Fundamentos

Lógica Proposicional Booleana

Prof. Edson Alves

Faculdade UnB Gama

Sumário

Lógica Proposicional Booleana

Termos Primitivos

Os termos primitivos da Lógica Proposicional Booleana são:

1. proposição
2. verdadeiro
3. falso

Axiomas

Princípio do Terceiro Excluído: uma proposição é verdadeira ou é falsa.

Princípio da Não-Contradição: uma proposição não pode ser, simultaneamente, verdadeira e falsa.

Exemplos

Exemplos de proposições:

- A duração de um dia é de 24 horas
- A metade de dois mais dois é igual a três
- $F_n = 2^{2^n} + 1$ é primo para qualquer n natural

Não são proposições:

- Cuidado! Curva acentuada à esquerda!
- Onde fica a agência bancária mais próxima?
- $x > \pi$

Proposições Compostas

Operadores Lógicos

Sejam p e q duas proposições. São proposições:

1. a **conjunção** $p \wedge q$: verdadeira somente quando ambas p e q são verdadeiras
2. a **disjunção** $p \vee q$: falsa somente quando ambas p e q são falsas
3. a **disjunção exclusiva** $p \veebar q$: falsa somente quando ambas p e q tem mesmo valor lógico
4. a **condicional** $p \rightarrow q$: falsa somente quando p é verdadeira e q é falsa
5. a **bicondicional** $p \leftrightarrow q$: falsa somente quando p e q tem valores lógicos distintos
6. a **negação** $\neg p$: verdadeira quando p é falsa, falsa quando p é verdadeira

Exemplos de proposições compostas

- "O meu pai era paulista / Meu avô, pernambucano / O meu bisavô, mineiro / Meu tataravô, baiano / Meu maestro soberano / foi Antonio Brasileiro" (Paratodos, Chico Buarque)
- "Ser ou não ser." (Hamlet, William Shakespeare)
- "Penso, logo existo." (René Descartes)
- "Um conjunto de $\mathbb{R}^n$ é sequencialmente compacto se, e somente se, é fechado e limitado." (Teorema de Bolzano-Weierstrass)
- "Não pode ser seu amigo quem exige seu silêncio." (Alice Walker)

Tabela-Verdade

Tabela-Verdade

Uma **tabela-verdade** é uma representação visual na qual figuram todos os possíveis valores lógicos de uma proposição composta correspondentes a todas as possíveis atribuições de valores lógicos às proposições simples componentes.

Proposição

Seja $P(q_1, q_2, \ldots, q_N)$ uma proposição composta. Então a tabela verdade de P contém 2^N linhas.

Exemplo: tabela-verdade de $P = p \wedge q \to r$

p	q	r	$p \wedge q$	P
V	V	V	V	V
V	V	V	V	V
V	V	V	V	V
V	V	V	V	V
V	V	V	V	V
V	V	V	V	V
V	V	V	V	V
V	V	V	V	V

Exemplo: tabela-verdade de $P = p \wedge q \to r$

p	q	r	$p \wedge q$	P
V				
V				
V				
V				

Exemplo: tabela-verdade de $P = p \wedge q \to r$

p	q	r		
V				
V				
V				
V				
F				
F				
F				
F				

Exemplo: tabela-verdade de $P = p \wedge q \rightarrow r$

p	q	r	$p \wedge q$	P
V	V			
V	V			
V	F			
V	F			
F				
F				
F				
F				

Exemplo: tabela-verdade de $P = p \wedge q \rightarrow r$

p	q	r	$p \wedge q$	P
V	V			
V	V			
V	F			
V	F			
F	V			
F	V			
F	F			
F	F			

Exemplo: tabela-verdade de $P = p \land q \rightarrow r$

p	q	r	$p \land q$	P
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V

Exemplo: tabela-verdade de $P = p \wedge q \to r$

p	q	r	$p \wedge q$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

Exemplo: tabela-verdade de $P = p \wedge q \to r$

p	q	r	$p \wedge q$	P
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

Sentença aberta

Sentença aberta (informal)

Uma sentença aberta $S(x)$ em x é uma expressão na qual o símbolo x ocorre uma ou mais vezes e que, caso todas as ocorrências de x sejam substituídas por um mesmo valor v, $S(v)$ se torna uma proposição.

Quantificadores

Quantificador existencial

Seja $S(x)$ uma sentença aberta. O quantificador existencial $\exists$ é utilizado na construção $\exists x.S(x)$, a qual significa que existe pelo menos um x tal que $S(x)$ é verdadeira.

Quantificador universal

Seja $S(x)$ uma sentença aberta. O quantificador universal $\forall$ é utilizado na construção $\forall x.S(x)$, a qual significa que, para todos os valores de x, $S(x)$ é verdadeira.

Referências

1. **FILHO**, E. A. *Iniciação à Lógica Matemática*, São Paulo, Nobel, 2002.
2. **HALE**, M. *Essentials of Mathematics: Introduction to Theory, Proof, and the Professional Culture*, Mathematical Association of America, 2003. (**eBrary**)
3. letras.mus.br, acesso em 18/12/2019.
4. **Wikipédia**. Teorema de Bolzano-Weierstrass, acesso em 18/12/2019.