

CALCULS SUR LES AIRES

1. Chercher le périmètre d'un rectangle qui a pour dimensions : 7,30 m sur 2,60 m.

$$\begin{aligned} \text{Périmètre} &= 2p & 2p &= 2 \cdot 2,60 + 2 \cdot 7,30 \\ & & 2p &= 19,80 \end{aligned}$$

2. Chercher les côtés d'un rectangle sachant que le périmètre a 13 m et que la largeur vaut les $\frac{5}{8}$ de la longueur.

$$\begin{cases} x = \text{largeur} \\ y = \text{longueur} \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 2y = 13 \\ x = \frac{5}{8}y \end{cases} \quad \begin{cases} 2 \cdot \frac{5}{8}y + 2y = 13 \\ \frac{5}{4}y + 2y = 13 \end{cases}$$

$$5y + 8y = 52 \quad \Rightarrow \quad 13y = 52 \quad \Rightarrow \quad y = 4 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{5}{8} \cdot 4 = 2,5$$

3. Un particulier a acheté un jardin carré à Fr. 2250.- l'are. Il l'a fait entourer d'une clôture qui coûte Fr. 5040.- à raison de Fr. 45.- le mètre. Combien a-t-il dû payer en tout ?

$$\text{Périmètre} = \frac{5040}{45} = 112\text{m} \quad \text{Calcul du côté} = \frac{112}{4} = 28$$

$$\text{Surface du carré} = 28^2 = 784\text{m}^2 \quad \text{Prix d'achat} = 7,84 \cdot 2250 + 5040 = \text{Fr.} 22'680.-$$

4. La façade d'un monument est formée d'une partie rectangulaire de 15 m de longueur surmontée d'un fronton triangulaire de 3,50 m de hauteur. La surface de la façade est de 83,75 m². Quelle est la surface de la partie rectangulaire ?

Soit x la largeur du rectangle

$$\begin{aligned} \text{Surface totale : } 15x + \frac{3,50 \cdot x}{2} &= 83,75 & \text{Largeur : } \begin{cases} 15x + \frac{3,50 \cdot x}{2} = 83,75 \\ 30x + 3,50x = 167,50 \\ 33,50x = 167,50 \\ x = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

5. Un champ a la forme d'un trapèze rectangle dont les bases mesurent 120 m et 80 m et la hauteur 60 m. Il est traversé par une route de 10 m de large selon la figure ci-dessous :

Calculer la surface de chacune des surfaces cultivables.

$$\text{Petite base : } 80 - 10 - 15 = 55\text{m} \quad \text{Grande base : } 120 - 10 - 15 = 95\text{m}$$

$$\text{Surface du petit trapèze : } \frac{(95 + 55) \cdot 60}{2} = 4500\text{m}^2 \quad \text{Surface du rectangle : } 15 \cdot 60 = 900\text{m}^2$$

6. Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{2000}$, une parcelle de terrain à la forme d'un trapèze dont les bases ont 12,5 cm et 9 cm et la hauteur 6 cm. On l'échange contre un terrain rectangulaire de même surface ayant 200 m de longueur. Calculer la largeur du rectangle et le prix de la clôture qui l'entoure à Fr. 50.— le mètre.
 Dimensions réelles: Petite base : $9\text{cm} \cdot 2000 = 18000\text{cm} = 180\text{m}$
 Grande base $12,5\text{cm} \cdot 2000 = 25000\text{cm} = 250\text{m}$
 Hauteur : $6 \cdot 2000 = 12000\text{cm} = 120\text{m}$
 Surface réelle du trapèze : $\frac{(180 + 250)}{2} \cdot 120 = 25800\text{m}^2$
 Largeur du rectangle : $\frac{25800}{200} = 129\text{m}$ Périmètre : 658 m Prix : Fr. 32'900.—
7. Un coffret mesure 30 cm de long, 20 cm de large et 12 cm de hauteur. Pour le recouvrir sur toutes ses faces, sauf le fond, on dispose d'une glace de 0,80 m de long sur 0,40 m de large. Quelle est la surface de la glace inutilisée ?
 Surface des petits côtés latéraux : $2 \cdot 20 \cdot 12 = 480\text{cm}^2$
 Surface des grands côtés latéraux : $2 \cdot 30 \cdot 12 = 720\text{cm}^2$
 Surface du dessus : $20 \cdot 30 = 600\text{cm}^2$
 Surface totale de la boîte à recouvrir : $480 + 720 + 600 = 1800\text{cm}^2$
 Surface de la glace : $80 \cdot 40 = 3200\text{cm}^2$
 Surface de la glace inutilisée : $3200 - 1800 = 1400\text{cm}^2$
8. A la terrasse d'un café, il y a 6 caisses à fleurs, dont les parois sont peintes en vert. Chaque caisse mesure : 1 m de long, 0,40 m de large et 0,50 m de haut. S'il faut 200 g de peinture par m^2 , calculer la dépense, la peinture valant Fr. 4.— le kg.
 Surface d'une caisse : $\begin{cases} 2 \cdot 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,4 \cdot 0,5 + 1 \cdot 1 \cdot 0,4 = \\ 1 + 0,4 + 0,4 = 1,80\text{m}^2 \end{cases}$
 Surface des 6 caisses : $6 \cdot 1,80 = 10,80\text{m}^2$ Dépense : $10,80 \cdot 0,2 \cdot 4 = \text{Fr. } 8,65$
9. Une salle de classe a 7,80 m de long, 5,50 m de large et 4,20 m de haut. On recouvre les murs et le plafond de deux couches de peinture à Fr. 15.— le kg. Sachant qu'il faut 350 g de peinture par m^2 , quelle sera la dépense ? On déduira 2 fenêtres de 2,50 m sur 2,80 m chacune et une porte de 2,70 m sur 0,80 m.
 Surface à peindre : $\begin{cases} 2 \cdot 7,80 \cdot 4,20 + 2 \cdot 5,50 \cdot 4,20 + 5,50 \cdot 7,80 - 2,70 \cdot 0,80 - 2 \cdot 2,80 \cdot 2,50 = \\ 65,52 + 46,20 + 42,9 - 2,16 - 14 = 138,46\text{m}^2 \end{cases}$
 Dépenses : $2 \cdot 138,46 \cdot 0,35 \cdot 15 = \text{Fr. } 1453,83$
10. Sur une table ronde de 1,20 m de diamètre, on peint une bordure large de 6 cm. Quelle est la surface de la bordure ?
 Rayon du grand cercle : 60 cm Rayon du petit cercle : 54 cm
 $\begin{cases} A = \pi(60^2 - 54^2) \\ A = 684\pi = 2148,85\text{ cm}^2 \end{cases}$

11. Un bassin circulaire est entouré d'un terrain large uniformément de 7 m qu'on désire ensemer en gazon. Quelle quantité de graines, à raison de 50 g par m², doit-on acheter, sachant que le bord extérieur de la pelouse mesure 77 m ?

$$\text{Circonférence extérieure} = 77 \text{ m} \quad \text{Grand rayon : } \begin{cases} 77 = 2\pi r \\ r = \frac{77}{2\pi} = 12.25 \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{Petit rayon : } 12.25 - 7 = 5.25 \text{ m}$$

$$\text{Surface de la couronne : } \begin{cases} A = \pi[(12.25)^2 - (5.25)^2] \\ A = 122.5\pi = 384.85 \text{ m}^2 \end{cases}$$

$$\text{Quantité de graines : } 384.85 \times 50 = 19242.5 \text{ g} = 19.24 \text{ kg}$$

12. Une piscine de forme rectangulaire de 56 m de long et de 24 m de large est terminée à ses extrémités par deux demi-cercles. On veut établir tout autour un trottoir bétonné de 2,7 m qui revient à Fr. 9,50 le m². Quelle dépense fait-on ?

Surface de la couronne circulaire :

$$A = \pi[(14.7)^2 - (12)^2] = 72.09\pi = 226.48 \text{ m}^2$$

$$\text{Surface autour du bassin rectangulaire : } 2 \times 56 \times 2,7 = 302,4 \text{ m}^2$$

$$\text{Dépense totale : } (226,48 + 302,4) \times 9,50 = \text{Fr. } 5024.36$$

13. La grande circonférence d'une couronne mesure 18,8495559 m. Les rayons ont une différence de 1 m.. Quelle est la surface d'un secteur de cette couronne ayant 70° ?

$$C = 18,8495559$$

$$\text{Grand rayon : } \begin{cases} 18.8495559 = 2\pi r \\ r = \frac{18.8495559}{2\pi} = 3 \text{ m} \end{cases} \quad \text{Petit rayon : } 2 \text{ m}$$

$$\text{Surface du secteur : } A = \frac{70\pi(3^2 - 2^2)}{360} = 3.05 \text{ m}^2$$

14. Sachant que la surface du triangle est de 192 cm², calculer la surface totale de cette pièce.

$$\text{Diamètre du disque : } \begin{cases} 192 = \frac{12D}{2} \\ 384 = 12D \\ D = 32 \Rightarrow r = 16 \end{cases} \quad \text{Surface 1/2 cercle : } A = \frac{\pi \cdot 16^2}{2} = 402.12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Surface totale : } 402.12 + 192 = 594.12 \text{ cm}^2$$

15. La roue d'une voiture fait 400 tours à la minute. La vitesse restant toujours la même, combien de kilomètres cette voiture parcourt-elle en 1 heure 25 minutes sachant que le diamètre de la roue est de 63 cm ?

$$\text{Circonférence de la roue : } 2\pi \cdot (31.5) = 197.92 \text{ cm}$$

$$\text{Distance parcourue : } 197.92 \times 400 \times 85 = 6729280 \text{ cm} = 67.29 \text{ km.}$$

$$16. \text{ Surface : } \frac{\pi(0.56^2 - 0.21^2) \cdot 288}{360} = 0.677 \text{ dm}^2 \quad \text{Poids : } 0.677 \cdot 45 = 30.465 \text{ grammes}$$

$$\text{Longueur du fil : } 0.35 \cdot 2 + \frac{2\pi(0.56 + 0.21) \cdot 288}{360} = 4.57 \text{ dm}$$

CALCULS SUR LES VOLUMES

1. Quel est le volume d'un cône de 6 m de diamètre et de 7,10 m de hauteur ?

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{h}{3}$$

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{7.1}{3} = 21.3\pi = 66.92 \text{ m}^3$$

2. Un presse-papier en marbre a la forme d'une pyramide dont la base est un carré de 24 cm de pourtour et dont la hauteur est de 4,5 cm . Quel est le poids de ce presse-papier, si le dm^3 pèse 2,7 kg.

$$\text{Volume de la pyramide : } V = \frac{n \cdot c \cdot a_b \cdot h}{2 \cdot 3} \quad V = \frac{4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 4.5}{2 \cdot 3} = 54 \text{ cm}^3 = 0.054 \text{ dm}^3$$

$$\text{Poids : } 0.054 \times 2,7 = 0.1458 \text{ kg} = 145.8 \text{ g}$$

3. La plus grande pyramide d'Égypte, dont la hauteur mesure 142 m a pour base un carré de 233 m de côté. La pyramide supposée pleine, quelle serait la longueur d'un mur de 2 m de haut et 50 cm de large construit avec les pierres de cette pyramide ?

$$\text{Volume de la pyramide : } V = \frac{4 \cdot 233 \cdot 116.5}{2} \cdot \frac{142}{3} = 2569679.33 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume du mur : } \begin{cases} 2569679.33 = L \cdot 0.5 \cdot 2 \\ L = \frac{2569679.33}{0.5 \cdot 2} = 2569679.33 \text{ m} = 2569.68 \text{ km} \end{cases}$$

4. Volume de la borne : $40 \cdot 40 \cdot 20 + \frac{\pi \cdot 20^2}{2} \cdot 20 = 44566.371 \text{ cm}^3$

5. Quelle est la hauteur d'un cône de 77 dm^3 de volume et 84 cm de diamètre ?

$$\text{Volume du cône : } 77000 = \pi \cdot (42)^2 \cdot \frac{h}{3} \Rightarrow h = \frac{77000 \cdot 3}{\pi \cdot 1764} = 41.68 \text{ cm}$$

6. Un cube a 36 cm d'arête. Combien de cubes de 18 mm d'arête faut-il pour le remplir exactement ?

$$V = 36^3 = 46656 \text{ cm}^3 \quad \text{Volume des petits cubes : } 18^3 = 5832 \text{ mm}^3$$

$$\text{Nombre de cubes : } \frac{46656000}{5832} = 8000 \text{ cubes}$$

7. Un tas de briques a la forme d'un cube de 1,20 m d'arête et contient 1512 briques. Combien de briques semblables y a-t-il dans un autre tas cubique de 6 m de côté et quel est leur prix à raison de Fr. 140.— le mille ?

$$\text{Volume du cube : } (1,20)^3 = 1.728 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume d'une brique : } \frac{1.728}{1512} = 0.001142857 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume du 2^e tas : } (6)^3 = 216 \text{ m}^3$$

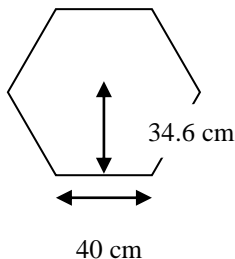
$$\text{Nombre de briques : } \frac{216}{0.001142857} = 189000 \text{ briques}$$

$$\text{Prix : } 189 \times 140 = \text{Fr. } 26460.-$$

8. Une cour a la forme d'un trapèze dont les bases mesurent 47 m et 43 m, et la hauteur 30 m. On étend sur cette cour 81 tombereaux de gravier contenant chacun 0,9 m³. Quelle sera l'épaisseur moyenne de la couche de gravier ?

$$\frac{(47+43)}{2} \cdot 30 \cdot h = 81 \cdot 0.9 \Leftrightarrow 1350h = 72.9 \Leftrightarrow h = 0.054 \text{ m}$$

9. Une colonne, dont la base est un hexagone régulier, a un volume de 1245,6 dm³. le côté de la base mesure 40 cm et l'apothème 34,6 cm. Quel est le prix de la peinture de cette colonne si l'on demande Fr. 21.— par m² ?



Hauteur de la colonne:

$$A_{\text{base}} \cdot h = 1245600$$

$$\frac{40 \cdot 34.6 \cdot 6}{2} \cdot h = 1245600$$

$$h = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}$$

Aire totale à peindre :

$$\frac{40 \cdot 34.6 \cdot 6}{2} \cdot 2 + 40 \cdot 300 \cdot 6 = 80304 \text{ cm}^2$$

$$\text{Prix de la peinture : } 80304 \cdot 21 = \text{Fr. } 168.65$$

10. La base d'un prisme droit est un losange de 15 cm de côté, 18 cm de petite diagonale et 24 cm de grande diagonale. Sachant que l'aire latérale de ce prisme est de 1920 cm², calculer son volume.

$$\text{Aire d'une face : } \frac{1920}{4} = 480 \text{ cm}^2 \quad \text{Hauteur du prisme : } \frac{480}{15} = 32 \text{ cm}$$

$$\text{Volume : } \frac{24 \cdot 18}{2} \cdot 32 = 6912 \text{ cm}^3$$

$$11. \text{ Volume de la pièce : } \frac{20+30}{2} \cdot 30 \cdot 10 - \frac{\pi \cdot 10^2}{2} \cdot 10 = 5929.2 \text{ cm}^3$$

$$\text{Poids : } 5929.2 \cdot 7.8 = 46247.76 \text{ grammes} = 46.25 \text{ kilogrammes}$$

$$12. \text{ Calcul de l'angle : } \frac{\pi \cdot 5.1^2 \cdot \alpha}{360} \cdot 2 = 27 \Rightarrow \alpha = 59.48^\circ$$

$$13. \text{ Volume : } \frac{\pi \cdot 40^2 \cdot 288}{360} \cdot 805 = 3237097.1 \text{ cm}^3 = 3237.1 \text{ dm}^3$$

$$\text{Poids : } 3237.1 \cdot 2.7 = 8740.17 \text{ kg}$$

$$14. \text{ Volume d'air : } \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 12^3 = 7238.23 \text{ m}^3$$

$$15. \text{ Volume : } 1^2 \cdot \pi \cdot 14 + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 11.5^3 = 6414.61 \text{ cm}^3 = 6.415 \text{ dm}^3$$

$$\text{Contenance : } 6.415 \text{ litres} = 64.15 \text{ dl}$$