

Oznamy

- Zabudnutý kvíz do budúcej stredy, dnes sa objaví posledný
- Dnes posledná prednáška, po prednáške cvičenia pre biológov
- Budúci štvrtok 11.12.:
 - posledné cvičenia pre informatikov
- Štvrtok 11.12. alebo 18.12.:
 - nepovinné prezentácie journal clubu v čase prednášky (chcete?)
 - predbežné prezentácie / konzultácie projektu pre biológov (dohodneme)
- Termíny na konci semestra
 - DÚ3 streda 17.12., správy zo journal clubu piatok 19.12.
- Skúška pre informatikov
 - predtermín piatok 19.12. 13:15 – záujemci?
 - riadny termín ?
 - opravné termíny dohodneme po skúške
 - informácie ku skúške na stránke

Polymorfizmus a populačná genetika

Broňa Brejová

4.12.2025



Populačná genetika

- Rôzne jedince toho istého druhu nemajú identický genóm
- Tieto rozdiely vplývajú na fenotyp (výzor, správanie, choroby, . . .)
- Genómy viacerých jedincov môžeme sekvenovať a porovnávať s referenčnou verziou

Možné aplikácie populačnej genetiky:

- Úloha jednotlivých genetických rozdielov
- História a charakter populácie (podpopulácie, migrácia, historická veľkosť populácie)

SNPy (Single Nucleotide Polymorphisms)

- SNP: jednobázová variabilita medzi jedincami ($> 1\%$ jedincov)
- Obvykle iba dve formy: **väčšinová** a **menšinová** alela
- Aj malá zmena v DNA môže spôsobiť veľké fenotypické zmeny

Systematické mapovanie SNPov:

Projekt 1000 ľudských genómov 2008-2015

identifikácia $> 95\%$ SNPov s aspoň 1% frekvenciou menšinovej alely
pomocou NGS sekvenovania

UK Biobank:

500 000 genómov (Nov.2023) plus rozsiahle medicínske dáta o účastníkoch

Plus mnoho ďalších veľkých projektov

Mapovanie asociácií (Trait/Disease Association Mapping)

- Znaky (a choroby) vznikajú kombináciou genetických a environmentálnych vplyvov
- Cieľ: Identifikovať genetické vplyvy
 - Aký je risk choroby s dedičným faktorom u danej osoby?
 - Ako fungujú choroby (na základe génov, ktorých mutácie ich spôsobujú)?
 - Vývoj nových liekov, ich správne cielenie (farmakogenomika)

Napr. mutácie v génoch rodiny cytochrómu P450 majú vplyv na odbúravanie liekov v pečeni, ovplyvňujú veľkosť potrebnej dávky

Diploidné genómy

- Človek má **diploidný genóm**:
má v bunkách po dva chromozómy 1...22
plus pohlavné chromozómy X,X alebo X,Y
- Jeden chromozóm z páru od matky, jeden od otca
- Pre daný SNP s alelami (formami) a , A
môže byť **homozygot** (aa alebo AA),
alebo **heterozygot** (aA)
- Ak nejaká choroba zapríčinená alelou a ,
tak sa môže prejaviť iba pri homozygotech aa ,
alebo aj pri heterozygotech aA ,
alebo môže byť pri aa silnejšia ako pri aA

Diploidné genómy

- Človek má **diploidný genóm**:
má v bunkách po dva chromozómy 1...22
plus pohlavné chromozómy X,X alebo X,Y
- Jeden chromozóm z páru od matky, jeden od otca
- Pre daný SNP s alelami (formami) a , A
môže byť **homozygot** (aa alebo AA),
alebo **heterozygot** (aA)
- **Haplotyp**: kombinácia aliel rôznych SNPov na tom istom chromozóme
(zdedená od jedného rodiča)
Diploidný jedinec má teda dva haplotypy

chr1 od matky: ...A...T...G... ...

chr1 od otca: ...T...C...A... ...

Testovanie asociácie jedného SNPu

Kontingenčná tabuľka - počet haplotypov

Veľkosť psa vs. alela na pozícii chr15:44,228,468

	pôvodná alela	odvodená alela	spolu
malý pes (< 9 kg)	14	535	549
veľký pes (> 31 kg)	339	38	377
spolu	353	573	926



[Sutter a kol. 2007]

Štatisticky testujeme či sú riadky a stĺpce **nezávislé (nulová hypotéza)**.

Ak **vylúčime nulovú hypotézu**, našli sme asociáciu, nemusí však íšť o príčinu

Ak ju nevylúčime, neprekázali sme súvis SNPu s veľkosťou
(môže ale existovať, možno treba viac dát)

Testovanie nezávislosti v kontingenčnej tabuľke

	pôvodná alela	odvodená alela	spolu
malý pes	14	535	549
veľký pes	339	38	377
spolu	353	573	926

Fisherov test: (Fisher's exact test) presný výsledok z hypergeometrického rozdelenia

Chí-kvadrát (χ^2) test: obľúbený približný test, vhodný ak máme vysoké počty

Na testovanie genetických asociácií sa používajú aj zložitejšie štatistické modely (napr. diploidný genóm, príbuzenské vzťahy, ...)

Testovanie nezávislosti v kontingenčnej tabuľke χ^2 testom

	alela A	alela a	spolu
malý pes (m)	14	535	549
veľký pes (v)	339	38	377
spolu	353	573	926

V nulovej hypotéze (nezávislosť riadkov a stĺpcov) máme:

$$\Pr(A) = 353/926 = 0.381, \Pr(a) = 0.619$$

$$\Pr(m) = 549/926 = 0.593, \Pr(v) = 0.407$$

$$\Pr(A, m) = \Pr(A) \Pr(m) = 0.226$$

$$\Pr(a, m) = \Pr(a) \Pr(m) = 0.367$$

$$\Pr(A, v) = \Pr(A) \Pr(v) = 0.155$$

$$\Pr(a, v) = \Pr(a) \Pr(v) = 0.252$$

Podľa nulovej hypotézy by sme teda čakali, že 926 haplotypov bude v tabuľke rozdelených v pomeroch 0.226:0.367:0.155:0.252

Testovanie nezávislosti v kontingenčnej tabuľke χ^2 testom

Skutočná tabuľka

$O_{i,j}$ (observed):

	A	a	spolu
malý	14	535	549
veľký	339	38	377
spolu	353	573	926

Očakávané podľa nulovej hypotézy

$E_{i,j}$ (expected):

	A	a	spolu
malý	209.3	339.8	549
veľký	143.5	233.4	377
spolu	353	573	926

Spočítame veličinu $\chi^2 = \sum_{i \in \{m,v\}} \sum_{j \in \{A,a\}} \frac{(O_{i,j} - E_{i,j})^2}{E_{i,j}}$

$$\chi^2 = (14 - 209.3)^2 / 209.3 + (535 - 339.8)^2 / 339.8 + (339 - 143.5)^2 / 143.5 + (38 - 233.4)^2 / 233.4 = 724.3$$

χ^2 je určitá miera rozdielnosti tabuľiek O a E .

Platí, že $\chi^2 \geq 0$ a χ^2 je nula, iba ak sa tabuľky úplne zhodujú.

Testovanie nezávislosti v kontingenčnej tabuľke χ^2 testom

$O_{i,j}$ (observed):

	A	a	spolu
malý	14	535	549
veľký	339	38	377
spolu	353	573	926

$E_{i,j}$ (expected):

	A	a	spolu
malý	209.3	339.8	549
veľký	143.5	233.4	377
spolu	353	573	926

Spočítame veličinu $\chi^2 = \sum_{i \in \{m,v\}} \sum_{j \in \{A,a\}} \frac{(O_{i,j} - E_{i,j})^2}{E_{i,j}} = 724.3$

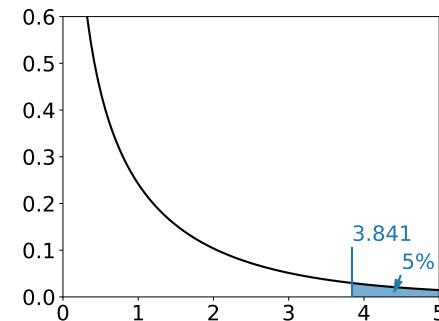
Ak platí nulová hypotéza, χ^2 je približne z rozdelenia $\chi^2(1)$,

t.j. **chí kvadrát s jedným stupňom voľnosti**.

1 stupeň: ak poznáme E a 1 poličko z O , zvyšok O vieme dopočítať.

Šanca, že pri nulovej hypotéze nám náhodne vyjde $\chi^2 \geq 724.3$ je $1.6 \cdot 10^{-159}$
(P-hodnota)

Na **odmietnutie nulovej hypotézy** často používame
prah $P < 0.05$, t.j. $\chi^2 > 3.841$



Závislosť medzi dvoma rôznymi SNPmi

Uvažujme SNP s alelami p/P a ďalší SNP s alelami q/Q .

Nameriame počty haplotypov pq, PQ, pQ, Pq

Príklad: 2000 haplotypov (1000 jedincov)

	Q	q	
P	474	611	$\chi^2 = 184.78$, P-hodnota $4.4 \cdot 10^{-42}$
p	142	773	

Stĺpce a riadky teda nie sú nezávislé, medzi SNPmi je závislosť

Príklad 2: Podobné pomery počtov, ale iba 30 halotypov:

	Q	q	
P	7	9	$\chi^2 = 3.0867$, P-hodnota 0.07893
p	2	12	

Nulovú hypotézu nevylúčime pre prah $P < 0.05$ ($\chi^2 > 3.841$)

Ale pozor, pre takéto malé hodnoty χ^2 test **nepresný**

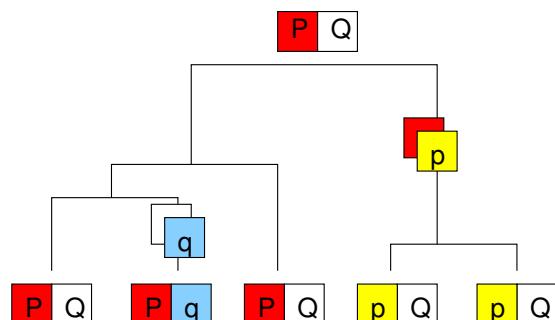
Ako vzniká závislosť medzi dvoma rôznymi SNPmi

Na rozdielnych chromozónoch:

- Pravdepodobnosti výskytu jednotlivých alel sú nezávislé
- $\Pr(pq) = \Pr(p) \Pr(q)$, $\Pr(PQ) = \Pr(P) \Pr(Q)$, atď
- **väzbová rovnováha, linkage equilibrium (LE)**

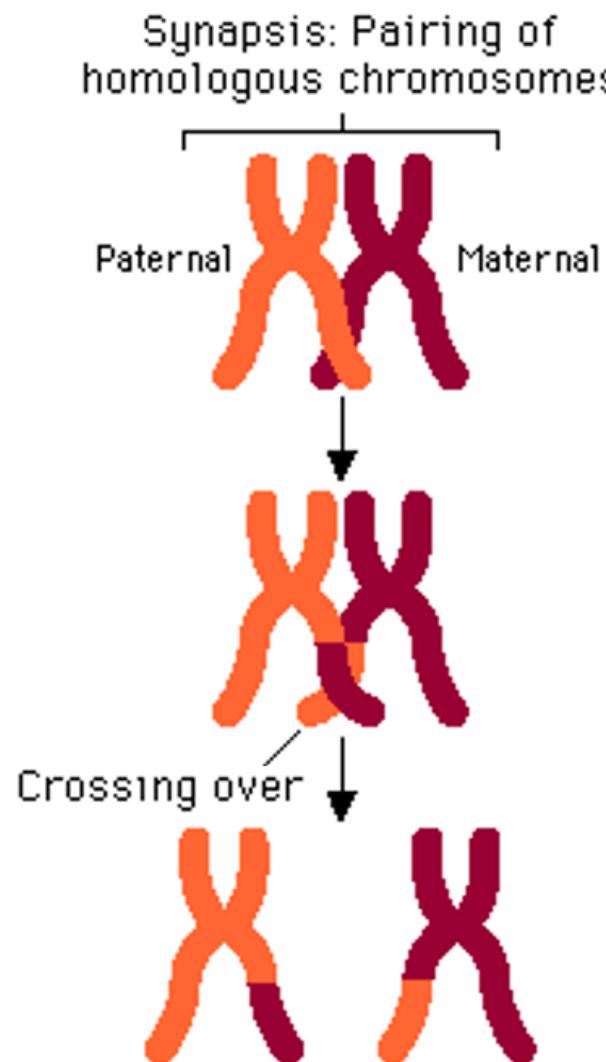
Blízko seba na tom istom chromozóme:

- Mállokedy mutácia na to istom mieste 2x,
zriedkavá rekombinácia
- Kombinácie nie sú úplne náhodné
- Korelácie medzi SNPmi
 \Rightarrow **väzbová nerovnováha, linkage disequilibrium (LD)**



My sme sme testovali nezávislosť χ^2 testom,
v praxi sa používajú iné miery

Rekombinácia



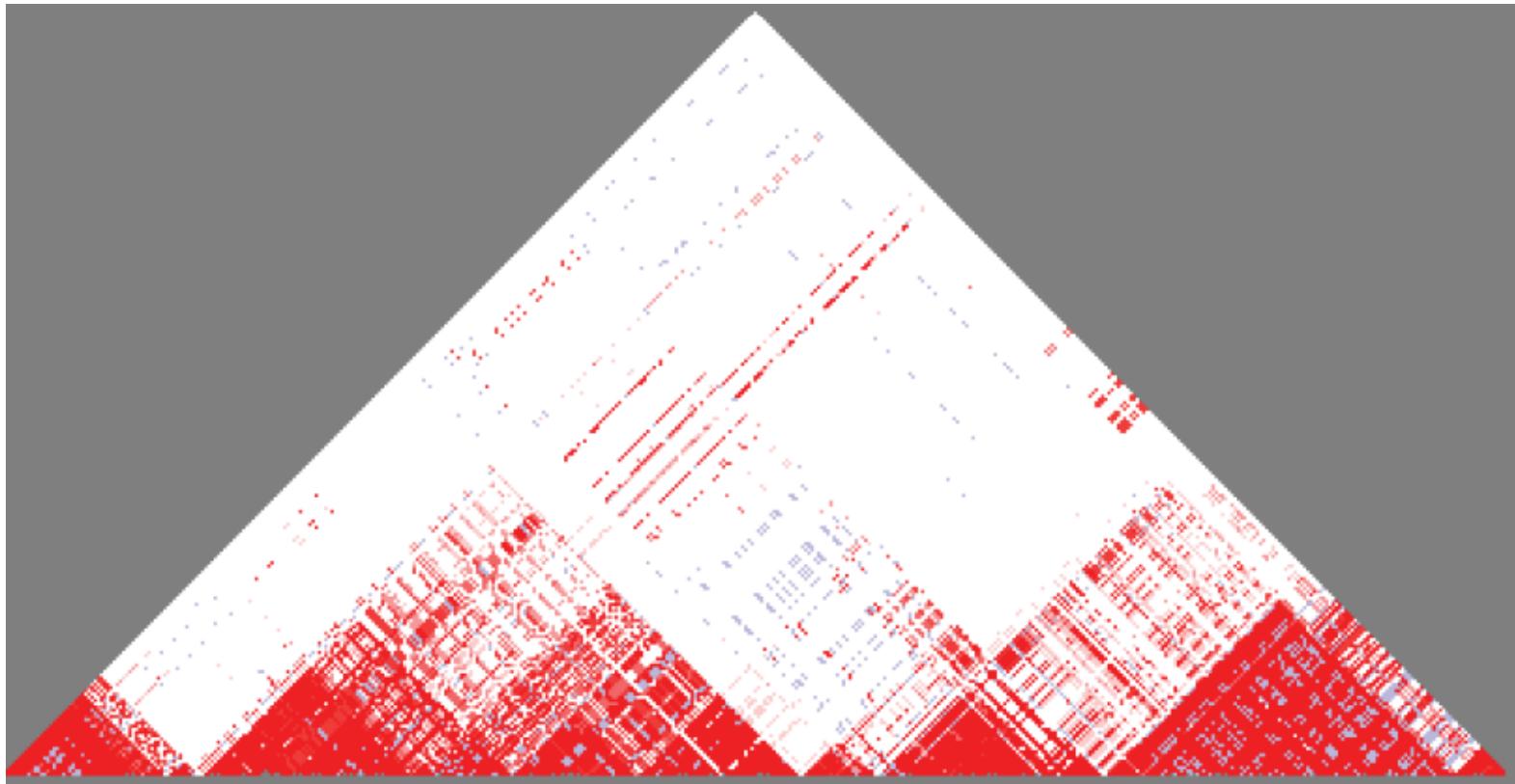
Cca 1-3 **rekombinácie** v 1 ľudskom chromozóme počas meiózy (tvorba pohlavných buniek)

Rekombinácia znižuje LD

Ak predpokladáme rovnomernú rekombináciu:

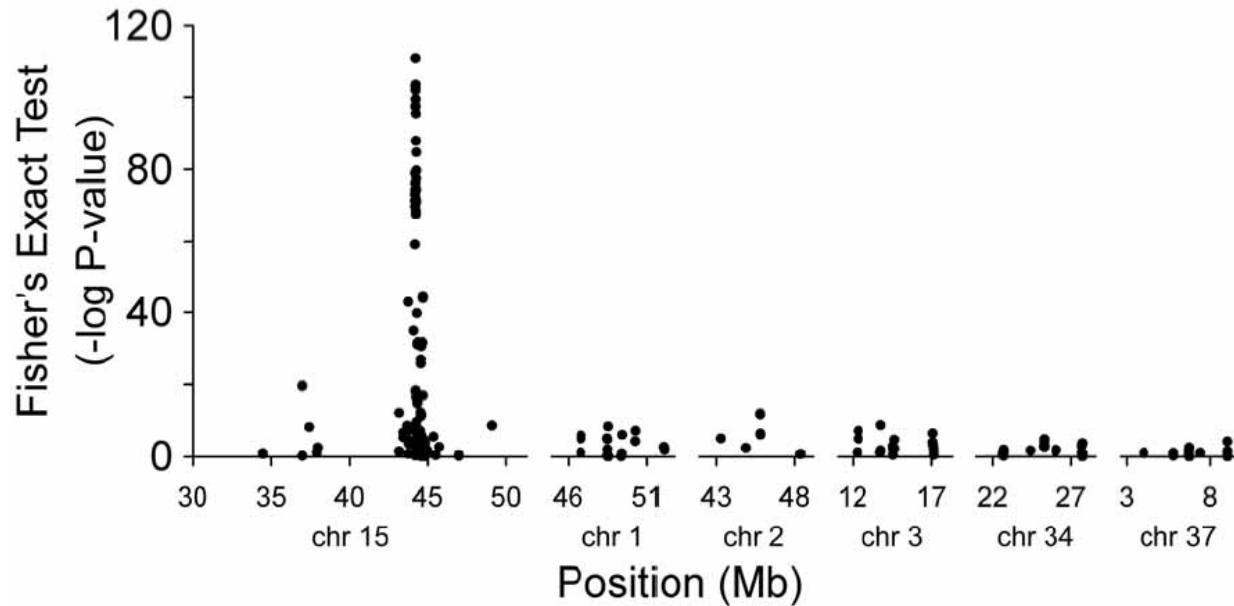
- Čím vzdialenejšie SNPy, tým nižšie LD
- Čím staršie SNPy, tým nižšie LD
- Ďalšie aspekty: štruktúra populácie, prirozený výber, rekombináčne hotspots

Väzbová nerovnováha (LD) v ľudskom genóme



Región ENm014 (500kB, chr 7), 90 ľudí Utah, project HapMap

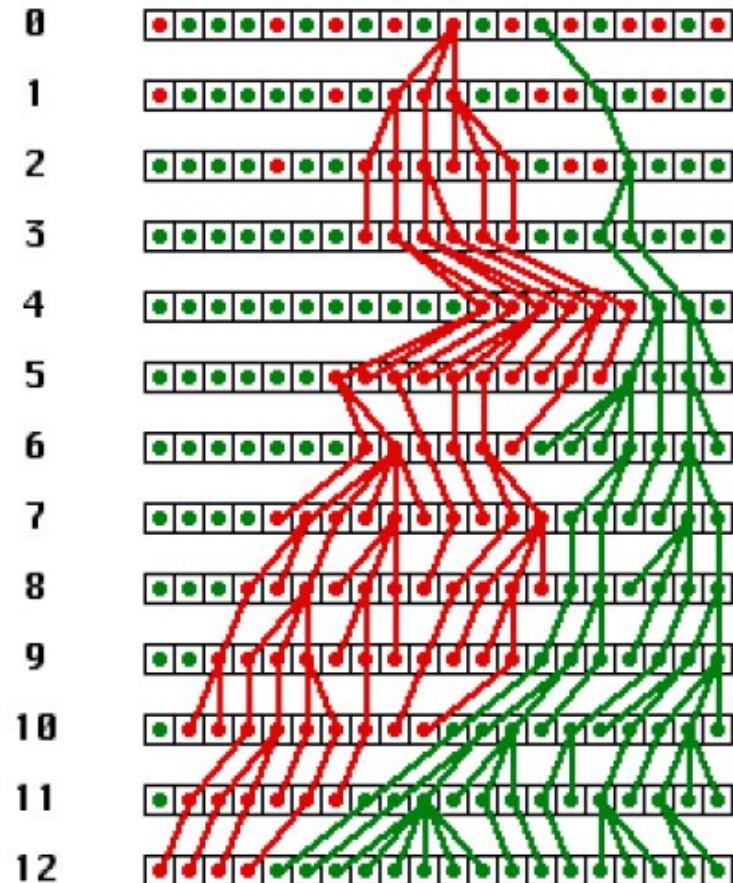
Späť k psom: Hľadanie asociácií v celom genóme (Genome-Wide Association Study, GWAS)



- V prípade štúdie veľkosti psov: GWAS identifikoval 84 kB región
- Pozíciu ďalej treba spresniť ďalšími experimentami
- **Veľké LD bloky** \Rightarrow veľké výsledné regióny

Základný model populačnej genetiky: Wrightov-Fisherov model

Gen.



•	•
10	10
12	8
11	9
14	6
14	6
10	10
14	6
10	10
9	11
9	11
11	9
14	6
16	4

Životný cyklus SNPov vo Wrightovom-Fisherovom modeli

- Populácia N jedincov (stabilná veľkosť)
- Jedinec = jedna alela (A or a)
- Nová generácia vzniká “skopírovaním” náhodného rodiča (random mating), bez vplyvu prirodzeného výberu
- X_t : počet jedincov s alelou a v generácii t
- **Markovovský reťazec** so stavmi $X_t \in \{0, 1, \dots, N\}$

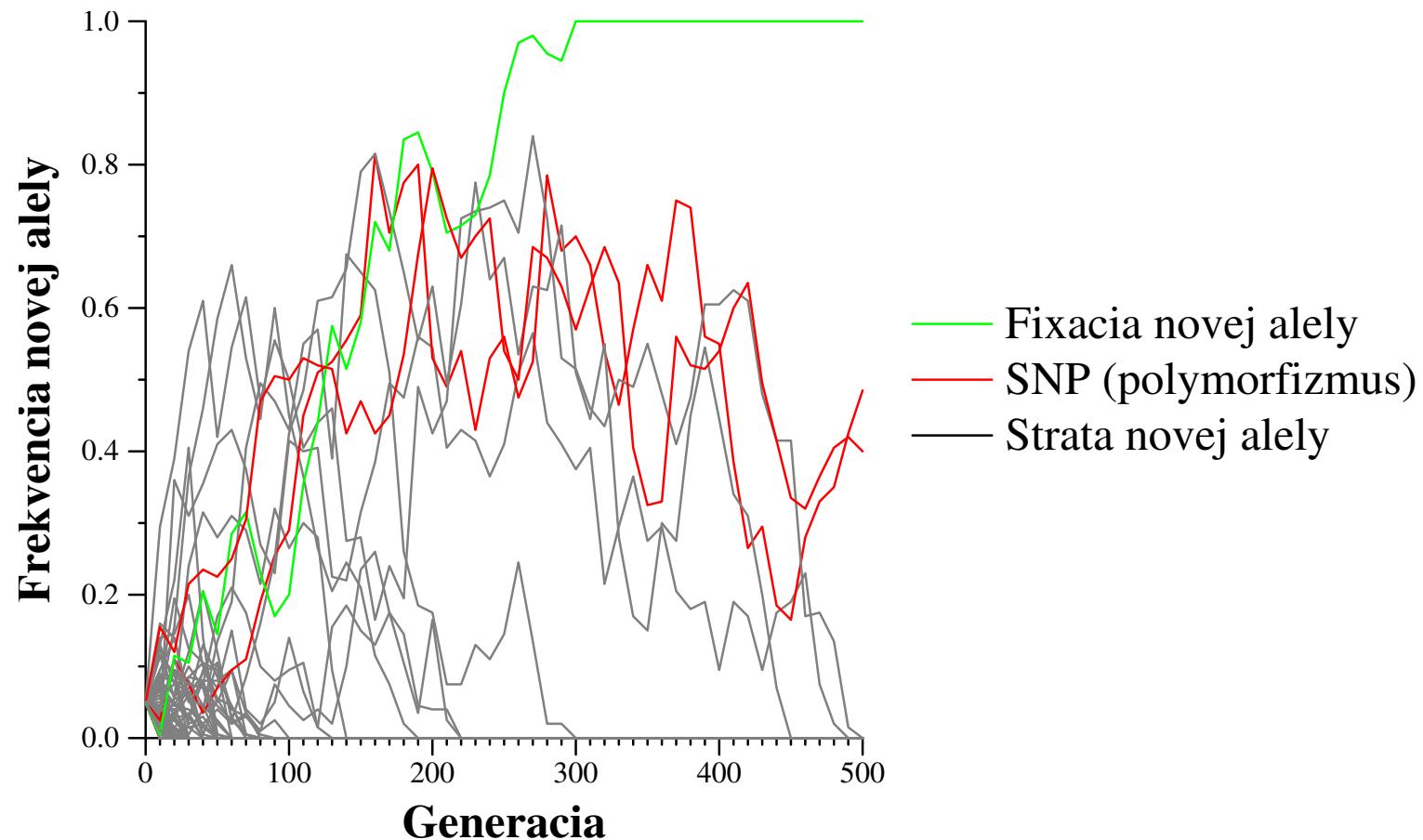
$$\Pr(X_t = j \mid X_{t-1} = i) = \left(\frac{i}{N}\right)^j \left(\frac{N-i}{N}\right)^{N-j} \binom{N}{j}$$

(Pravdepodobnosť, že v generácii t máme j kópií alely a , ak v generácii $t - 1$ ich bolo i)

- Stavy 0 and N sú **pohlcujúce**

Náhodný genetický drift

$N = 200, X_0 = 10, 500$ generácií



Zložitejšie modely populácie

- **Mutácie** zavádzajú do populácie nové alely, ktoré po čase náhodným genetickým driftom zaniknú, alebo ovládnu populáciu (fixation).
- Rýchlosť procesu je ovplyvnená efektami ako **štruktúra populácie** alebo **prirodzený výber**
- ⇒ Zložitejšie pravdepodobnostné modely

Analýza histórie populácie na základe pravdepodobnostných modelov

Typické parametre pravdepodobnostného modelu:

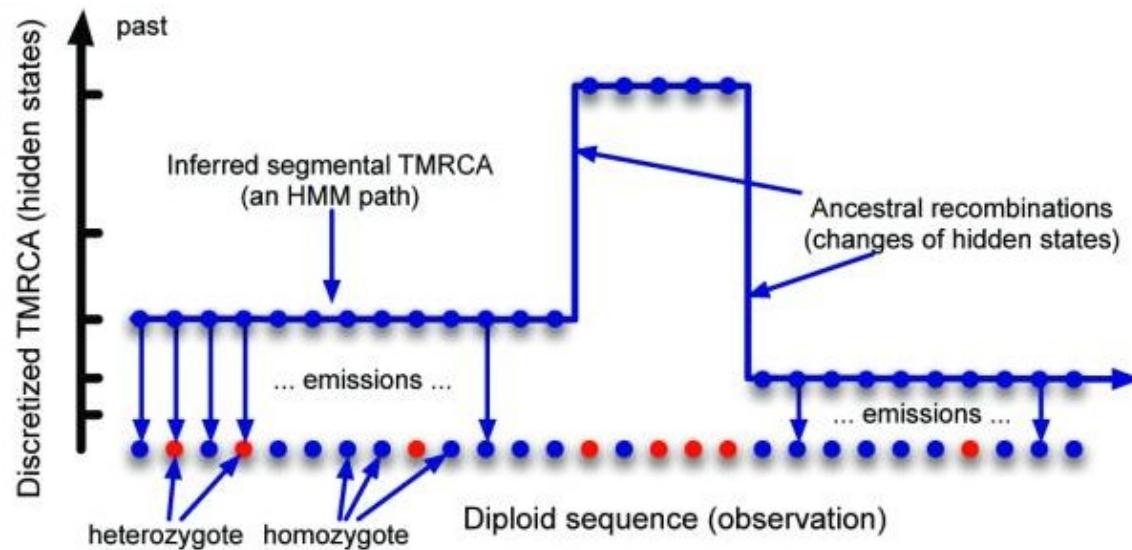
- efektívna veľkosť populácie
- frekvencia rekombinácie a mutácie

Použitie:

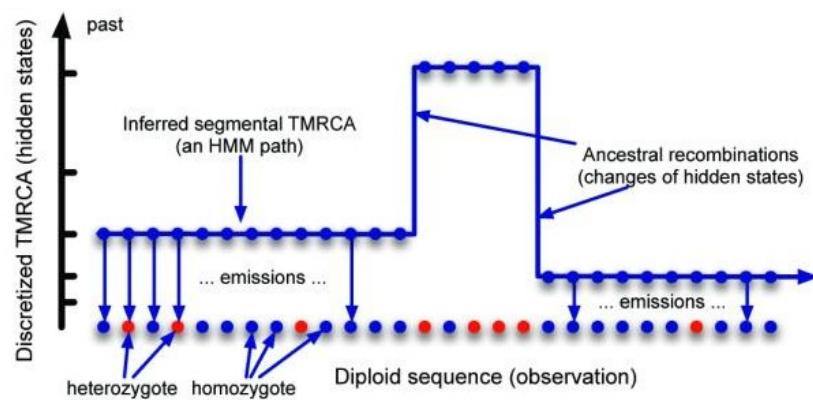
Snažíme sa nájsť parametre modelu, ktoré najlepšie vysvetľujú pozorované dáta u osekvenovaných jedincov.

História ľudskej populácie z genómu jedinca (Li, Durbin 2011)

- **Parametre modelu:** história vývoja efektívnej veľkosti ľudskej populácie v čase
- **Použité dát:** Pozície heterozygotných SNPov v rámci genómu Z ich premenlivej hustoty určí rozdelenie časov ku najbližšiemu spoločnému predkovi (TMRCA)



Čas k najbližšiemu spoločnému predkovi a počet mutácií

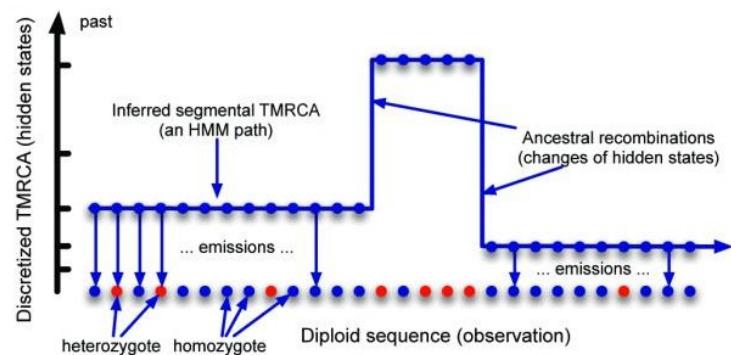


Čas k najbližšiemu spoločnému predkovi a veľkosť populácie



Ak v čase t žilo málo ľudí

- predkovia sa budú viac “opakovat”
- čas t sa častejšie vyskytne ako TMRCA

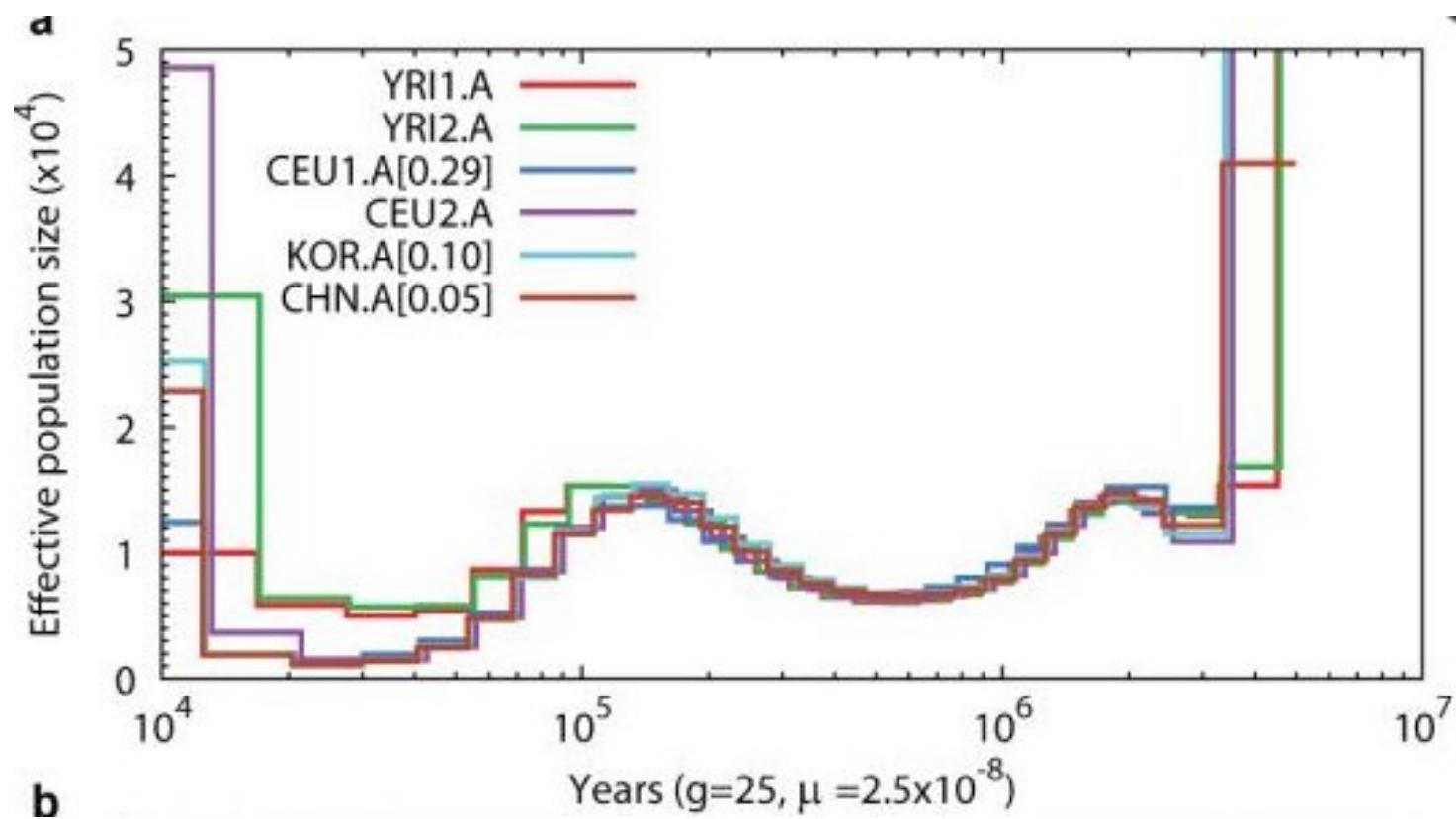


Z lokálnej hustoty mutácií odhademe TMRCA

Z rozdelenia TMRCA odhadneme veľkosti populácie

Príklad: História ľudskej populácie z genómu jedinca

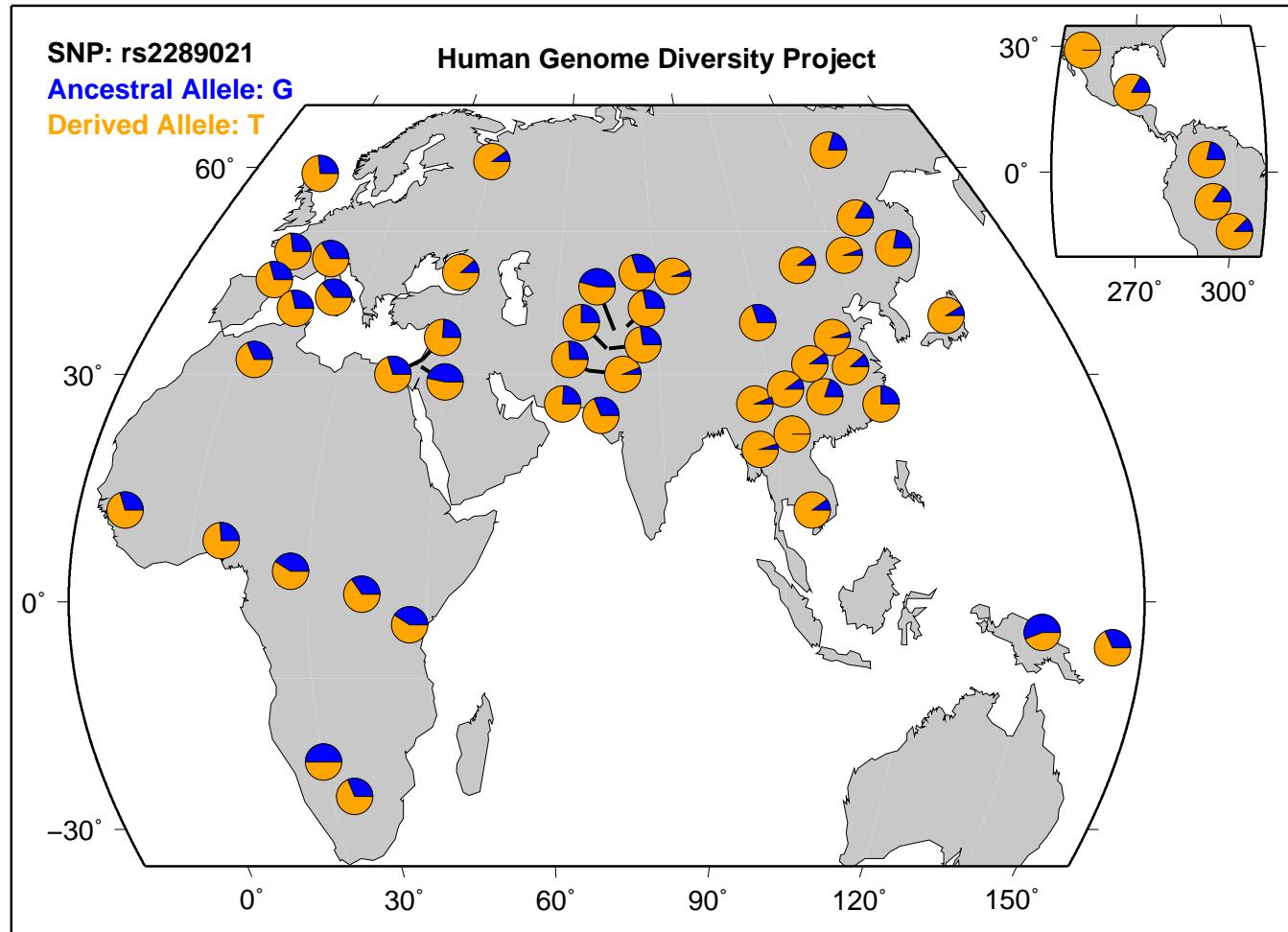
Úloha: Nájdi históriu vývoja efektívnej veľkosti ľudskej populácie, ktorá najlepšie vysvetluje pozorované dáta



Štruktúra populácie

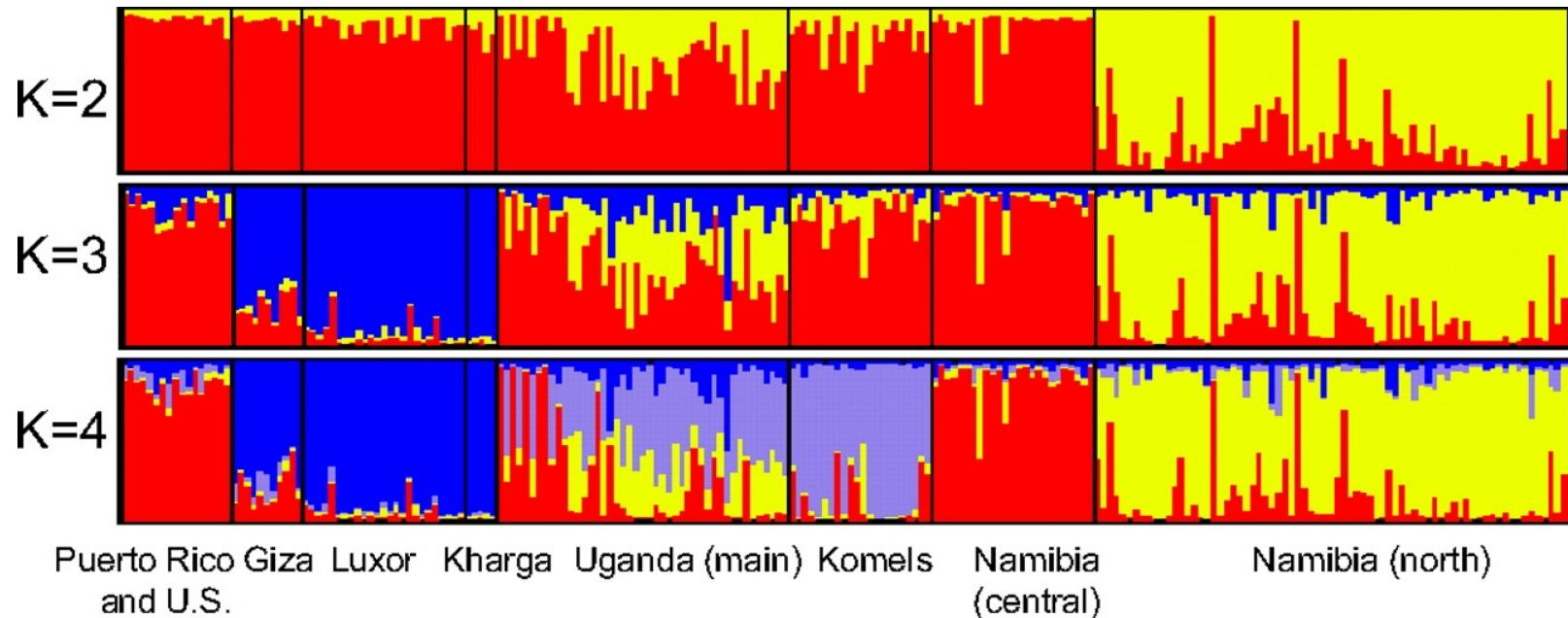
- Doteraz sme predpokladali, že nová generácia vzniká **náhodným párovaním** (random mating)
- Väčšina organizmov sa vyvíja v **subpopuláciách**, s obmedzeným prenosom genetického materiálu medzi subpopuláciami
- Frekvencie toho istého SNPu v dvoch subpopuláciách môžu byť značne odlišné
- ⇒ “falošné” korelácie medzi SNPami (napr. aj medzi chromozómami), ak pracujeme s viacerými subpopuláciami naraz
- ⇒ chybné výsledky pri LD a GWAS

Príklad: frekvencie alel jedného konkrétneho SNPu u ľudí v rôznych častiach sveta



zdroj: genome.ucsc.edu

Štruktúra populácie psov



Boyko et al. PNAS 2009; software STRUCTURE Pritchard et al. Genetics 2000

- Program STRUCTURE rozdelí populáciu na K subpopulácií (farby)
- Každý stĺpec je jedinec z populácie
- Pomer farieb zodpovedá pomeru SNPov z každej z K populácií

Ako funguje STRUCTURE?

- **Vstup:** Vzorka haplotypov X , ktorú chceme rozdeliť do K subpopulácií
- Definujeme stochastický model s nasledujúcimi premennými:
 - $P_{i,j}$ - frekvencia SNPu j v subpopulácii i
 - Q_i - aká časť SNPov v haplotype i patrí ku ktorej subpopulácii
 - $Z_{i,j}$ - priradenie subpopulácie SNPu j v haplotype i
- Model definuje $\Pr[X | P, Q, Z]$ a apriórne rozdelenie pre P, Q
- **Výstup:** $E[Q | X]$

Algoritmus Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

- Premenné:
 - $P_{i,j}$ - frekvencia SNPu j v populácii i
 - $Z_{i,j}$ - priradenie subpopulácie SNPu j v haplotype i
 - Q_i - aká časť SNPov v haplotype i patrí ku ktorej populácii
- Začni s hodnotami $P^{(0)}, Z^{(0)}, Q^{(0)}$. V každej ďalšej iterácii získame novú náhodnú vzorku:
 - Vyber náhodnú vzorku $P^{(i)}, Q^{(i)}$ z distribúcie $\Pr(P, Q \mid X, Z^{(i-1)})$
 - Vyber náhodnú vzorku $Z^{(i)}$ z distribúcie $\Pr(Z \mid X, P^{(i)}, Q^{(i)})$
- Pre vhodné m, c , priemer postupnosti

$$Q^{(m)}, Q^{(m+c)}, Q^{(m+2c)}, \dots$$

konverguje k hodnote $E[Q \mid X]$

Zhrnutie

- **SNPy (single nucleotide polymorphisms)** priebežne vznikajú a zanikajú v populáciách
- Ich frekvencia ovplyvnená navyše prirodzeným výberom
- Bez rekombinácie korelácia medzi SNPmi na tom istom chromozóme (**linkage disequilibrium**)
- Rekombinácie vytvárajú v genóme LD bloky
- Prítomnosť LD blokov vplýva na výsledky mapovania asociácií znakov (**genome-wide association mapping**)
- Pravdepodobnostné modely veľkosti LD blokov, frekvencií alel, heterozygocity a pod. nám môžu veľa prezradíť o **histórii populácie**
- Pri analýzach treba brať do úvahy **štruktúru populácie**, ktorú možno odhadnúť pomocou výpočtových metód

Ďalšie typy polymorfizmov

- **Krátke indely**
- **Mikrosateli a minisateli** (jednoduché krátke opakujúce sa sekvencie)
13 lokusov ako štandardný “odtlačok” pre porovnanie DNA vzoriek na súdoch v USA
- **Transpozóny** (Alu, LINE, SINE)
Alu má cca milión kópií, cca 1 nová kópia na 20 novorodencov
- **Veľké úseky s variabilnou multiplicitou** (Large scale copy number variations)

