f. : $(-2; 0)$

Signes : $\overset{-}{\longrightarrow}\Big|_{0}^{-2}\overset{+}{\longrightarrow}\Big\|_{}^{4}\overset{-}{\longrightarrow} x$

TV :

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
y	-1	↗	0	↗	$\frac{1}{2}$	↗	$^{+\infty}\Big\|_{-\infty}$	↗	-1

4. $\begin{cases} y = \dfrac{x^2}{2} + 2x + 5 \\ y = -\dfrac{x^2}{2} - 4x \end{cases}$



Après substitution, on obtient l'équation :

$\dfrac{x^2}{2} + 2x + 5 = -\dfrac{x^2}{2} - 4x$

$x^2 + 4x + 10 = -x^2 - 8x$

$2x^2 + 12x + 10 = 0$

$x^2 + 6x + 5 = 0$

Solutions du système : $\begin{cases} x' = -5 \\ y' = \dfrac{15}{2} \end{cases}$ et $\begin{cases} x'' = -1 \\ y'' = \dfrac{7}{2} \end{cases}$

ÉTUDES DE FONCTIONS :

$y = -\dfrac{x^2}{2} - 4x$

Max : $(\alpha;\beta) = (-4;8)$

O.o. : $x = 0 \Rightarrow y = 0$

Z.f. : $(-8;0)$ et $(0;0)$

Signe : $\overset{-}{\longrightarrow}\ \underset{0}{|}\ \overset{+}{\longrightarrow}\ \underset{0}{|}\ \overset{-}{\longrightarrow} x$

T.V. :

x	$-\infty$		-8		-4		0		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	8	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

$y = \dfrac{x^2}{2} + 2x + 5$

Min : $(\alpha;\beta) = (-2;3)$

O.o. : $(0;5)$

Z.f. : aucun

Signes : $\overset{+}{\longrightarrow} x$

TV :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

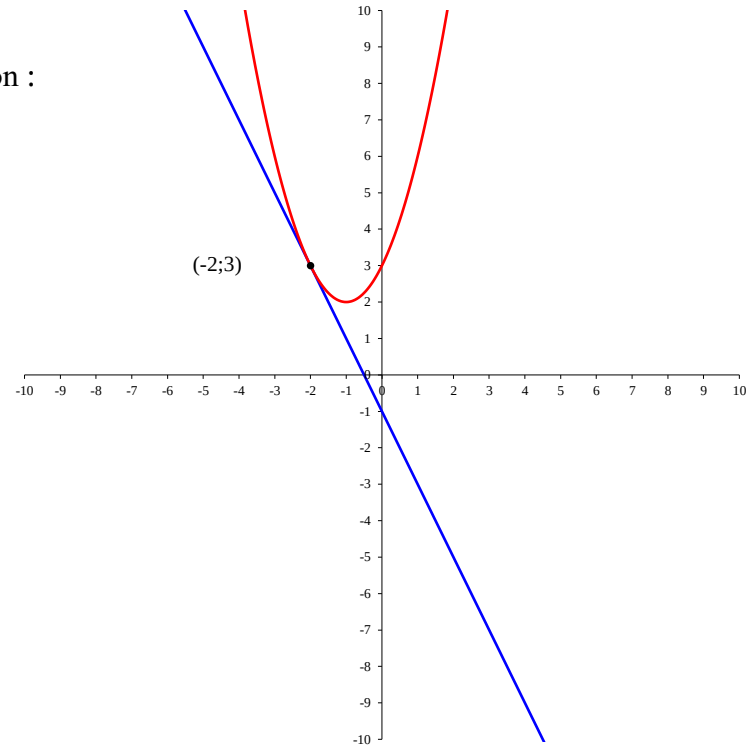
5. $\begin{cases} y = -2x - 1 \\ y = x^2 + 2x + 3 \end{cases}$

Après substitution, on obtient l'équation :

$-2x + 1 = x^2 + 2x + 3$
$x^2 + 4x + 4 = 0$

Solutions du système : $\begin{cases} x' = x'' = -2 \\ y' = y'' = 3 \end{cases}$

Point de tangence



ÉTUDES DE FONCTIONS :

$y = -2x - 1$		$y = x^2 + 2x + 3$	
Pente :	$a = -2$	Min :	$(\alpha;\beta) = (-1;2)$
O.o. :	$x = 0 \Rightarrow y = -1$	O.o. :	$(0;3)$
Z.f. :	$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$	Z.f. :	aucun
Signe :	$+$ sur $]-\infty;-\frac{1}{2}[$, 0 en $-\frac{1}{2}$, $-$ sur $]-\frac{1}{2};+\infty[$	Signes :	$+$ sur $\mathbb{R}$

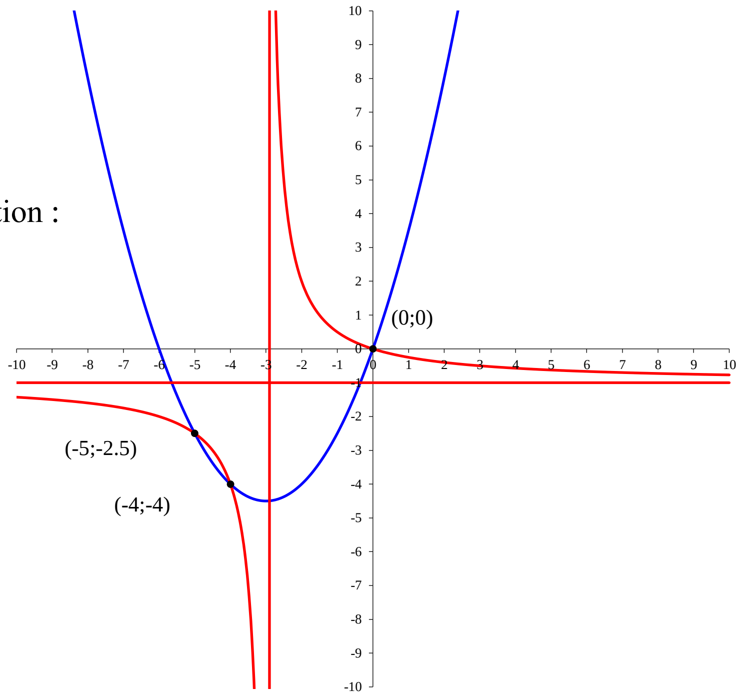
T.V. :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	0	↘	-1	↘	$-\infty$

TV :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	2	↗	3	↗	$+\infty$

6. $\begin{cases} y = \dfrac{x^2}{2} + 3x \\ y = \dfrac{-x}{x+3} \end{cases}$



Après substitution, on obtient l'équation :

$$\frac{x^2}{2} + 3x = \frac{-x}{x+3}$$
$$\frac{x^2 + 6x}{2} = \frac{-x}{x+3}$$
$$x^3 + 3x^2 + 6x^2 + 18x = -2x$$
$$x^3 + 9x^2 + 20x = 0$$
$$x\left(x^2 + 9x + 20\right) = 0$$

Solutions du système : $\begin{cases} x' = -5 \\ y' = -\dfrac{5}{2} \end{cases}$, $\begin{cases} x'' = -4 \\ y'' = -4 \end{cases}$ et $\begin{cases} x''' = 0 \\ y''' = 0 \end{cases}$

ÉTUDES DE FONCTIONS :

$y = \dfrac{-x}{x+3}$ Df $= \mathbb{R} - \{-3\}$

A.v. $x = -3$ A.h. $y = -1$

O.o. : $x = 0 \Rightarrow y = 0$

Z.f. : $y = 0 \Rightarrow x = 0$

Signe : $-$ (avant -3), $\|$ en -3, $+$ entre -3 et 0, 0 en 0, $-$ après 0 → x

T.V. :

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
y	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↘	-1

$y = \dfrac{x^2}{2} + 3x$

Min : $(\alpha;\beta) = \left(-3; -\dfrac{9}{2}\right)$

O.o. : $(0;0)$

Z.f. : $(-6;0)$ et $(0;0)$

Signes : $+$ (avant -6), 0 en -6, $-$ entre -6 et 0, 0 en 0, $+$ après 0 → x

TV :

x	$-\infty$		-6		-3		0		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	0	↘	$-\dfrac{9}{2}$	↗	0	↗	$+\infty$