

# Lista 1 - IB15031

Aluno: Fernanda Midori Abukawa

Questão 1. a)  $M = \begin{bmatrix} P(0|0) & P(1|0) & P(2|0) & P(3|0) \\ P(0|1) & P(1|1) & P(2|1) & P(3|1) \\ P(0|2) & P(1|2) & P(2|2) & P(3|2) \\ P(0|3) & P(1|3) & P(2|3) & P(3|3) \end{bmatrix} \rightarrow$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & \frac{9}{10} & 0 & 0 \\ \frac{1}{15} & \frac{6}{15} & \frac{8}{15} & 0 \\ 0 & \frac{1}{15} & \frac{17}{30} & \frac{7}{30} \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{6}{10} \end{bmatrix} \quad m_{ij} = \Pr(A_{t+1}^v = j-1 \mid A_t^v = i-1)$$

1.b)  $P(A_{t+1}^v = 3 \mid A_t^v = 3) = \frac{6}{10}$   
 $P(A_{t+2}^v = 3 \mid A_{t+1}^v = 3) = \frac{6}{10}$   
 A probabilidade é  $P(3|3) \times P(3|3) = \frac{36}{100}$

1.c)  $P(A_{t-1}^v = 1 \mid A_t^v = 3) = 0$   
 $P(A_t^v = 3 \mid A_{t+1}^v = 2) = \frac{7}{30}$   
 A probabilidade é  $P(1|3) \times P(3|2) = 0$

1.d)  $v^t \cdot M^2 =$

$$v_{1 \times t}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times M_{4 \times 4}^2 = A_{1 \times 4}$$

$$A_{1 \times 4} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{15} & \frac{2}{5} \cdot \frac{17}{30} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{30} + \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{10} \end{bmatrix}$$

esse termo da multiplicação é exatamente  $P(3|3) \times P(3|3)$

Como os 3 primeiros elementos de  $v^t$  é 0, apenas a última linha da matriz  $M^2$

$$\begin{bmatrix} & & P(3|3) \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{6}{10} \end{bmatrix} \times M = \begin{bmatrix} & & & \\ 0 & \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{15} & \frac{2}{5} \cdot \frac{17}{30} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{30} + \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{10} \end{bmatrix}$$

é exatamente  $P(3|3) \times P(3|3)$

Questão 2. a)  $\Pr(|\bar{v} - \mu| > \epsilon) \leq 2e^{-2\epsilon^2 \cdot N}$

$$\epsilon = \frac{1}{10} \quad \delta = \frac{1}{20} \quad \Pr(|\bar{v} - \mu| > \frac{1}{10}) \leq \underbrace{2e^{-2[\frac{1}{10}]^2 \cdot N}}_{\frac{1}{20}}$$

$$2e^{-2(\frac{1}{10})^2 \cdot N} = \frac{1}{20}$$

$$\ln \times \frac{1}{e} = 2 \cdot \frac{1}{100} \cdot N = \frac{1}{40} \times \ln$$

$$\ln e^{-2 \cdot \frac{1}{100} \cdot N} = \ln \frac{1}{40}$$

$$-\frac{1}{50} \cdot N \cdot \ln e = \ln \frac{1}{40}$$

$$-\frac{1}{50} N = \ln \frac{1}{40}$$

$$N = -50 \cdot \ln \frac{1}{40}$$

$$N = -50 \cdot (-3,9) =$$

$$N \approx 185$$

R = 0 N necessário é 185.