Universidade Estadual de Feira de Santana
Curso de Engenharia de Computação
TEC508 - Computação de Alto Desempenho
Prof. Angelo Duarte

# Enuncidado do Trabalho - 2017-2

## Modelagem do Problema

O problema em questão é inspirado na pesquisa do professor Antonio Delson do Departamento de Física da UEFS, para analisar as condições tecnológicas necessárias para o estabelecimento do encontro (*Rendezvous*) entre dois objetos espaciais em algumas condições específicas. O problema pode ser declarado como se segue:

*Problema– Encontrar o tempo mínimo no qual ocorre Rendezvous entre dois objetos espaciais (um veículo e um detrito). O Rendezvous corresponde ao encontro dos dois corpos com distância e velocidade relativas nulas.*

Um caso particular deste problema é a coleta de lixo espacial por um veículo espacial projetado para este fim. Nestes casos, o veículo é provido de um radar que detecta o detrito e, a partir disso, deverá utilizar sua propulsão para ir ao encontro do detrito (*Rendezvous*) e coletá-lo.

O modelo matemático deste problema é expresso a seguir.

## Distância relativa

As componentes cartesianas da distância relativa entre os dois objetos em função do tempo, tendo um deles como referência, $(x(t), y(t), z(t))$, são definidas como segue, sendo $r(t)$ o módulo da distância relativa entre os dois objetos (Jesus, 2012):

$$x(t) = 2 * (A\sin(wt) - B\cos(wt)) + Et + \sum_{n=1}^{N} F_n e^{-n\gamma t} + G \tag{1}$$

$$y(t) = A\cos(wt) + B\sin(wt) + \sum_{n=1}^{N} C_n e^{-n\gamma t} + D \tag{2}$$

$$z(t) = H\cos(wt) + I\sin(wt) - \sum_{n=1}^{N} J_n e^{-n\gamma t} \tag{3}$$

$$r(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)} \tag{4}$$

## Velocidade relativa

As componentes cartesianas da velocidade relativa entre os dois objetos em função do tempo tendo um deles como referência, $(\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t))$, são definidas como segue, sendo $v(t)$ o módulo da velocidade relativa entre os dois objetos (Jesus, 2012)

$$\dot{x}(t) = 2 * (Aw\cos(wt) + Bw\sin(wt)) + E + \sum_{n=1}^{N} F_n(-n\gamma e^{-n\gamma t}) \tag{5}$$

$$\dot{y}(t) = -Aw\sin(wt) + Bw\cos(wt) + \sum_{n=1}^{N} C_n(-n\gamma e^{-n\gamma t}) \tag{6}$$

$$\dot{z}(t) = -Hw\sin(wt) + Iw\cos(wt) - \sum_{n=1}^{N} J_n(-n\gamma e^{-n\gamma t}) \tag{7}$$

$$v(t) = \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t) + \dot{z}^2(t)} \tag{8}$$

## Constantes

Para resolver as equações acima, devem ser calculadas as seguintes constantes:

$$A = \frac{2\dot{x_0}}{w} - 3y_0 + \frac{2\mathtt{Ve}_x}{w}\ln\left(\frac{\chi+1}{\chi}\right) - \sum_{n=1}^{N}\left[\frac{(-1)^{n+1}}{n\chi^n}\left(\frac{2\mathtt{Ve}_x}{w} + \frac{n\gamma\mathtt{Ve}_y}{w^2}\right)\frac{1}{1+(\frac{n\gamma}{w})^2}\right] \tag{9}$$

$$B = \frac{\dot{y_0}}{w} + \frac{\mathtt{Ve}_y}{w}\ln\left(\frac{\chi+1}{\chi}\right) + \sum_{n=1}^{N}\left[\frac{(-1)^{n+1}}{n\chi^n}\left(\frac{\mathtt{Ve}_y}{w} + \frac{n\gamma\mathtt{Ve}_x}{w^2}\right)\frac{1}{1+(\frac{n\gamma}{w})^2}\right] \tag{10}$$

$$C_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n\chi^n}\left(\mathtt{Ve}_x + \frac{n\gamma\mathtt{Ve}_y}{w^2}\right)\frac{1}{1+(\frac{n\gamma}{w})^2} \tag{11}$$

$$D = 4y_0 - \frac{2\dot{x_0}}{w} - \frac{\mathtt{Ve}_x}{w}\ln\left(\frac{\chi+1}{\chi}\right) \tag{12}$$

$$E = 6wy_o - 3\dot{x_0} - 3\mathtt{Ve}_x\ln\left(\frac{\chi+1}{\chi}\right) \tag{13}$$

$$F_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n\chi^n}\left(\frac{2\mathtt{Ve}_y}{w} + \frac{4\mathtt{Ve}_x}{n\gamma}\right)\frac{1}{1+(\frac{n\gamma}{w})^2} - \frac{\mathtt{Ve}_x}{n\gamma} \tag{14}$$

$$G = \frac{2\dot{y_0}}{w} + x_0 + 2\frac{\mathtt{Ve}_y}{w}\ln\left(\frac{\chi+1}{\chi}\right) - \sum_{n=1}^{N}\left[\frac{(-1)^{n+1}}{n^2\chi^n} \times \frac{3\mathtt{Ve}_x}{w}\right] \tag{15}$$

$$H = z_0 + \sum_{n=1}^{N}\left[\frac{(-1)^{n+1}\mathtt{Ve}_x\gamma}{\gamma^n w^2} \times \frac{1}{1+(\frac{n\gamma}{w})^2}\right] \tag{16}$$

$$I = \frac{\dot{z}_0}{w} - \frac{\mathtt{Ve}_z}{w} \ln\Big(\frac{\chi + 1}{\chi}\Big) + \sum_{n=1}^{N} \Big[\frac{(-1)^{n+1}}{n^2 \chi^n w} \times \mathtt{Ve}_z \times \frac{1}{1 + (\frac{n\gamma}{w})^2}\Big] \quad (17)$$

$$J_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n \chi^n w} \times \mathtt{Ve}_z \times \frac{1}{1 + (\frac{n\gamma}{w})^2} \quad (18)$$

Estas constantes variam conforme parâmetros tecnológicos de propulsão e massa do veículo espacial projetado. No problema astronômico, as influências destas constantes devem ser estudadas para a obtenção do *Rendezvous*, conforme as combinações entre elas, sabendo-se que:

- $\gamma$ (Fator de potência)= Faixa de $10^{-14}$ a $10^2$ em passos de uma ordem de grandeza (x10)
- $\chi$ (Fator de massa) = Faixa de 1 a 100 em passos de 1
- Ve (Velocidade de exaustão) = Faixa de 0,5 km/s até 5,0 km/s em passos de 0,5 km/s (por simplificação considera-se que $\mathtt{Ve}_x = \mathtt{Ve}_y = \mathtt{Ve}_z = \mathtt{Ve}^2/3$)

## Problema Computacional

Conhecendo-se os parâmetros tecnológicos do veículo espacial, encontrar os instantes de tempo $t$ em que ocorre o *Rendezvous* ($r(t) = v(t) = 0$) para os seguintes parâmetros de entrada:

- $x_0, y_0, z_0$ - coordenadas da distância inicial do detrito
- $\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ - coordenadas da velocidade inicial do detrito
- $N$ - Limite máximo para os somatórios (esse valor merece ser estudado a priori para definir qual o limite máximo adequado para evitar cômputos desnecessários)
- $\Delta t$ - Passo de tempo de simulação
- $T_{max}$ = Máximo tempo a simular
- $Alt$ = Altura do veículo em relação à superfície da terra
- $w$ (Velocidade angular) = $\frac{398600.4418}{\sqrt{6378.0 + Alt^3}}$