

# K-means clustering

**Broňa Brejová**

**13.11.2025**

## Formulácia problému

**Vstup:**  $n$ -rozmerné vektory  $x_1, x_2, \dots, x_t$  a počet zhlukov  $k$

**Výstup:** Rozdelenie vektorov do  $k$  zhlukov:

- priradenie vstupných vektorov do zhlukov zapísané ako čísla  $c_1, c_2, \dots, c_t$ , kde  $c_i \in \{1, 2, \dots, k\}$  je číslo zhluku pre  $x_i$
- centrum každého zhluku, t.j.  $n$ -rozmerné vektory  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$

Hodnoty  $c_1, \dots, c_t$  a  $\mu_1, \dots, \mu_k$  volíme tak, aby sme minimalizovali súčet štvorcov vzdialenosí od každého vektoru k centru jeho zhluku:

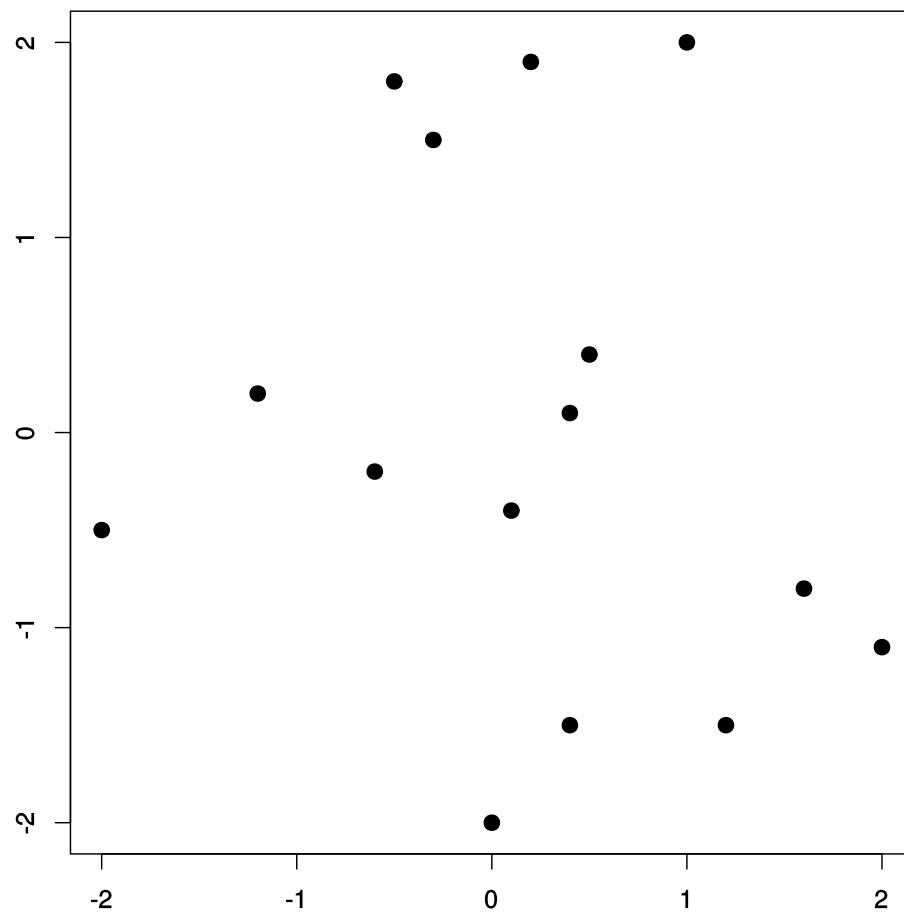
$$\sum_{i=1}^t \|x_i - \mu_{c_i}\|_2^2$$

Pre vektory  $a = (a_1, \dots, a_n)$  a  $b = (b_1, \dots, b_n)$  je druhá mocnina vzdialosti  $\|a - b\|_2^2 = \sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2$

## Príklad vstupu

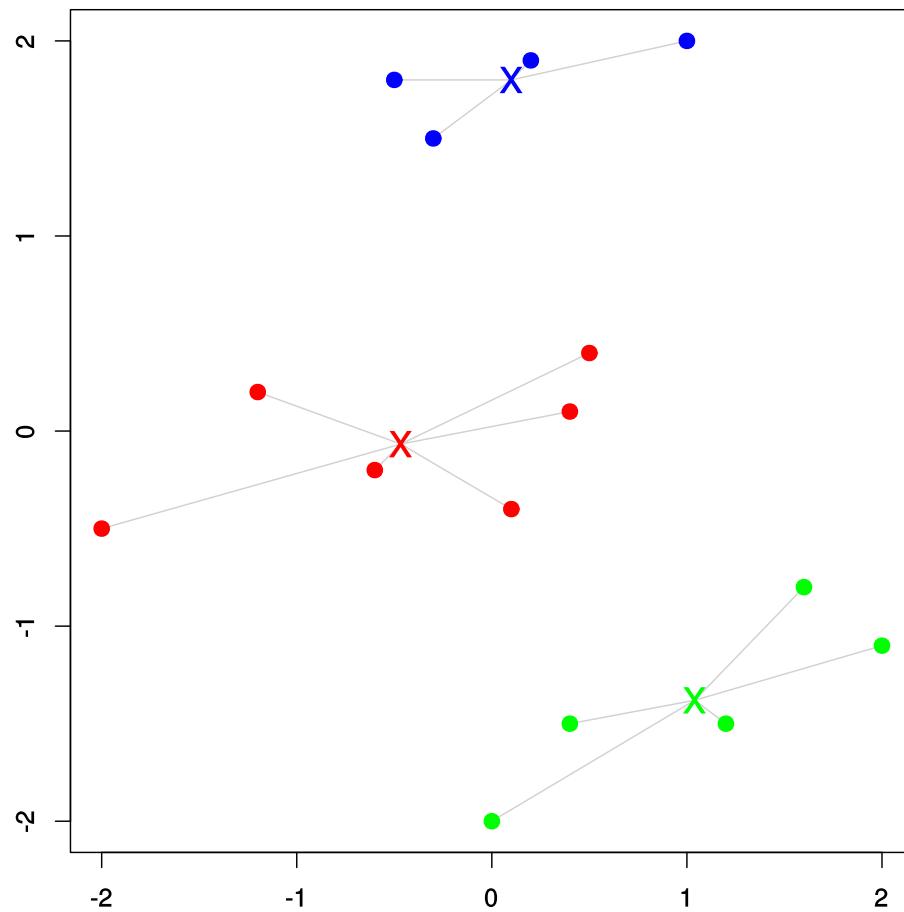
$x_1$	-2.00	-0.50
$x_2$	-1.20	0.20
$x_3$	-0.60	-0.20
$x_4$	-0.50	1.80
$x_5$	-0.30	1.50
$x_6$	0.00	-2.00
$x_7$	0.10	-0.40
$x_8$	0.20	1.90
$x_9$	0.40	0.10
$x_{10}$	0.40	-1.50
$x_{11}$	0.50	0.40
$x_{12}$	1.00	2.00
$x_{13}$	1.20	-1.50
$x_{14}$	1.60	-0.80
$x_{15}$	2.00	-1.10

$$k = 3$$



## Príklad výstupu

$x_1$	-2.00	-0.50	1
$x_2$	-1.20	0.20	1
$x_3$	-0.60	-0.20	1
$x_4$	-0.50	1.80	3
$x_5$	-0.30	1.50	3
$x_6$	0.00	-2.00	2
$x_7$	0.10	-0.40	1
$x_8$	0.20	1.90	3
$x_9$	0.40	0.10	1
$x_{10}$	0.40	-1.50	2
$x_{11}$	0.50	0.40	1
$x_{12}$	1.00	2.00	3
$x_{13}$	1.20	-1.50	2
$x_{14}$	1.60	-0.80	2
$x_{15}$	2.00	-1.10	2
$\mu_1$	-0.47	-0.07	
$\mu_2$	1.04	-1.38	
$\mu_3$	0.10	1.80	



Sum of squared distances: 10.61

## Algoritmus

Heuristika, ktorá nenájde vždy najlepšie zhlukovanie.

Začne z nejakého zhlukovania a postupne ho zlepšuje.

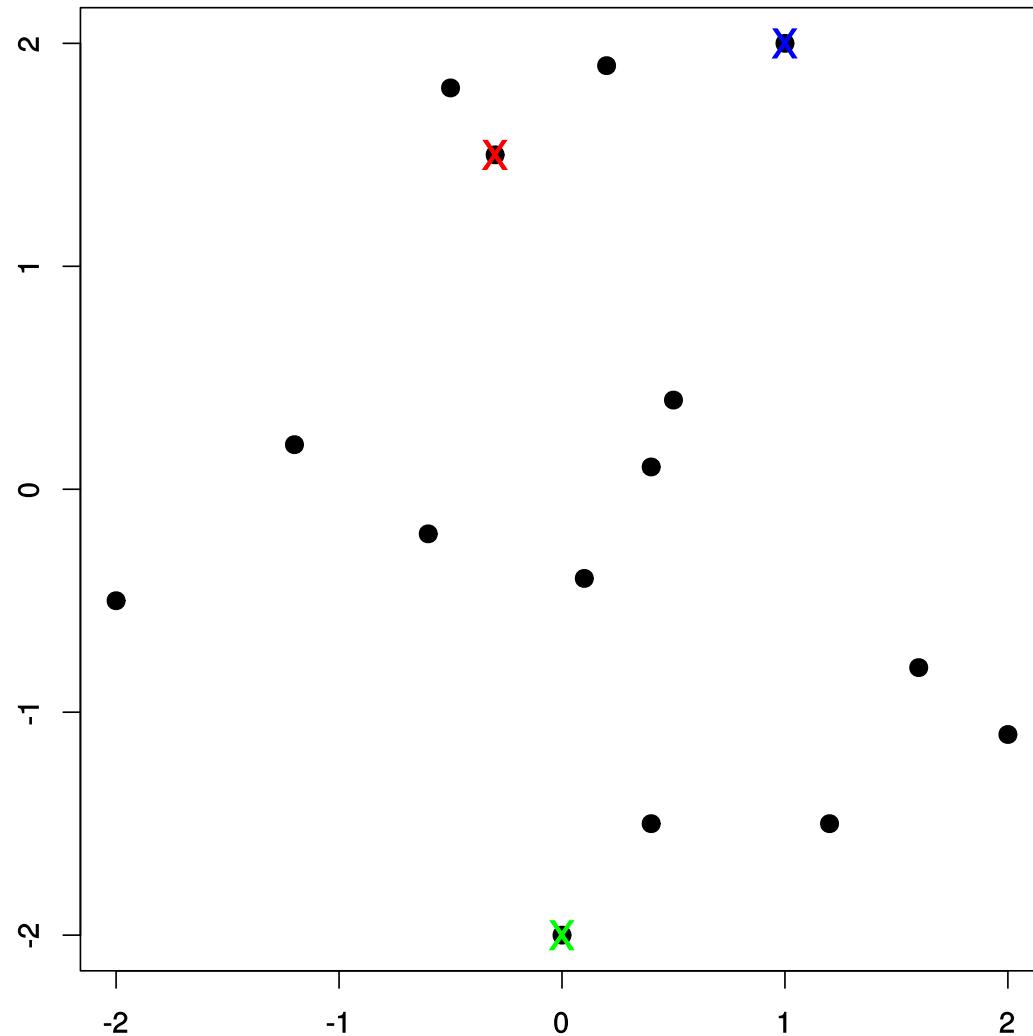
### I inicializácia:

náhodne vyber  $k$  centier  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$  spomedzi vstupných vektorov

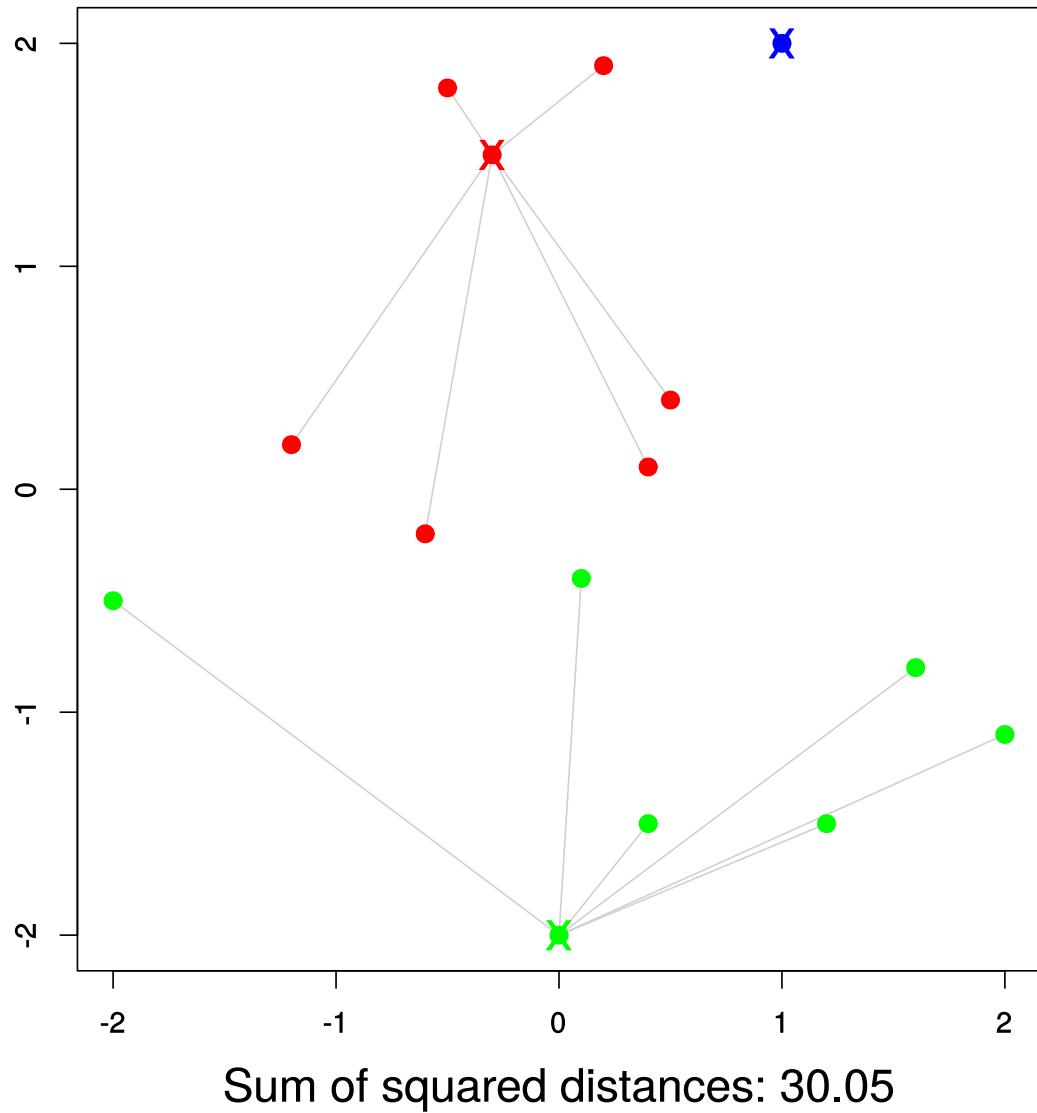
### Opakuj, kým sa niečo mení:

- priraď každý bod najbližšiemu centru:  $c_i = \arg \min_j \|x_i - \mu_j\|_2$
- vypočítaj nové centrá:  $\mu_j$  bude priemerom (po zložkách) z vektorov  $x_i$ , pre ktoré  $c_i = j$

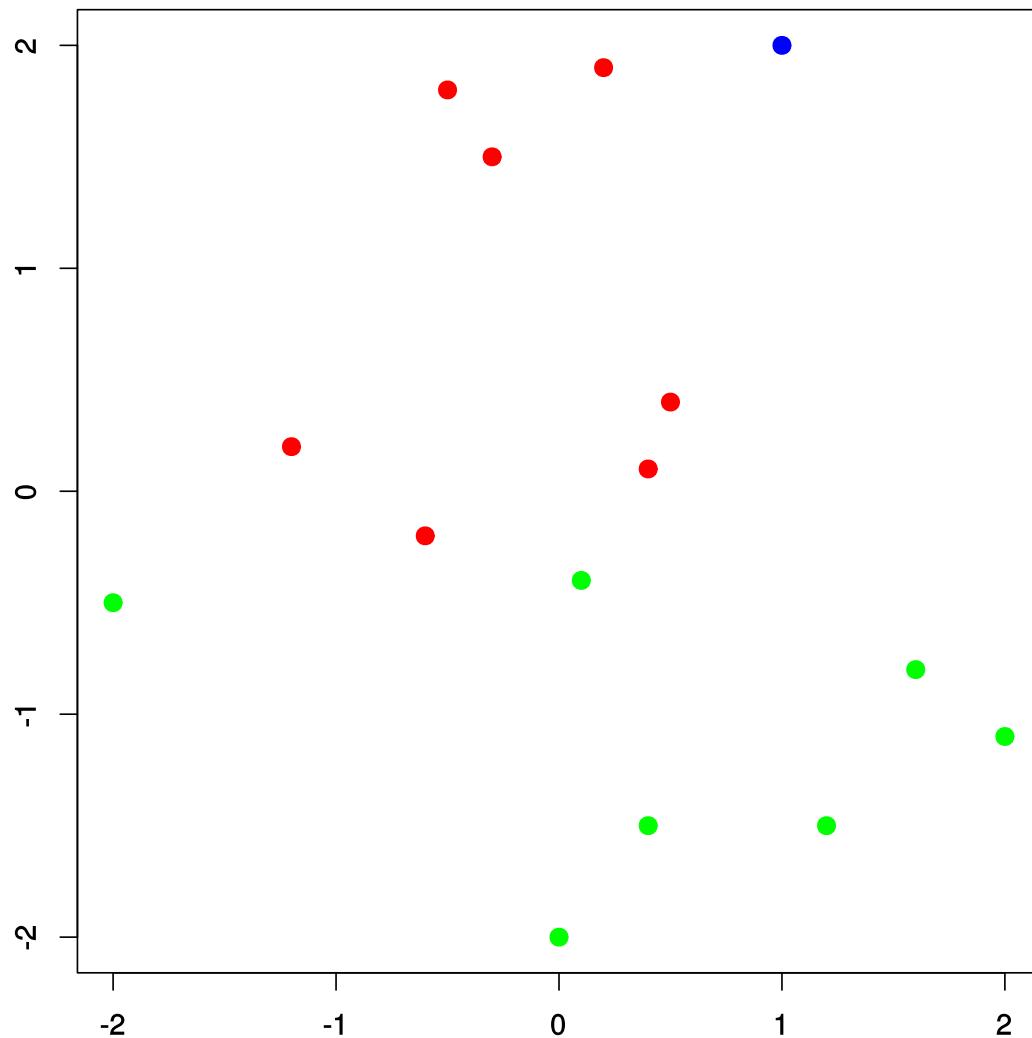
Zvolíme náhodné centrá  $\mu_i$



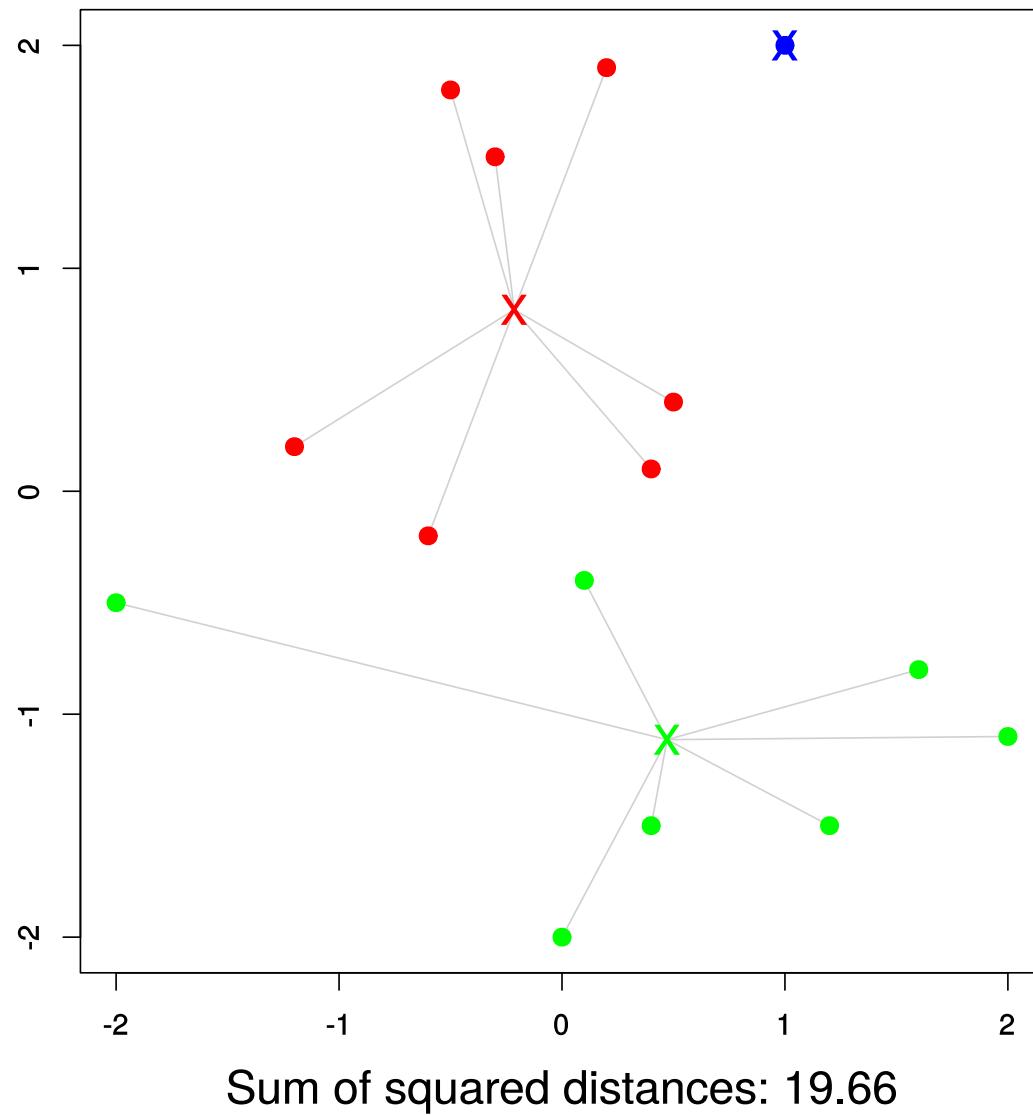
Vektory priradíme do zhlukov (hodnoty  $c_i$ )



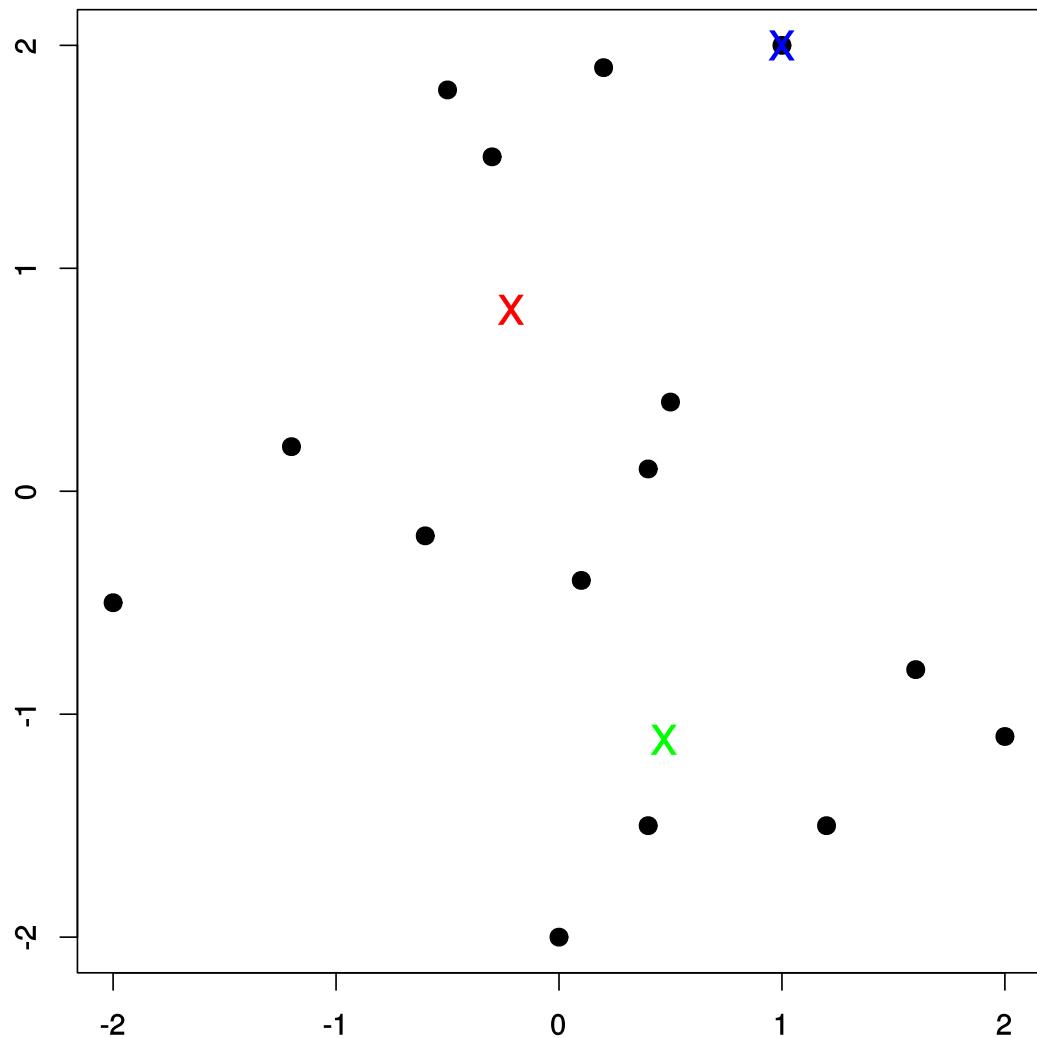
Zabudneme  $\mu_i$



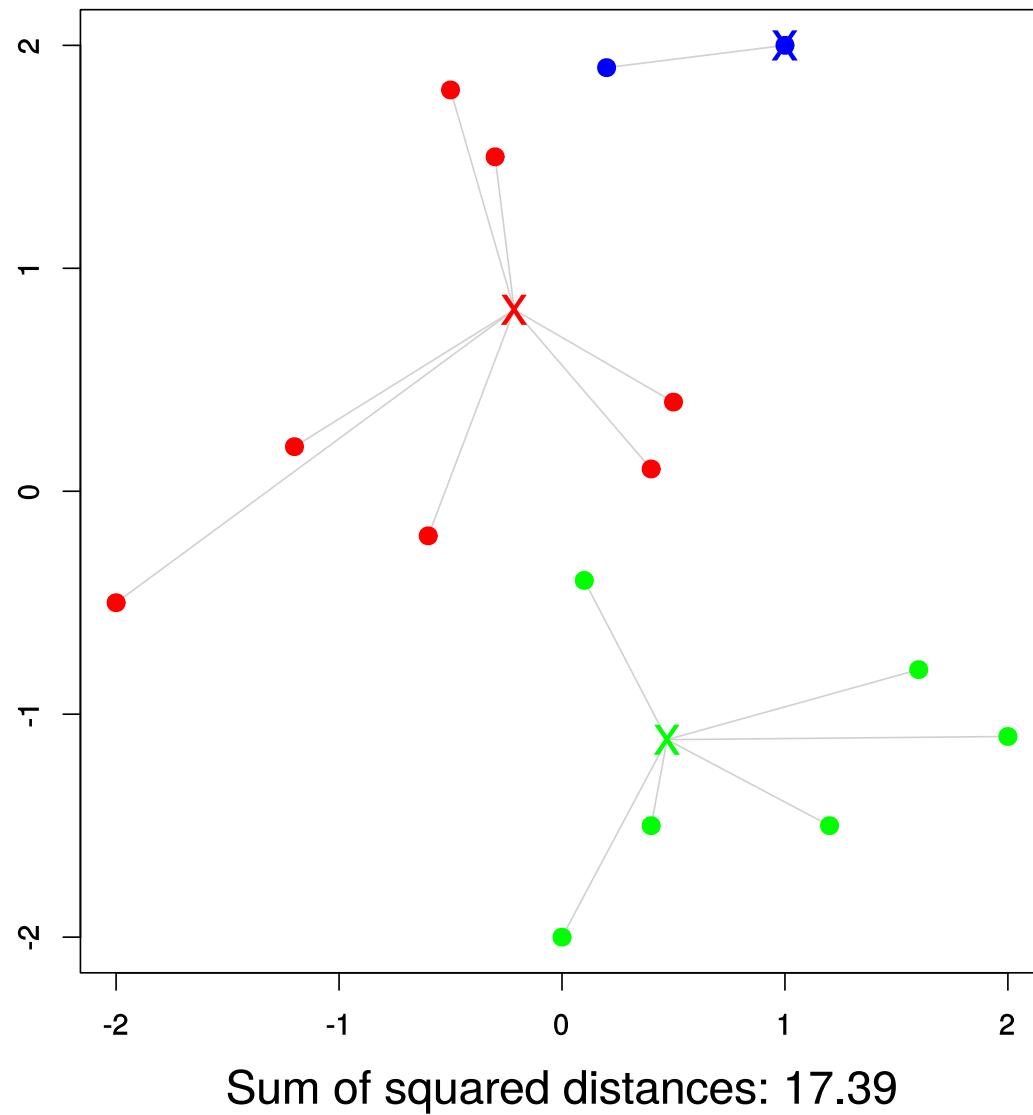
Dopočítame nové  $\mu_i$  (suma klesla z 30.05 na 19.66)



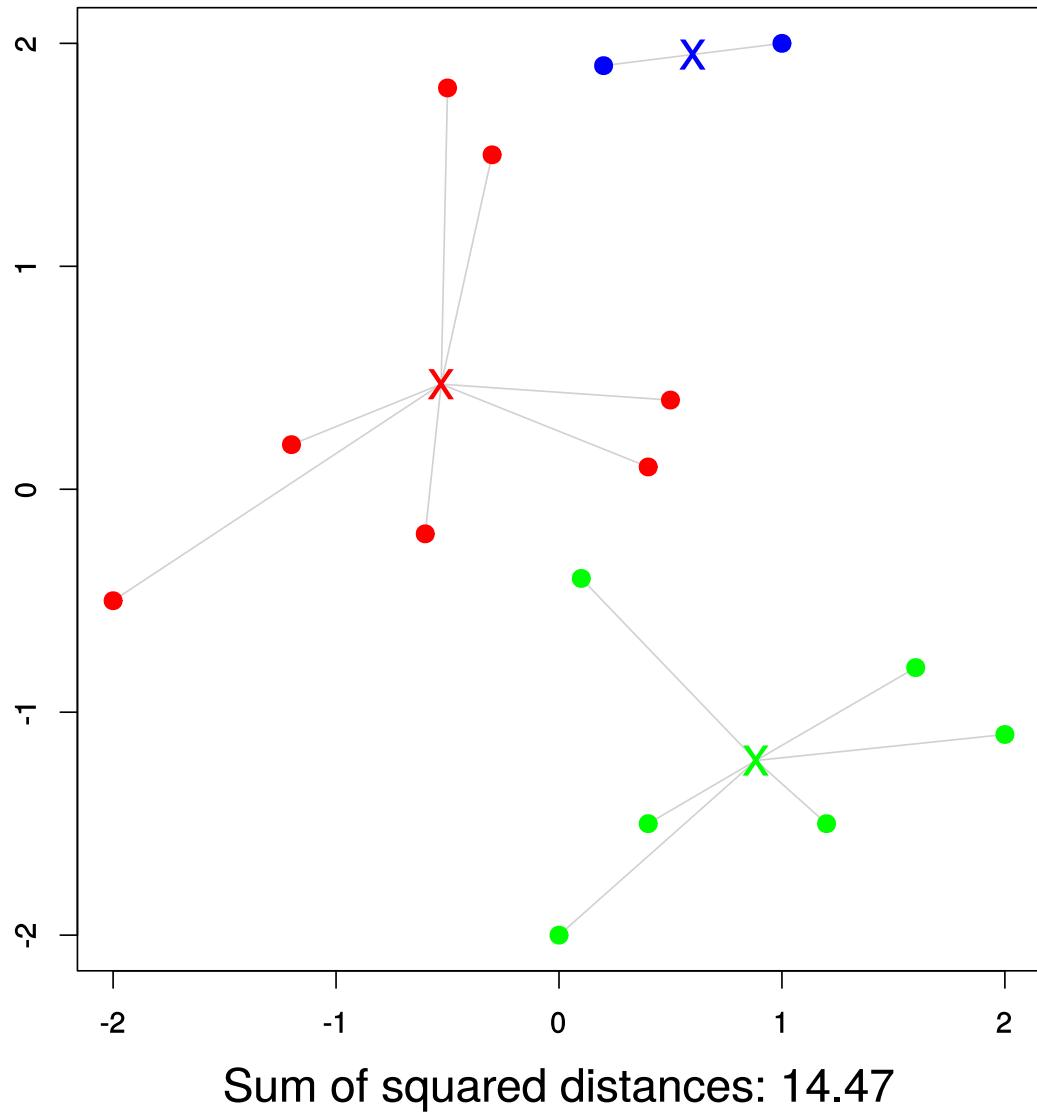
Zabudneme  $c_i$



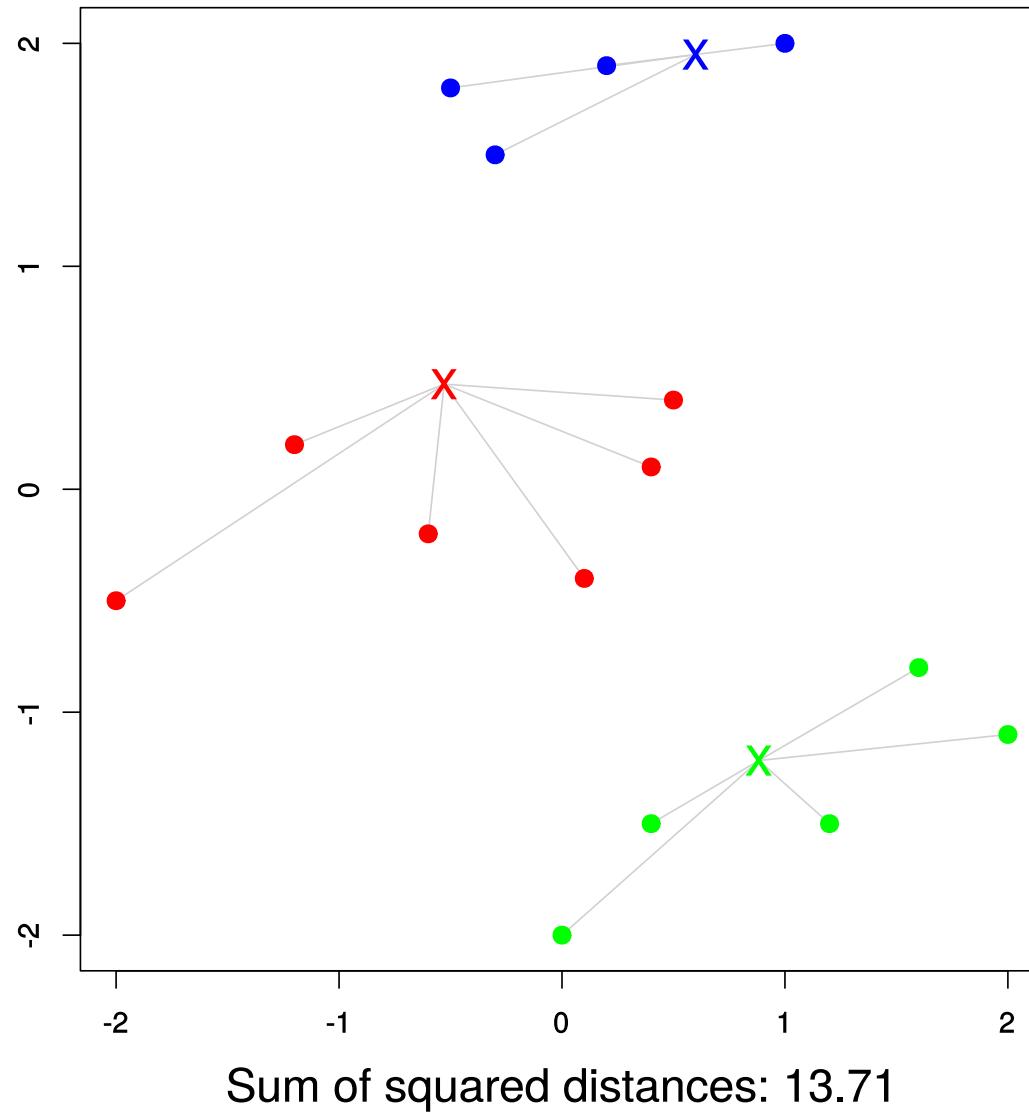
Dopocítame nové  $c_i$  (suma klesla z 19.66 na 17.39)



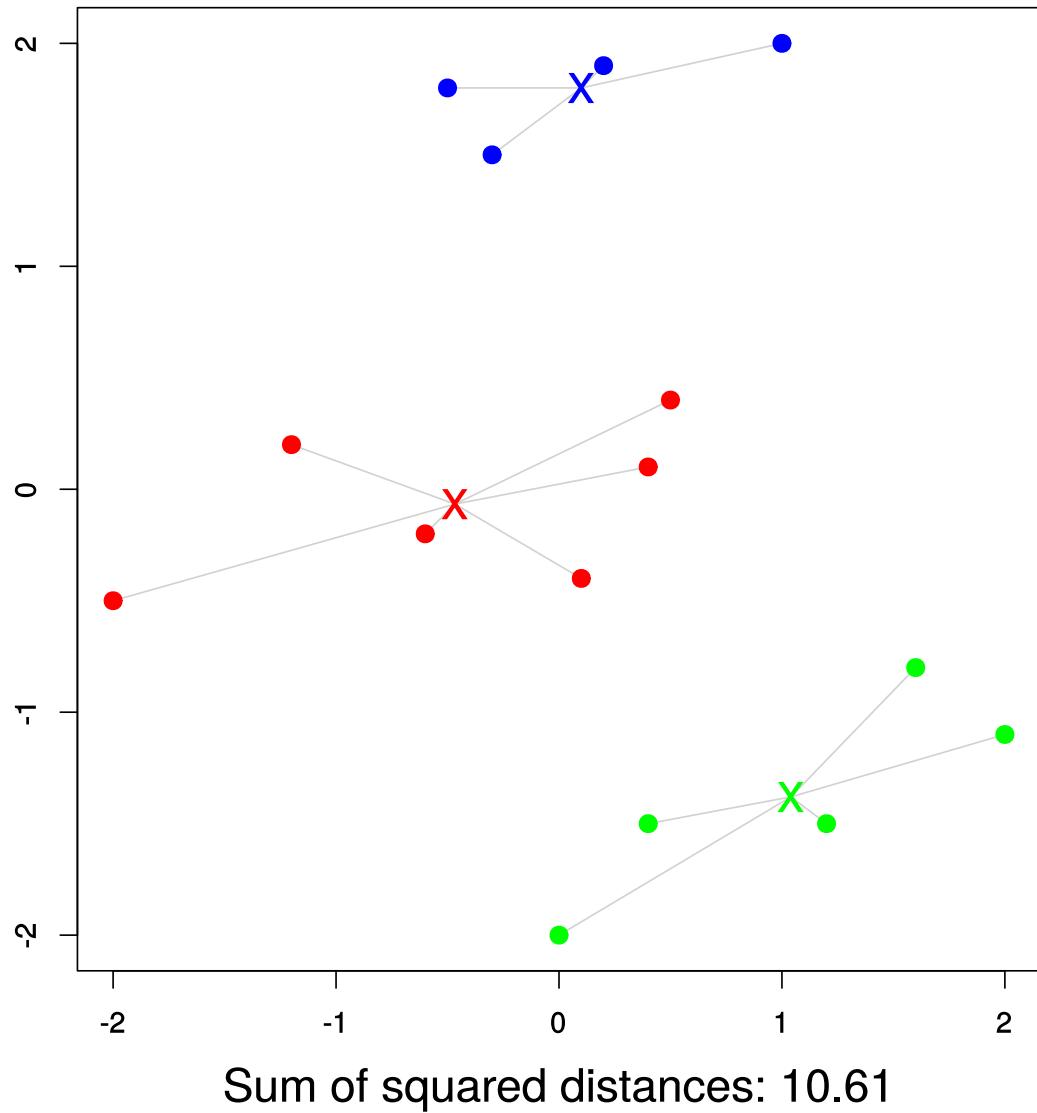
Prepočítame  $\mu_i$



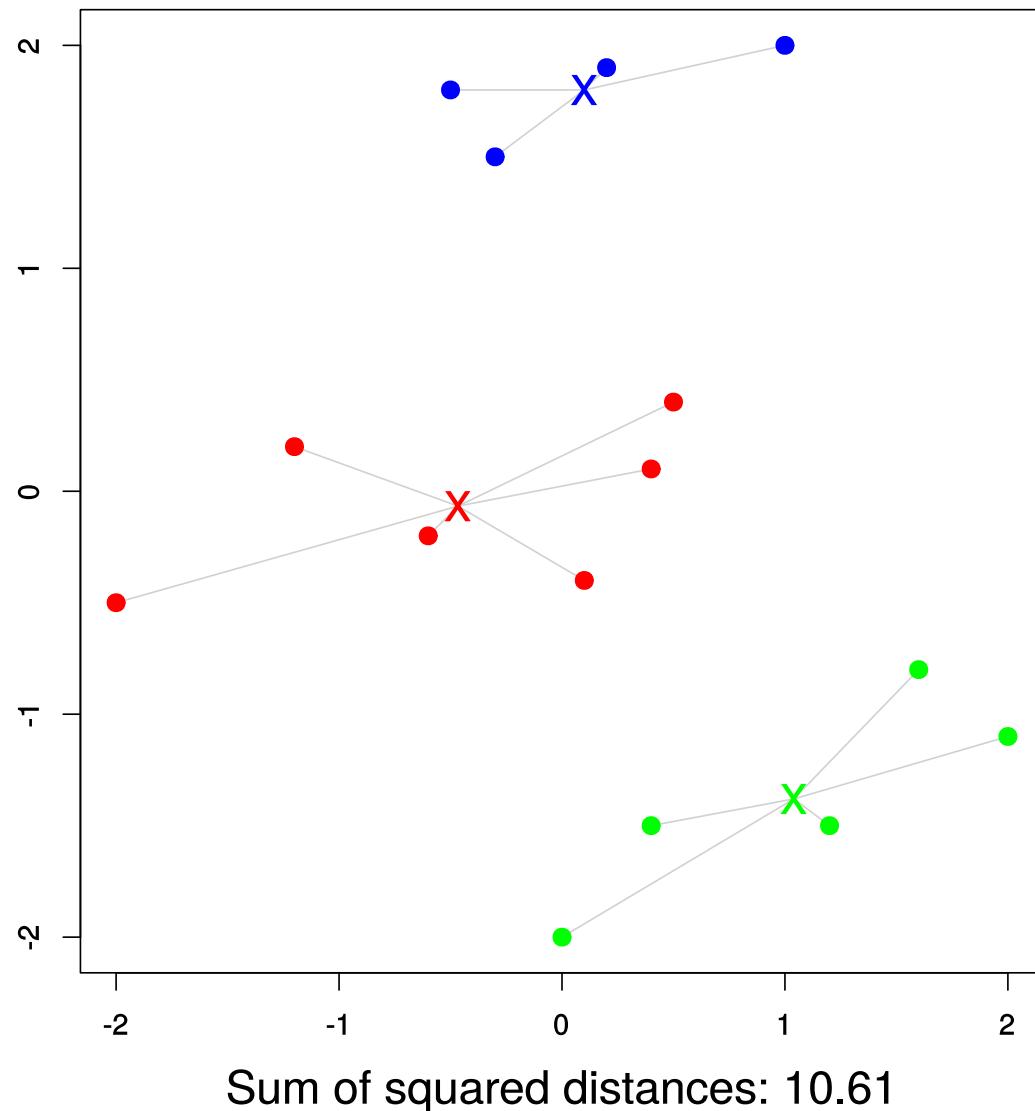
Prepočítame  $c_i$



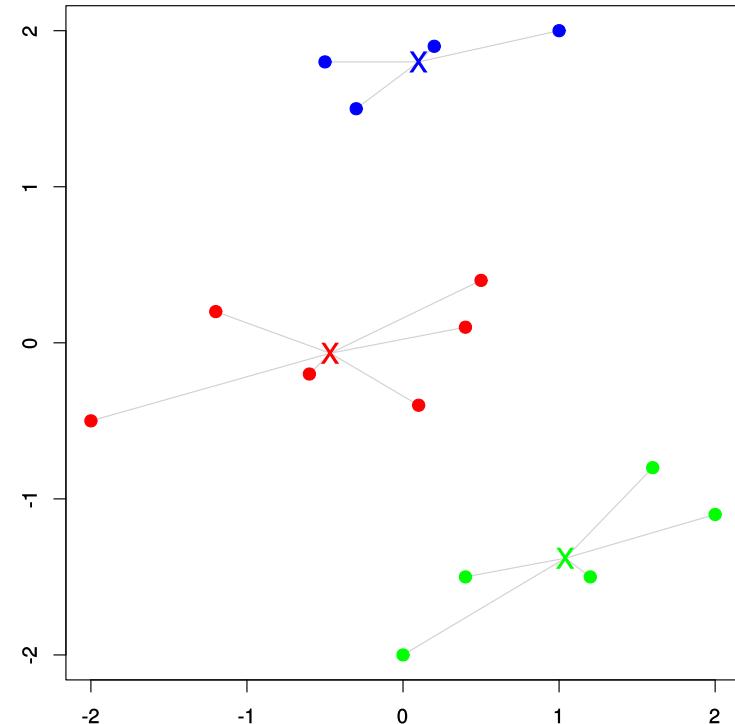
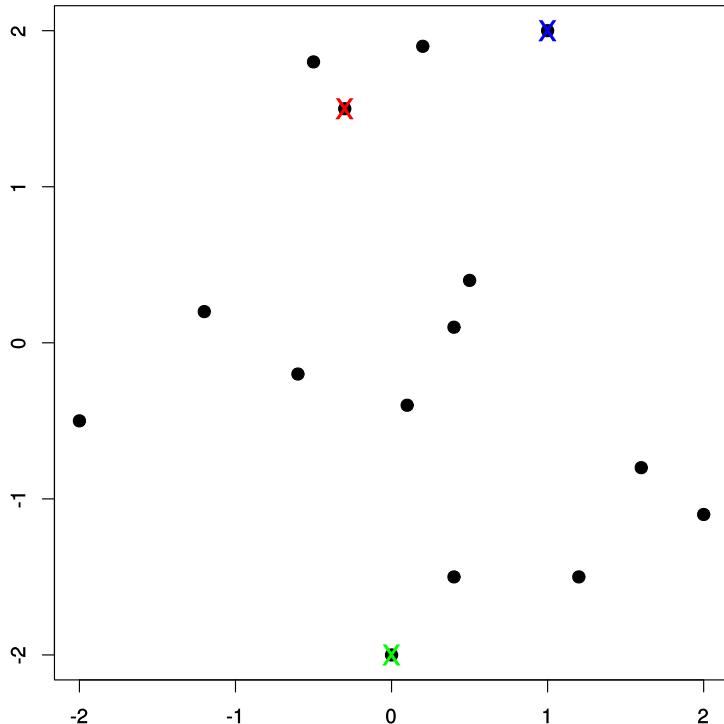
Prepočítame  $\mu_i$



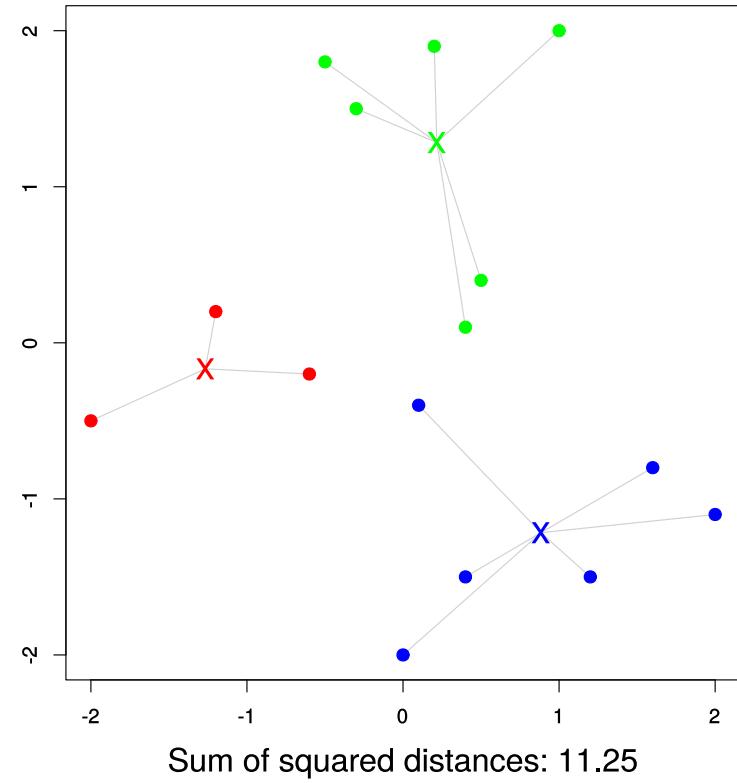
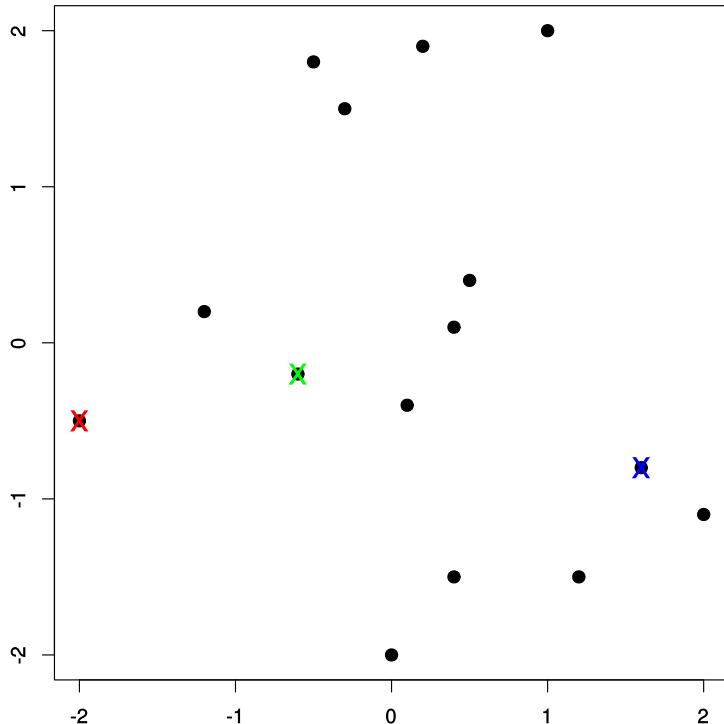
Prepočítame  $c_i$  (žiadna zmena, končíme)



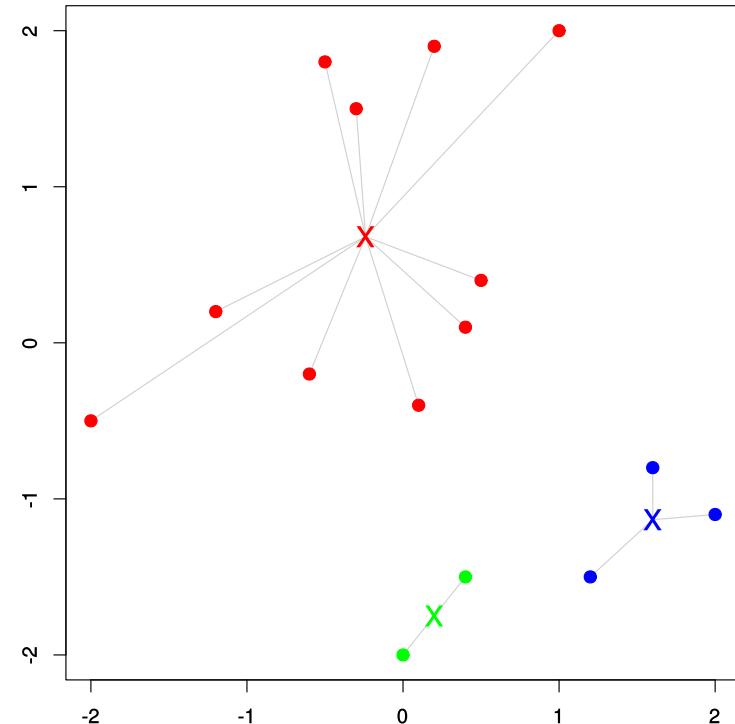
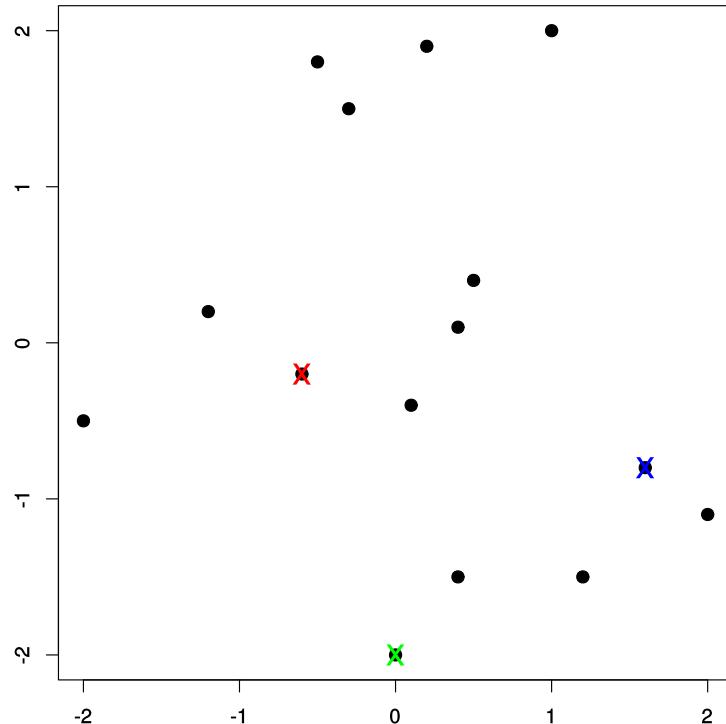
## Príklady niekoľkých behov programu



## Príklady niekoľkých behov programu



## Príklady niekoľkých behov programu



## Príklady niekoľkých behov programu

