

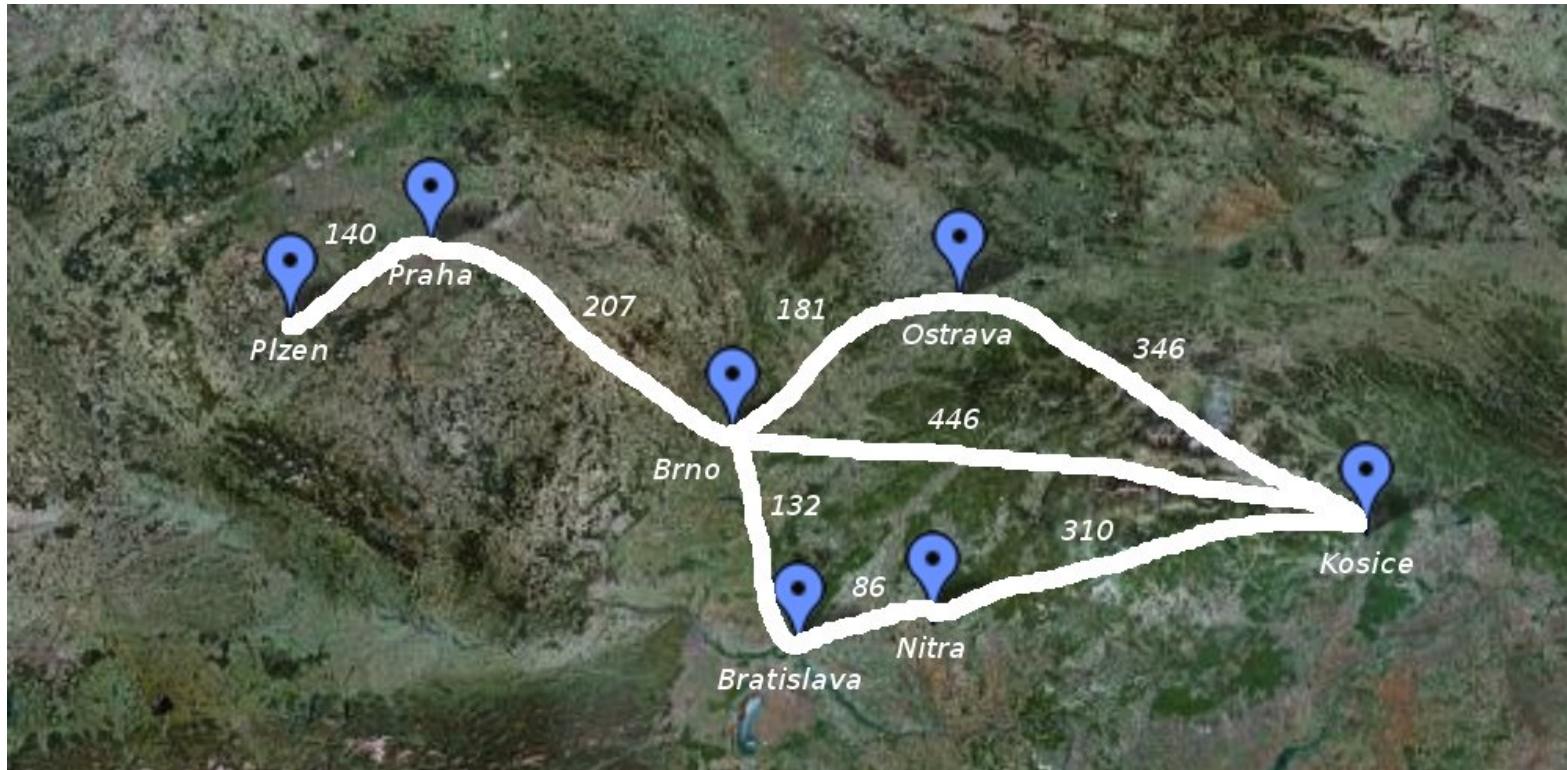
Teória grafov

Broňa Brejová

4.12.2025

Grafy a grafové algoritmy

Graf: 7 vrcholov (mestá), 8 hrán (cestné spojenia)



Počet vrcholov n , počet hrán m

Nezáleží na rozmiestnení vrcholov

Cesta: Postupnosť nadväzujúcich hrán,
žiadny vrchol sa neopakuje

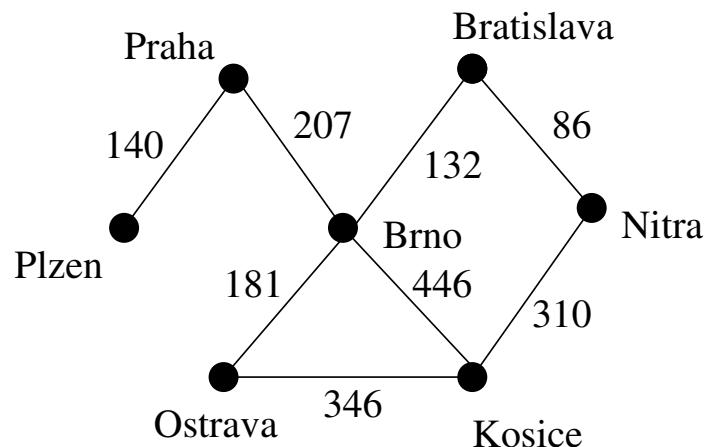
Napr. Plzeň–Praha–Brno–Bratislava je cesta

Brno–Ostrava–Košice–Brno–Praha nie je cesta

Najkratšia cesta z a do b : Cesta spájajúca vrcholy a a b s najmenším súčtom
vzdialenosí na hranách

Možno spočítať v čase $O(n^2)$ **Dijkstrovy algoritmom.**

Cyklus: Postupnosť nadväzujúcich hrán, ktorá sa vracia do východzieho bodu,
nemá žiadne iné opakujúce sa vrcholy.



HELP "CAR 54"... AND WIN CASH

54... \$1,000 PRIZES
ONE... \$10,000 GRAND PRIZE



Proctor and Gamble súťaž, 1962

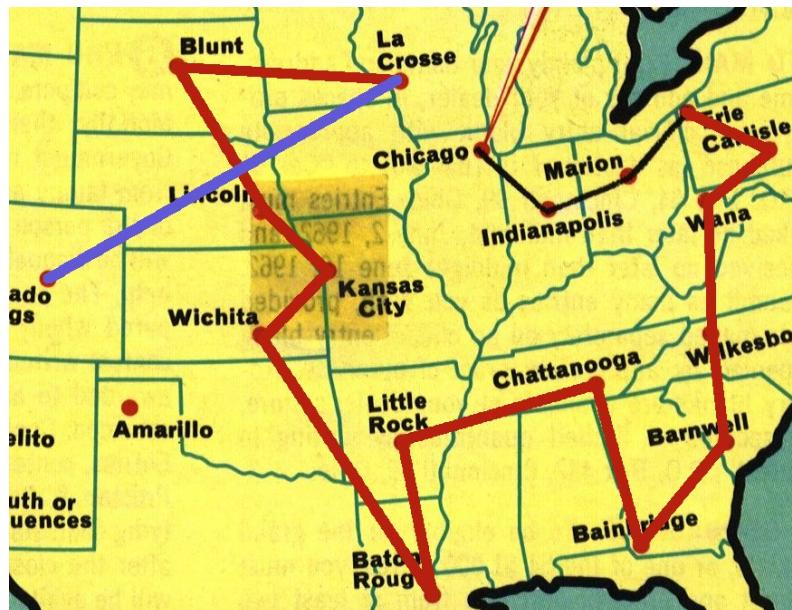
Problém obchodného cestujúceho

Vrcholy: mestá na mape

Hrany: medzi každými dvoma vrcholmi, váha je vzdušná vzdialenosť

Úloha: obcestovať všetky mestá tak, aby celková vzdušná vzdialenosť bola minimálna (**Hamiltonovská kružnica**)

Jednoduchá heuristika: Vždy pokračuj v najbližšom meste, ktoré sme ešte nenaštívili.



Správny a efektívny algoritmus? Nanešťastie, obchodný cestujúci je **NP-ťažký problém**.

Príklad: Siet' interakcií proteínov

Vrcholy: proteíny

Hrany: priame interakcie

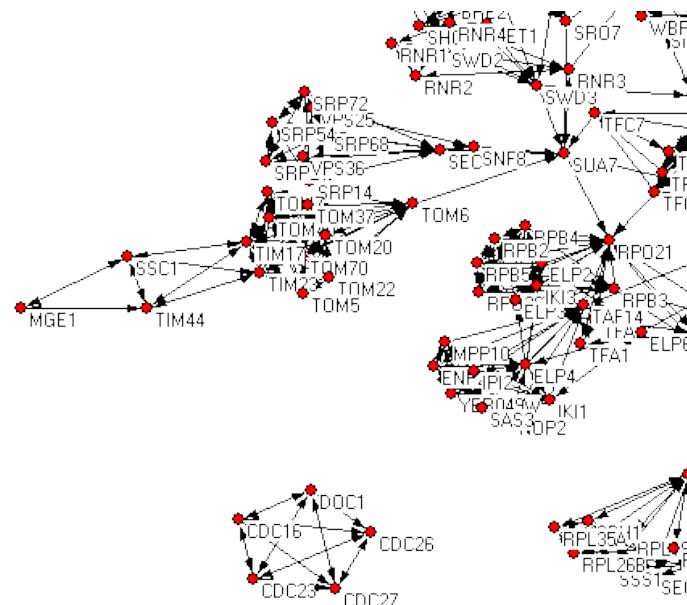
Metabolické dráhy zodp. **cestám**

Metabolické cykly zodp. **cyklom**

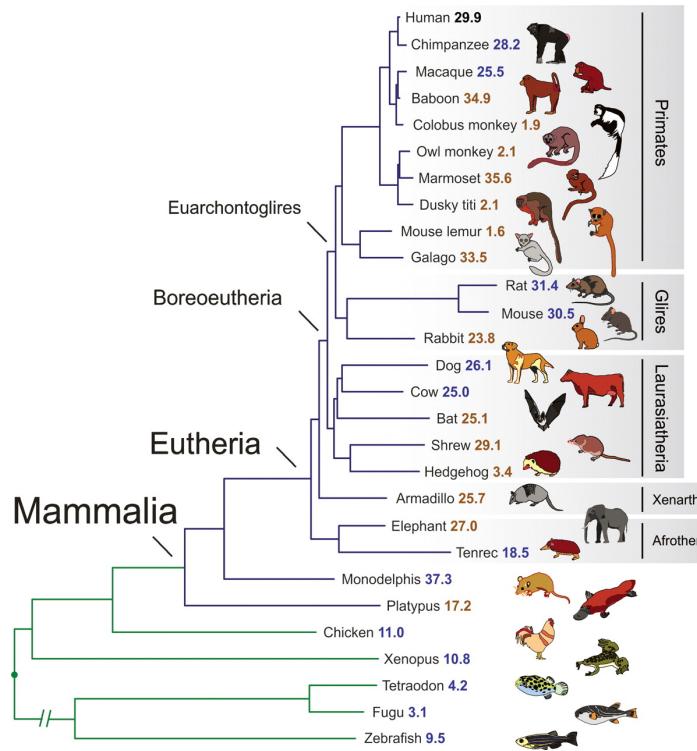
Kliky: Skupiny vrcholov priamo prepojené každý s každým

Komplexy zodpovedajú **klikám**

Komponenty súvislosti: Najväčšie skupiny vrcholov tak, aby sa v každom komponente dalo dostať z každého vrcholu do každého.



Príklad: Fylogenetický strom



- **Stromy** sú špeciálna pod trieda grafov (acyklické, súvislé)
 - Vrcholy: listy, vnútorné (spolu n)
 - Hrany: $n - 1$
 - **Binárny strom:** každý vnútorný vrchol má 2 synov

Ďalšie príklady stromov: hierarchické zhľukovanie, dátové štruktúry na rýchle vyhľadávanie

Ďalšie príklady grafov: de Bruijnov graf, fylogenetická siet' (evolúcia s horizontálnym prenosom génov alebo rekombináciou), regulačné siete, hierarchia GO (gene ontology)