

MODELAGEM MATEMÁTICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA INTERFACE METAL/MOLDE

Marcelo de Aquino Martorano e José Deodoro Trani Capocchi

Professores do Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
São Paulo - SP
CEP 05508-900
E-mail: martoran@usp.br , jdtcapoc@usp.br

RESUMO

O coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde de um sistema de solidificação unidirecional foi calculado através do método do domínio completo ("whole domain method"), utilizado para solucionar de forma inversa a equação diferencial de condução de calor com mudança de fase. Curvas de resfriamento coletadas durante a solidificação da liga Cu-8%Sn em quatro condições experimentais diferentes foram utilizadas como dado de entrada do método implementado. O coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde foi calculado nas diferentes condições experimentais e mostraram uma boa concordância com alguns resultados da literatura.

Palavras-chave: interface metal/molde; problema inverso; solidificação direcional.

ABSTRACT

The heat transfer coefficient at the metal-mould interface of a unidirectional solidification system was calculated by an algorithm that uses the whole domain method for the inverse solution to the heat conduction differential equation with phase change. Experimental curves of temperature as a function of time, collected during solidification of Cu-8%Sn alloys subject to four different conditions, were used as input to the algorithm. Accordingly, the heat transfer coefficient at the metal-mould interface was obtained for those conditions. The estimated heat transfer coefficient values are in good agreement with the ones published in the literature.

Keywords: metal mould interface; inverse problem; unidirectional solidification.

1. Introdução

A modelagem matemática dos processos de solidificação de ligas metálicas vem sofrendo grandes avanços nas últimas décadas. Entretanto, ainda não há modelos consagrados para tratar a transferência de calor na interface entre o metal da peça fundida e o respectivo molde (interface metal/molde) através de princípios fundamentais. A transferência de calor na interface metal/molde é pouco importante na modelagem matemática da fundição em moldes de areia, porém é essencial no caso de moldes metálicos.^[1]

Ho e Pehlke^[1], Sharma e Krishnan^[2], e Chiesa^[3] investigaram os mecanismos fundamentais de transferência de calor através da interface metal/molde. Observa-se que a modelagem da transferência de calor através desta interface utilizando os mecanismos definidos por estes autores é extremamente complexa, estimulando o desenvolvimento de métodos simplificados de cálculo. Entre estes métodos, pode-se citar o método da solução inversa do problema de condução de calor.^[4]

O método do domínio completo ("whole domain method") é um método de solução inversa que foi inicialmente empregado por Frank^[5] para solucionar problemas lineares de condução de calor. Posteriormente, Spitzer^[6] utilizou este método para a obtenção de coeficientes de transferência de calor no problema não-linear da solidificação de ligas, obtendo resultados em boa concordância com dados publicados na literatura.

O presente trabalho tem como principal objetivo a implementação de um modelo matemático para o cálculo do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde de um sistema de solidificação direcional. O modelo foi aplicado à solidificação direcional de amostras da liga Cu-8%Sn, submetidas a quatro condições de processamento geralmente empregadas na fundição em moldes metálicos. As condições de processamento utilizadas

foram selecionadas para investigar o efeito de diferentes variáveis térmicas e diferentes estruturas dendríticas no coeficiente de transferência de calor.

2. Experimentos

Cargas de composição nominal Cu-8%Sn compostas de cobre e estanho eletrolíticos foram fundidas em um forno a resistência elétrica e desoxidadas com Cu-15%P. O banho líquido foi vazado na cavidade do sistema de solidificação direcional mostrado na Figura 1, obtendo-se amostras cilíndricas. O sistema de solidificação consistiu de uma luva isolante térmica à base de mulita (Kalmin TH - FOSECO), apoiada sobre uma base de cobre empregada para extrair calor direcionalmente.

Termopares tipo R (Pt-13%Rh, Pt) foram posicionados no interior da cavidade cilíndrica do sistema. Um termopar extra (TM7) foi inserido na base de cobre maciça, próximo à interface metal/molde. Todos os termopares foram conectados a um sistema de aquisição de dados, que armazenou as curvas de resfriamentos obtidas durante os experimentos. Estas curvas foram utilizadas como entradas do método matemático implementado.

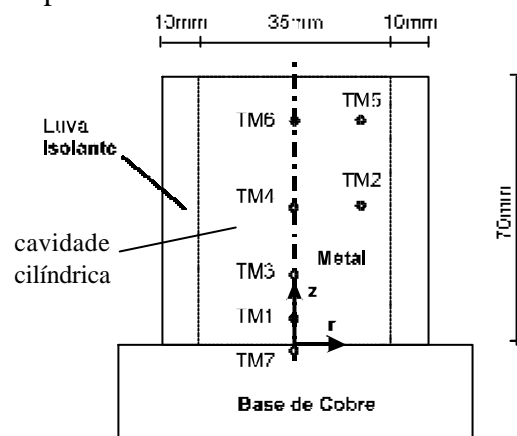


Figura 1 - Desenho esquemático do sistema de solidificação direcional. Os termopares são indicados como TM, onde TM7 é um termopar presente apenas quando a base maciça foi utilizada.

As condições experimentais dos ensaios foram definidas a partir de um planejamento experimental fatorial.

Utilizaram-se duas variáveis a dois níveis cada, resultando em quatro diferentes condições experimentais mostradas na Tabela 1. As duas variáveis foram denominadas “Condição Térmica” e “Inoculação”, e os seus níveis estão indicados abaixo:

- Condição Térmica (A) – Condições térmicas que favorecem o crescimento dendrítico equiaxial, correspondendo à temperatura de vazamento de 1110°C e à utilização de uma base de cobre maciça, recoberta com um revestimento isolante à base de mulita (Dycote 140 - FOSECO);
- Condição Térmica (B) – Condições térmicas que favorecem o crescimento dendrítico colunar, correspondendo à temperatura de vazamento de 1270°C e à utilização de uma base de cobre refrigerada a água;
- Inoculação (A) – Nenhuma inoculação realizada;
- Inoculação (B) – Cu-50%Zr foi utilizada para inoculação antes do vazamento.

Tabela 1 - Definição das condições experimentais, onde CT indica a condição térmica e I indica a condição de inoculação..

Experimento	CT	I
Eq-Inoc	A	B
Eq-NoInoc	A	A
Col-Inoc	B	B
Col-NoInoc	B	A

Maiores detalhes dos experimentos podem ser encontrados na literatura^[7].

3. Cálculo do coeficiente de Transferência de Calor

O coeficiente de transferência de calor foi calculado através do método do domínio completo (“whole domain method”), utilizado para a solução inversa da equação diferencial de condução de calor com mudança de fase. No presente trabalho, a solução inversa forneceu o coeficiente de transferência de calor, que é um parâmetro definido nas condições de contorno de um modelo matemático para o transporte de calor no sistema. O método empregado na

solução inversa é simplesmente uma busca pelo coeficiente de transferência de calor que resulta no menor erro entre as curvas de resfriamento calculadas por um modelo matemático predefinido e as curvas obtidas experimentalmente.

Um primeiro passo para a implementação do método foi a definição de um modelo matemático que fornecesse as curvas de resfriamento a partir de um dado coeficiente de transferência de calor. Posteriormente, implementou-se o método dos mínimos quadrados para a minimização do erro entre as curvas calculadas pelo modelo e as curvas medidas nos experimentos durante o ensaio.

3.1. Cálculo das Curvas de Resfriamento

O modelo matemático para o cálculo das curvas de resfriamento foi construído através da aplicação da equação de condução de calor à cavidade do sistema de solidificação e à parede lateral isolante. Um sistema de coordenadas cilíndricas (r,z) foi adotado como apresentado na Figura 1 e a seguinte equação diferencial foi utilizada:

$$r_i \frac{\partial H_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_i \frac{\partial T_i}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \kappa_i \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) \quad [1]$$

$$i = \begin{cases} m, \text{ Luva} \\ M, \text{ Metal} \end{cases}$$

onde i representa o metal (M) ou a parede isolante (m); H é a entalpia, que no caso do metal foi calculada com base na fração de sólido local, no calor latente de solidificação (ΔH_s) e nos calores específicos (c_p) do sólido e do líquido; ρ e K são, respectivamente, a densidade e a condutividade térmica, calculadas como uma média dos valores na fase sólida e líquida, ponderadas pela fração de sólido local; T é a temperatura e t é o tempo. No início da simulação, a temperatura da liga líquida foi assumida uniforme e o seu valor foi obtido a partir das curvas de resfriamento experimentais. A temperatura inicial da parede isolante foi assumida igual a 25 °C. As condições de contorno utilizadas para o domínio do metal estão mostradas abaixo:

$$\kappa_M \frac{\partial T_M}{\partial r} (r = 0, z, t) = 0 \quad [2]$$

$$K_M \frac{\partial T_M}{\partial r}(r = R_i, z, t) = h_m (T_{sm} - T_{sM}) \quad [3]$$

$$K_M \frac{\partial T_M}{\partial z}(r, z = 0, t) = h_M (T_{sM} - T_{w/B}) \quad [4]$$

$$T_M(r, z = L, t) = f(TM5, TM6) \quad [5]$$

onde R_i é o raio interno total da cavidade cilíndrica; T_{sM} é a temperatura na superfície lateral do metal; T_{sm} é a temperatura na superfície interna da parede isolante; $T_{w/B}$ é a temperatura da água de refrigeração para o caso da base refrigerada ($T_{w/B} \approx 26^\circ\text{C}$) ou a temperatura fornecida pelo termopar TM7 (Figura 1) para o caso da base maciça de cobre; L é a coordenada longitudinal (z) dos termopares TM5 e TM6, que estão localizados no contorno superior do domínio e, finalmente, h_m e h_M são, respectivamente, os coeficientes de transferência de calor na interface entre o metal e a parede lateral isolante (m) e na interface entre o metal (M) e a base de cobre. Inicialmente, um valor estimado deve ser atribuído a estes coeficientes, pois eles são desconhecidos.

A equação [5] é uma condição de contorno do tipo Dirichlet, onde a temperatura do contorno superior é dada por uma interpolação dos dados fornecidos pelos termopares TM5 e TM6. A equação [2] é uma condição de parede adiabática ou de simetria, ou seja, não há fluxo de calor através deste contorno. As equações [3] e [4] são condições de contorno mistas, que definem os coeficientes de transferência de calor a serem calculados.

Como a equação diferencial [1] também foi solucionada no interior da parede isolante, foram definidas condições para o contorno deste domínio. Além da equação [3], as seguintes equações foram utilizadas:

$$K_m \frac{\partial T_m}{\partial r}(r = R_e, z, t) = h_c (T_{s\infty} - T_\infty) \quad [6]$$

$$K_m \frac{\partial T_m}{\partial r}(r, z = 0, t) = 0 \quad [7]$$

$$K_m \frac{\partial T_m}{\partial z}(r, z = L, t) = h_c (T_{s\infty} - T_\infty) \quad [8]$$

onde R_e é o raio total externo da parede isolante; T_∞ é a temperatura ambiente; $T_{s\infty}$ é a temperatura na superfície externa da parede isolante e h_c é o coeficiente de transferência de calor entre a luva isolante e o ambiente, que foi calculado segundo a equação abaixo:

$$h_c = 0,259 + 2,465 (T_{s\infty} - T_\infty)^{1/4} \quad [9]$$

onde a dimensão de h_c é $\text{W/m}^2\text{K}$ e a dimensão da temperatura é graus Kelvin. Esta equação foi obtida a partir de relações adimensionais desenvolvidas para a transferência de calor por convecção natural na parede lateral de um cilindro vertical.^[8]

Na Figura 2 estão indicados o domínio de cálculo e a equação empregada como condição em cada contorno.

A equação diferencial [1], sua condição inicial e condições de contorno definidas pelas equações [2] a [8] foram solucionadas através do método dos volumes finitos, formulação implícita,^[9] empregando-se uma malha bidimensional de 21 (direção z) por 25 (direção r) volumes finitos. A mudança de fase foi tratada pelo método da entalpia de forma análoga àquela proposta por Shamsundar e Roosz^[10]. Através deste método, inicialmente se calculava a variação de entalpia para um dado volume finito após um passo de tempo Δt do método numérico. Posteriormente obtinha-se a variação de temperatura do volume utilizando-se os calores específicos do metal sólido e líquido, ponderados pela fração de sólido (f_s), que foi calculada assumindo-se uma variação linear com a temperatura no intervalo de solidificação:

$$f_s = \frac{(T - T_L)}{(T_S - T_L)} \quad [10]$$

onde T_L e T_S são as temperaturas liquidus e solidus da liga Cu-8%Sn, obtidas a partir do diagrama de fases.^[11] As propriedades utilizadas na simulação estão mostradas na Tabela 2.

Tabela 2 – Propriedades utilizadas nas simulações; a temperatura T deve ser fornecida em graus Kelvin.

Propriedades	Metal líquido	Metal sólido	Parede Isolante
K (W/mK)	95,48	$24,8 + 0,13 T$	$2,6 \times 10^{-2} + 1,1 \times 10^{-4} T$
c_p (J/kgK)	437,5	$329,79 + 8,278 \times 10^{-2} T$	$1109 + 9,05 \times 10^{-3} T$
ρ (kg/m ³)	7903,9	8800	340
ΔH_s (kJ/kg)	194	-	-
T_L (K)	1301	-	-
T_s (K)	-	1131	-

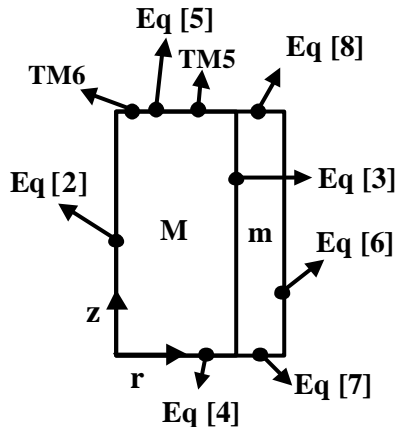


Figura 2 – Domínio de cálculo e a indicação da equação utilizada como condição de contorno.

O modelo matemático descrito foi implementado através da linguagem de programação ANSI C. No intuito de validar o código computacional, alguns resultados do modelo foram comparados com resultados de diversas soluções analíticas e numéricas disponíveis na literatura.^[7]

3.2. Minimização do Erro entre as Curvas de Resfriamento

As curvas de resfriamento fornecidas pelo modelo matemático apresentado no item anterior são funções das coordenadas de posição e tempo, r , z , t e dos coeficientes de transferência de calor h_m e h_M . Logo, estas temperaturas calculadas (TC) podem ser representadas como:

$$TC = TC(r, z, t, h_m, h_M) \quad [11]$$

onde h_m e h_M são as incógnitas do problema. Inicialmente, valores aproximados serão assumidos para estas incógnitas. Os

valores serão melhorados após cada iteração do método.

Sabe-se que o coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde, h_M , pode variar significativamente ao longo do tempo.^[2] Consequentemente, em lugar de assumir uma única incógnita para representar o valor de h_M , considerou-se que este era definido por um conjunto de incógnitas (h_1, h_2, \dots, h_n). Estes valores representariam o coeficiente h_M em instantes de tempo predefinidos, entre os quais assumiu-se um comportamento linear, como mostrado na Figura 3.

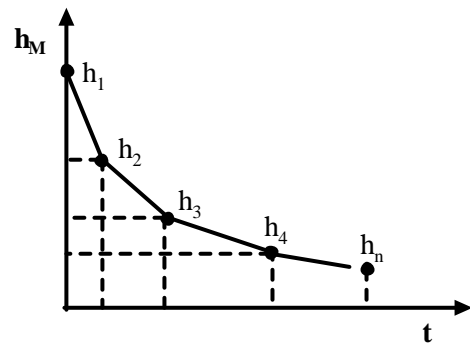


Figura 3 – Comportamento assumido para o coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde.

Desta forma, as temperaturas calculadas podem ser escritas como:

$$TC(r, z, t, h_1, h_2, \dots, h_n, h_m) = TC(r, z, t, \vec{h}) \quad [12]$$

onde \vec{h} representa o conjunto de valores que serão calculados pelo método a ser descrito a seguir.

Definiu-se o erro quadrático (Eq) como a soma do quadrado das diferenças

entre as temperaturas medidas (TM) e as temperaturas calculadas (TC):

$$Eq(\bar{h}) = \sum_{k=1}^q \sum_{v=1}^p [TC(r_K, z_K, t_v, \bar{h}) - TM_{k,v}]^2 \quad [13]$$

onde p é o número de valores de temperatura fornecido por cada termopar ao longo do tempo; q é o número de termopares utilizados no processo de minimização (4 termopares: TM1 a TM4); v é o índice indicando cada instante de tempo de medida e k é o índice de cada termopar. No método do domínio completo utilizam-se todos os valores de temperatura coletados no tempo e espaço para calcular o erro quadrático. Assume-se, finalmente, que os valores de \bar{h} corretos resultarão no menor erro quadrático dado pela equação [13]. Algumas condições matemáticas necessárias neste ponto de mínimo podem ser obtidas igualando-se a zero a derivada do erro quadrático em relação a cada uma das incógnitas, denominadas h_i . Cada uma destas derivadas resultará em uma equação do sistema não-linear contendo (n + m) equações, mostradas a seguir:

$$\sum_{k=1}^q \sum_{v=1}^p [TC(r_K, z_K, t_v, \bar{h}) - TM_{k,v}] \frac{\partial TC(r_K, z_K, t_v, \bar{h})}{\partial h_i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n, m \quad [14]$$

O problema de cálculo dos coeficientes de transferência de calor, \bar{h} , que são as únicas incógnitas, resume-se em solucionar este sistema de equações.

O método de Newton-Rapson foi utilizado para esta tarefa após uma expansão de TC em série de Taylor:

$$TC(r_K, z_K, t_v, \bar{h} + D\bar{h}) \approx TC(r_K, z_K, t_v, \bar{h}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial TC(r_K, z_K, t_v, \bar{h})}{\partial h_i} Dh_i \quad i = 1, 2, \dots, n, m \quad [15]$$

onde \bar{h} é agora apenas uma aproximação para os valores dos coeficientes de transferência de calor e $\Delta \bar{h}$ é a correção que deve aproximar estes valores aos valores da solução da equação [14]. A aproximação é obtida ou por uma estimativa inicial, ou a partir dos valores da iteração anterior. Logo, as novas incógnitas são,

agora, $\Delta \bar{h}$. Substituindo a equação [15] na equação [14], escrita para $\bar{h} + \Delta \bar{h}$, e realizando a aproximação abaixo:

$$\frac{\partial TC(r_K, z_K, t_v, \bar{h} + D\bar{h})}{\partial h_i} \approx \frac{\partial TC(r_K, z_K, t_v, \bar{h})}{\partial h_i} \quad [16]$$

o seguinte sistema final de (n + m) equações lineares é obtido:

$$\left(\sum_{k=1}^q \sum_{v=1}^p \frac{\partial TC_{k,v}}{\partial h_1} \frac{\partial TC_{k,v}}{\partial h_i} \right) Dh_1 + \left(\sum_{k=1}^q \sum_{v=1}^p \frac{\partial TC_{k,v}}{\partial h_2} \frac{\partial TC_{k,v}}{\partial h_i} \right) Dh_2 + \dots \dots + \left(\sum_{k=1}^q \sum_{v=1}^p \frac{\partial TC_{k,v}}{\partial h_n} \frac{\partial TC_{k,v}}{\partial h_i} \right) Dh_n + \left(\sum_{k=1}^q \sum_{v=1}^p \frac{\partial TC_{k,v}}{\partial h_m} \frac{\partial TC_{k,v}}{\partial h_i} \right) Dh_m = - \sum_{k=1}^q \sum_{v=1}^p \left[(TC_{k,v} - TM_{k,v}) \frac{\partial TC_{k,v}}{\partial h_i} \right] \quad i = 1, 2, \dots, n, m \quad [17]$$

onde o cálculo de $TC_{k,v}$ e de todos os coeficientes $\frac{\partial TC_{k,v}}{\partial h_i}$ é a única tarefa do

modelo matemático de transferência de calor descrito no item 3.1. Através do sistema de equações acima, obtêm-se as incógnitas $\Delta \bar{h}$, que são utilizadas para corrigir \bar{h} . Este processo, envolvendo a solução do sistema [17] para a obtenção de $\Delta \bar{h}$ e a utilização destes valores para a correção de \bar{h} , deve ser executado diversas vezes (iterações), até que $\Delta \bar{h}$ seja desprezível em comparação à \bar{h} .

4. Resultados e Discussão

Após fundição, as amostras cilíndricas foram divididas em duas partes iguais através de um corte longitudinal. Uma parte foi polida e tratada com reagentes químicos, revelando a macroestrutura dendrítica mostrada na Figura 4. Nos experimentos Eq-Inoc e Col-Inoc, onde houve a adição de inoculante, a estrutura dendrítica foi completamente equiaxial. Nos experimentos Eq-NoInoc e Col-NoInoc, uma estrutura colunar de 20mm e 40mm de comprimento, respectivamente, foi observada adjacente à interface com a base de cobre.

Os valores do coeficiente de transferência de calor entre o metal e a base

de cobre, calculados como explicado anteriormente, estão mostrados na Figura 5 para os quatro experimentos. Como estes valores são aqueles que resultaram em um menor erro quadrático entre as curvas de resfriamento medidas e calculadas, fez-se uma comparação destas curvas na Figura 6. Observa-se uma excelente concordância entre estas curvas, indicando um correto funcionamento do método desenvolvido.

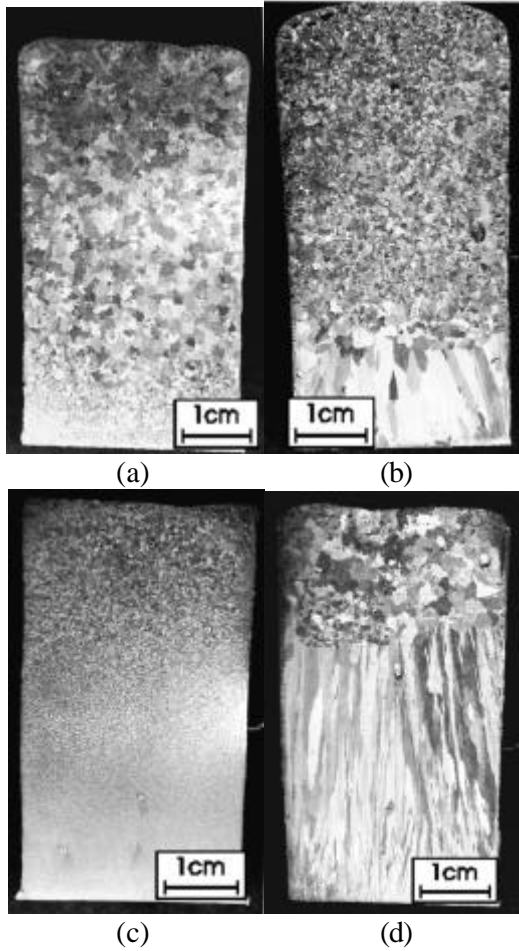


Figura 4 – Macroestrutura da seção longitudinal das amostras cilíndricas: (a)Eq-Inoc; (b)Eq-NoInoc; (c)Col-Inoc; (d)Col-NoInoc. Ataque: 500ml Etanol, 25g FeCl₃, 15ml HCl.

A transferência de calor global entre a superfície inferior do cilindro metálico e a superfície da base de cobre maciça, utilizada nos ensaios Eq-Inoc e Eq-NoInoc, pode ser dividida nos seguintes componentes.^[3]

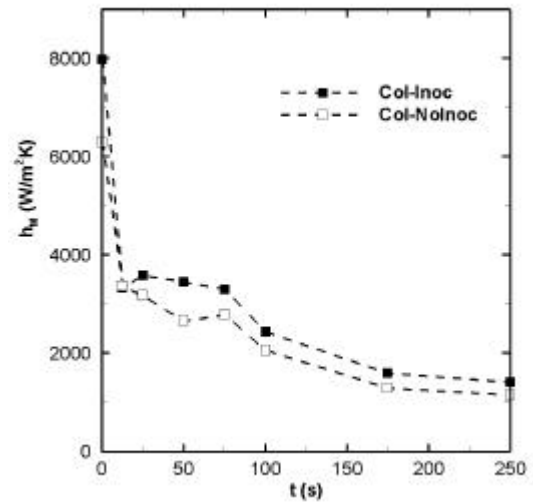
- transferência através da interface metal-revestimento ($1/h_{MR}$);
- condução através do revestimento poroso ($\Delta x_R/K_R$);

- transferência através da interface revestimento-base de cobre ($1/h_{RB}$).

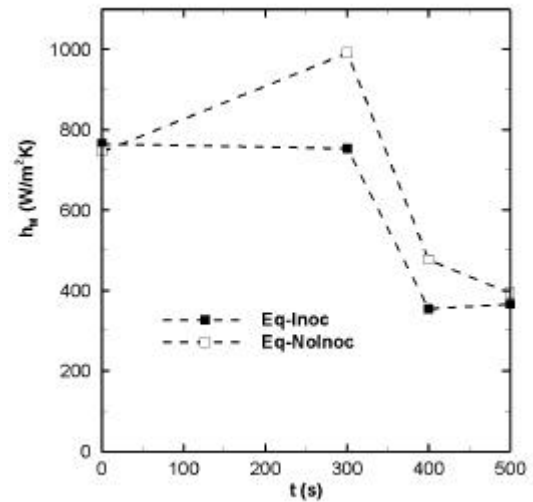
As expressões em parêntesis indicam a resistência térmica associada a cada um dos componentes, ilustrados na Figura 7. A partir destes mecanismos, a resistência térmica global entre a superfície do metal e a superfície da base de cobre pode ser escrita como:

$$\frac{1}{h_M} = \frac{1}{h_{MR}} + \frac{\Delta x_R}{K_R} + \frac{1}{h_{RB}} \quad [18]$$

onde Δx_R é a espessura do revestimento isolante e K_R é a sua condutividade térmica.

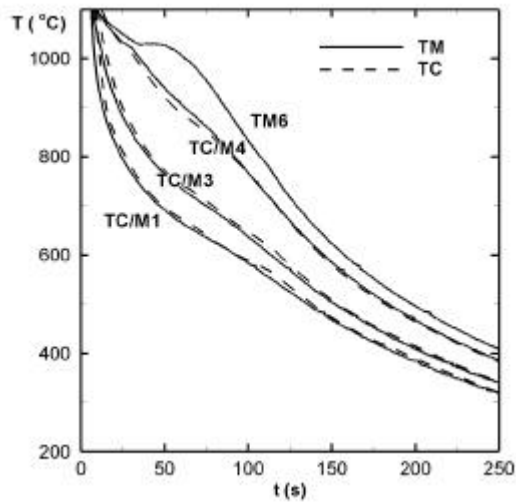


(a)

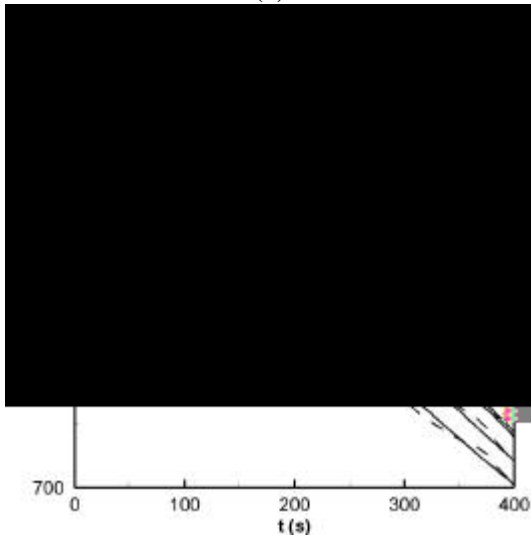


(b)

Figura 5 - Coeficiente de transferência de calor entre o metal e a base de cobre em função do tempo: (a) base refrigerada, experimentos Col-Inoc e Col-NoInoc.; (b) base maciça, experimentos Eq-Inoc e Eq-NoInoc



(a)



(b)

Figura 6 - Temperaturas calculadas (TC) através do modelo matemático e medidas (TM) nos experimentos: (a) Col-NoInoc; (b) Eq-NoInoc.

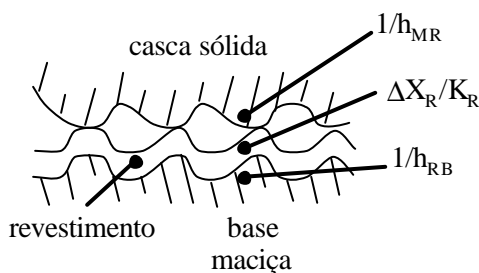


Figura 7 – Figura esquemática da interface entre a casca metálica e a superfície da base maciça de cobre.

Chiesa^[3] mediu o coeficiente de transferência de calor entre metais líquidos e moldes metálicos revestidos, obtendo valores na faixa de 510 a 1030 W/m²s¹. Pode ser observado na Figura 5(b) que, no

início da simulação, onde algum metal líquido provavelmente existia junto à interface metal/molde, o coeficiente está dentro desta faixa.

O calor é transferido através da interface metal-revestimento por meio de três mecanismos possíveis: condução no gás contido no vão entre o metal e o revestimento; radiação através do vão e condução através dos pontos de contato. A contribuição do fluxo por radiação (q_r) no fluxo de calor total através da interface pode ser calculada aproximadamente através da seguinte relação^[11]:

$$q_r = \frac{\sigma (T_{sM}^4 - T_{sR}^4)}{\frac{1}{\epsilon_M} + \frac{1}{\epsilon_R} - 1} \quad [19]$$

onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann; T_{sM} e T_{sR} são as temperaturas na superfície do metal e do revestimento, respectivamente; ϵ_M e ϵ_R são as emissividades do metal e do revestimento, respectivamente. A temperatura T_{sM} foi obtida através do modelo de transferência de calor e assumiu-se que $T_{sR} \ll T_{sM}$, possibilitando o cálculo de q_r . Observa-se que o fluxo por radiação é aproximadamente 60 kW/m², que é uma pequena parcela do fluxo total, da ordem de 600 kW/m². Em consequência, o mecanismo principal de transmissão de calor através da interface metal-revestimento parece ser a condução nos pontos de contato e no gás, e não a radiação. Esta afirmação parece coerente com o fato de que não há a formação de um vão sem nenhum contato na interface, pois o peso do cilindro mantém pontos de contato entre as superfícies do metal e do revestimento.

Nos experimentos Col-Inoc e Col-NoInoc, a transferência de calor global entre a casca metálica e a água de refrigeração pode ser dividida nos seguintes componentes:

- transferência através da interface metal-base refrigerada a água ($1/h_{MB}$);
- condução de calor através da parede da base refrigerada ($\Delta x_B / K_B$);
- transferência entre a superfície interna da base refrigerada e a água de refrigeração ($1/h_{BW}$).

Novamente, entre parêntesis estão indicadas as resistências térmicas associadas aos componentes, que foram utilizados para definir a resistência térmica global ($1/h_M$) como:

$$\frac{1}{h_M} = \frac{1}{h_{MB}} + \frac{\Delta x_B}{K_B} + \frac{1}{h_{BW}} \quad [20]$$

onde Δx_B é a espessura da parede da base refrigerada e K_B é a condutividade térmica do cobre eletrolítico utilizado para na construção do molde. A Figura 8 ilustra os componentes da resistência térmica global.

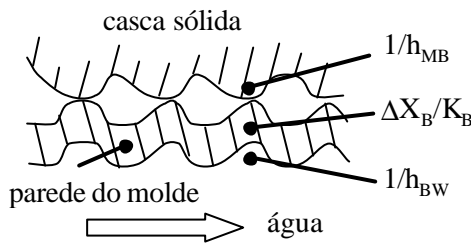


Figura 8 - Figura esquemática da interface entre a casca metálica e o molde refrigerado a água.

O valor de h_{BW} é aproximadamente $21 \times 10^3 \text{ W/m}^2\text{K}$, obtido através de relações disponíveis na literatura^[12], e $K_B/\Delta x_B$ é aproximadamente $79,6 \times 10^6 \text{ W/m}^2\text{K}$. Substituindo na equação [20] estes valores e aqueles apresentados na Figura 5(a) para h_M , conclui-se que a maior resistência térmica é aquela na interface metal/molde, $1/h_{MB}$, como era esperado. Logo, o coeficiente de transferência de calor na interface metal-base de cobre, h_{MB} , é aproximadamente igual ao coeficiente global h_M , dado na Figura 5(a).

O comportamento de h_M concorda muito bem com aquele proposto por Sharma e Krishnan^[2]. Inicialmente, valores elevados estão presentes devido ao contato íntimo entre o metal líquido e a superfície da base de cobre. À medida que a temperatura na superfície do metal diminui, uma casca sólida solidifica, dificultando o contato e, portanto reduzindo o coeficiente de transferência de calor. Um tipo de estado estacionário finalmente é atingido quando o crescimento da casca metálica não mais afeta o contato na interface. O valor do coeficiente observado neste estágio foi

aproximadamente $1400 \text{ W/m}^2\text{K}$, comparável à $1000 \text{ W/m}^2\text{K}$, valor fornecido por Spitzer^[6], Ho e Pehlke^[11], e Bamberger e colaboradores^[13].

O fluxo de calor total e a parcela de radiação foram calculados para os ensaios Col-Inoc e Col-NoInoc de modo análogo ao descrito anteriormente para os ensaios Eq-NoInoc e Eq-Inoc. O fluxo de calor por radiação médio foi cerca de 7 kW/m^2 , que pode ser desprezado quando comparado a um fluxo total médio de 2000 kW/m^2 . Novamente, os mecanismos de condução através dos pontos de contato e condução através do gás nos vãos entre os pontos de contato parecem ser os mecanismos de transmissão de calor mais importantes.

Em uma tentativa de avaliar a importância da condução através do gás nos vãos, assumiu-se um vão contínuo entre dois planos ideais representando as superfícies do metal e da base de cobre. A espessura deste vão ideal, Δx_g , foi calculada assumindo-se que o único mecanismo de transmissão de calor na interface é a condução no gás, que foi considerado ar. Esta hipótese está resumida na seguinte equação:

$$\frac{1}{h_M} \approx \frac{\Delta x_g}{K_g} \quad [21]$$

onde K_g é a condutividade térmica do ar.

O valor médio da espessura do vão, Δx_g , calculado pela equação [21] foi cerca de $25 \mu\text{m}$, valor próximo da distância entre o vale mais profundo e o maior pico obtido através de perfis de rugosidade na superfície da base de cobre. Desta forma, o mecanismo de condução no gás entre os vãos parece ser um dos mais importantes para a transferência de calor na interface metal-base refrigerada.

Observa-se na Figura 5 que os coeficientes de transferência de calor nos ensaios Col-Inoc e Col-NoInoc são maiores que os obtidos nos experimentos Eq-Inoc e Eq-NoInoc. Esta diferença está relacionada com a presença do revestimento isolante aplicado sobre a base maciça de cobre utilizada nos experimentos Eq-Inoc e Eq-NoInoc.

Comparando-se o coeficiente de transferência de calor do ensaio Eq-Inoc com o do ensaio Eq-NoInoc e comparando-se o coeficiente do ensaio Col-Inoc com o do ensaio Col-NoInoc, não se observa um efeito significativo do inoculante. A pequena diferença existente entre os valores poderia ser atribuída a erros experimentais. Seria necessário um maior número de experimentos para aumentar a precisão dos valores de coeficiente de transferência de calor em cada caso e permitir algum tipo de conclusão sobre o efeito da adição do inoculante.

O método implementado também permitiu o cálculo do coeficiente de transferência de calor na interface entre o metal e a parede isolante, h_m , definido pela equação [3]. Os valores deste coeficiente para cada um dos quatro experimentos estão apresentados na Tabela 3. Uma primeira análise dos resultados indica uma grande oscilação entre os valores de um experimento a outro. Notam-se valores maiores do que aquele observado no regime estacionário para a interface metal/base refrigerada ($\approx 1400 \text{ W/m}^2\text{K}$), o que não está coerente com os mecanismos de transmissão de calor nesta interface.

Tabela 3 – Coeficiente de transferência de calor na interface metal/parede isolante.

Experimento	$h_m \text{ (W/m}^2\text{K)}$
Eq-Inoc	903
Eq-NoInoc	2019
Col-Inoc	258
Col-NoInoc	5375

O método utilizado para o cálculo de todos os valores de \bar{h} depende de quão sensíveis são estes valores às curvas de resfriamento medidas. Após uma análise mais profunda,^[7] concluiu-se que o coeficiente h_m era pouco sensível as curvas, portanto seu cálculo a partir das mesmas resultavam em grande imprecisão, explicando a variação excessiva. Este tipo de imprecisão é característica dos problemas inversos, chamados de mal-

condicionados,^[4] e apenas um planejamento experimental especial pode minimizar este efeito.

5. Conclusões

As seguintes conclusões podem ser obtidas do presente trabalho:

- O método do domínio completo (“complete domain method”) fornece valores de coeficiente de transferência de calor na interface metal/base maciça ou metal/base refrigerada de cobre que concordam muito bem com dados publicados na literatura;
- Cálculos aproximados mostram que a resistência térmica entre a superfície do metal e a superfície da base refrigerada a água é a maior para a extração de calor neste sistema;
- O mecanismo de transmissão por radiação é desprezível para a transmissão de calor na interface metal/molde em todos os ensaios realizados;
- A inoculação do metal líquido não causou um efeito significativo no coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde;
- O método do domínio completo aplicado aos experimentos conduzidos forneceu valores do coeficiente de transferência de calor entre o metal e a parede isolante com precisão insuficiente.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte financeiro fornecido pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

7. Referências

- [1] K. HO, R.D. PEHLKE, Metal-Mold Interfacial Heat Transfer, Metallurgical Transactions B, v.16B, p.585-594, 1985.
- [2] D.G.R. SHARMA, M. KRISHNAN, Simulation of heat transfer at casting metal-mold interface, Transactions of The American Foundrymen’s Society, v.99, p. 429-438, 1991.

- [3] F. CHIESA, Measurement of the thermal conductance at the mold/metal interface of permanent molds, Transactions of The American Foundrymen's Society, v.98, p.193-200, 1990.
- [4] J.V. BECK, B. BLACKWELL, C.R. ST.CLAIR JR, Inverse Heat Conduction, 1st edn., John Wiley & Sons Inc., New York, p.119, 1985.
- [5] I. FRANK, An Application of Least Squares Method to the Solution of the Inverse Problem of Heat Conduction, Journal of Heat Transfer, v.85, 378-379, 1963.
- [6] K.H. SPITZER, Investigation of Heat Transfer between Metal and Water Cooled Belt Using a Least Square Method, International Journal of Heat and Mass Transfer, v.34 p.1969-1974, 1991.
- [7] M.A. MARTORANO, Efeitos de algumas variáveis de processo na microsegregação da liga Cu-8%Sn, Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 1998.
- [8] F.P. INCROPERA, D.P. DEWITT, Fundamentals of heat and mass transfer. 4.ed. New York, John Willey & Sons, 1996.
- [9] S.V. PATANKAR, Numerical heat transfer and fluid flow. New York, Hemisphere Publishing Co., 1980.
- [10] N. SHAMSUNDAR, E. ROOZ, Numerical methods for moving boundary problems, in: W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, G.E. Schneider, R.H. Pletcher (Eds.), Handbook of Numerical Heat Transfer, 1st edn., John Wiley & Sons Inc., New York, p.747-786, 1988.
- [11] N. SAUNDERS, A.P. MIODOWNIK, The Cu-Sn (Copper-Tin) System. Bulletin of Alloy Phase Diagrams, v.11, p.278-287, 1990.
- [12] G.H. GEIGER, D.R. POIRIER, Transport Phenomena in Materials Processing, 1st edn., Mineral Metals & Materials Society, Warrendale, Pennsylvania, p.247-279, 1992,.
- [13] M. BAMBERGER, B.Z. WEISS, M.M. STUPEL, Heat flow and dendritic arm spacing in chill-cast Al-Si alloys, Materials Science and Technology, v.3, p.49-56, 1987.