



# INFORMATICA MUSICALE

**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E INFORMATICA**  
**LAUREA TRIENNALE IN INFORMATICA**  
**A.A. 2019/20**  
**Prof. Filippo L.M. Milotta**

**ID PROGETTO:** 02

**TITOLO PROGETTO:** La scala Musicale

**AUTORE 1:** Castiglione Salvatore

**AUTORE 2:** Boscarino Ivana

**AUTORE 3:** Donzella Elenia

## Indice

<u>1.Obiettivi del progetto</u> .....	3
<u>2. Riferimenti Bibliografici</u> .....	8
<u>3. Argomenti Teorici Trattati</u> .....	9

## 1. Obiettivi del progetto

Una **scala musicale** è costituita da una serie di suoni, ordinati dai più gravi ai più acuti secondo un determinato schema di intervalli di frequenza, in modo da risultare adatta agli scopi musicali. La scala musicale risulta definita dall'ordine stesso di successione dei suoni o degli intervalli che fra essi intercorrono.

Una scala musicale è composta da: ottava, tono, tonalità e misura degli intervalli.

- **OTTAVA** è l'intervallo di 8 note posizionate a frequenza diversa nella scala musicale. Nella scala diatonica, le frequenze intermedie sono altre sei note
- **TONO** generalmente definito come l'intervallo musicale composto da due semitoni.
- **TONALITÀ**: è un complesso di alcuni suoni musicali di una determinata scala, ordinati in rapporto a uno principale, detto tonica, che dà il nome alla tonalità stessa (ad esempio, tonalità di do maggiore). A ogni tonalità corrisponde una scala;
- **MISURA DELL'INTERVALLO**: è la "distanza" tra due suoni

Oggi le scale più comuni sono quella diatonica e quella temperata, i principi di costruzione di queste scale risalgono all'alba dei tempi.

### LA SCALA PITAGORICA

La costruzione della prima scala musicale risale alla Mesopotamia del IV millennio a.C. Nel corso del medioevo tale scala fu attribuita a Pitagora da quale prende il nome. Fu molto utilizzata in Grecia e nell'Oriente.

#### COSTRUZIONE:

1)partendo da due rapporti fondamentali:

- $2/1$ : rappresenta l'intervallo di ottava
- $3/2$ : rappresenta l'intervallo di quinta giusta, che può essere ascendente o discendente in alcuni casi si può essere usato anche l'intervallo di quarta giusta ( $4/3$ )

2) Scelta una nota di riferimento, e moltiplicandola per  $3/2$  si ottiene l'intervallo di quinta relativo a quella nota. Moltiplicando ulteriormente per  $3/2$  si ottiene la quinta della quinta. Il procedimento si ripete sino a quando non si completa il giro e si ritorna alla tonica di partenza.

3)È da notare che questo procedimento fa sì che alcune note cadono nell'ottava successiva, per farle rientrare si divide per due

Si osserva che la scala pitagorica non chiude perfettamente. ( in una chiusura perfetta, l'ultima nota del circolo dovrebbe coincidere con la tonica di partenza, il che equivale a dire che tale nota dovrebbe avere una frequenza,  $2^n$  di ottave di distanza), perché dividendo per 2 ( per riposizionare la nota nell'ottava di riferimento) si introduce un semitono di valore  $\frac{1}{4}$ (comma pitagorico) rispetto al medesimo suono che si otterrebbe per sovrapposizione di ottave. Per esempio: se usiamo il Do come tonica, la mancata chiusura del circolo fa sì che le note Do# e Re $\flat$  non coincidano In pratica, quindi, possiamo ottenere un numero infinito di frequenze.

Ad esempio, scegliendo Do come nota di riferimento, si avrà:

regola generativa (ascendente)	...	$\frac{3}{2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$	$\left(\frac{3}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$	$\left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$	...
rapporto tra le frequenze	1:1	3:2	9:8	27:16	81:64	243:128	729:512	...
nota	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa #	...
intervallo	...	V	II M	VI M	III M	VII M	IV+	...

Possiamo generare nuove note anche tramite intervalli di quinta discendenti. Dal punto di vista matematico ciò equivale a dividere ripetutamente la frequenza di partenza per  $3/2$  (cioè a moltiplicare per  $2/3$ ).

Ad esempio partendo dalla nota Do otteniamo:

regola generativa (discendente)	...	$\frac{2}{3} \cdot 2$	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 2^2$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 2^2$	$\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot 2^3$	$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot 2^3$	$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot 2^4$	...
rapporto tra le frequenze	1:1	4:3	16:9	32:27	128:81	256:243	1024:729	...
nota	Do	Fa	Si $\flat$	Mi $\flat$	La $\flat$	Re $\flat$	Sol $\flat$	...
intervallo	Unisono	IV	VII m	III m	VI m	II m	V-	...

**OSSERVAZIONE:** questo procedimento può formare note all'infinito con frequenze al di là della soglia di udibilità del nostro orecchio.

## LA SCALA NATURALE

Inventata da Archita intorno I secolo dopo Cristo, trovò però applicazione pratica solo nel medioevo con la teorizzazione di Gioseffo Zarline. Mentre il sistema pitagorico prevedeva la divisione della corda di un monocordo in 2, 3 o 4 parti, la novità della scala naturale consisteva nella possibilità di andare oltre, e quindi di dividere la corda in 5 e 6 parti.

### COSTRUZIONE:

- 1) si sceglie una nota di riferimento e se ne moltiplica la frequenza per 2, 3, 4...
- 2) per riportare le note così generate nell'ambito dell'ottava di partenza si divide la loro frequenza per  $2^n$ , dove n è il numero di ottave che si sono percorse dalla nota di partenza a quella di arrivo;
- 3) si eliminano poi gli eventuali "doppioni" ottenuti. Resta il problema di decidere quante note distinte includere nella scala. La tradizione impone il numero di 7 per la scala naturale diatonica, e 12 per quella cromatica.

armonico n.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	...
rapporto	1:1	2:1	3:2	2:1	5:4	3:2	7:4	2:1	9:8	5:4	11:8	3:2	13:8	7:4	15:8	2:1	17:8	9:8	19:18	5:4	...
nota (appross.)	Do	Do	Sol	Do	Mi	Sol	Si $\flat$	Do	Re	Mi	Sol $\flat$	Sol	La $\flat$	Si $\flat$	Si	Do	Do $\sharp$	Re	Re $\sharp$	Mi	...

### OSSERVAZIONI

- Il Problema della scala naturale è che, una volta fissata la tonica, permette di avere gli intervalli apparentemente "più consonanti" (tutto ciò che suona "gradevole" all'orecchio).
- Uno strumento a intonazione fissa accordato secondo la scala naturale di Do suona bene solo nella tonalità di Do. Per cambiare la tonica bisogna cambiare strumento, o riaccordarlo.

## SCALA A TEMPERAMENTO EQUABILE

Già descritto da Aristosseno di Taranto intorno al 320 a.C. questo sistema fu adottato da numerosi intellettuali. Tuttavia la sua adozione fu graduale a causa dell'estrema difficoltà di ottenere questo temperamento nell'accordatura degli strumenti (per mancanza di intervalli giusti di riferimento). Solo nella seconda metà del XIX secolo, il temperamento equabile si affermò gradualmente in tutta Europa. Bisogna però attendere fino al 1917 affinché si arrivi a sviluppare un metodo praticamente utilizzabile per accordare un pianoforte secondo un temperamento equabile rigoroso.

### COSTRUZIONE

- 1) Si divide l'ottava in dodici parti uguali
- 2) Poiché l'ottava è rappresentata dal rapporto 2:1, e le frequenze si moltiplicano, l'intervallo più piccolo è quello che, moltiplicato per sé stesso dodici volte dà 2. Un semitono temperato  $= 2^{\frac{1}{12}}$ , pari esattamente a 100 cent.

Temperamento equabile				
nota	numero MIDI	rapporto	frequenza (Hz)	cent
Do <sub>3</sub>	60	1	261.6	0
Do# o Re <sub>b</sub>	61	$\sqrt[12]{2}$	277.2	100
Re	62	$\sqrt[12]{2^2}$	293.7	200
Re# o Mi <sub>b</sub>	63	$\sqrt[12]{2^3}$	311.1	300
Mi	64	$\sqrt[12]{2^4}$	329.6	400
Fa	65	$\sqrt[12]{2^5}$	349.2	500
Fa# o Sol <sub>b</sub>	66	$\sqrt[12]{2^6}$	370.0	600
Sol	67	$\sqrt[12]{2^7}$	392.0	700
Sol# o La <sub>b</sub>	68	$\sqrt[12]{2^8}$	415.3	800
La	69	$\sqrt[12]{2^9}$	440.0	900
La# o Si <sub>b</sub>	70	$\sqrt[12]{2^{10}}$	466.2	1000
Si	71	$\sqrt[12]{2^{11}}$	493.9	1100
Do <sub>4</sub>	72	2	523.2	1200

### Vantaggi:

- 1) l'intonazione di un brano è indipendente dalla tonalità in cui esso è eseguito, cioè dalla nota che si sceglie come base della scala, quindi un brano può venire trasposto in altra tonalità senza dover riaccordare gli strumenti;
- 2) Gli strumenti ad intonazione fissa suonano ugualmente bene in tutte le tonalità;

- 3) le note enarmoniche vengono a coincidere (es. Do# e Reb) semplificando la costruzione degli strumenti musicali.

### Svantaggi:

Gli strumenti ad intonazione fissa suonano ugualmente male in tutte le tonalità. Infatti, mentre nella scala naturale esistono sempre intervalli perfettamente consonanti, adottando il temperamento equabile questi intervalli non esistono, qualunque sia la tonalità in cui si suona.

**Ampiezza degli intervalli (in cent) nelle varie scale e relative correzioni rispetto alla scala naturale**

nota	temperata	naturale	pitagorico	differenza temperata-naturale
Do	0.000	0.000	0.000	0.000
Do# o Reb	100.000	111.731	113.685	-11.731
Re	200.000	203.910	203.910	-3.910
Re# o Mib	300.000	315.641	294.135	-15.641
Mi	400.000	386.314	407.820	+13.686
Fa	500.000	498.045	498.045	+1.955
Fa# o Solb	600.000	590.224	611.730	+9.776
Sol	700.000	701.955	701.955	-1.955
Sol# o Lab	800.000	813.686	815.640	-13.686
La	900.000	884.359	905.865	+15.641
La# o Sib	1000.000	1017.596	996.090	-17.596
Si	1100.000	1088.269	1109.775	+11.731
Do	1200.000	1200.000	1200.000	0.000

Osservando la tabella, in molti casi si ha una notevole differenza di ampiezza fra la scala temperata e naturale. Questi fenomeni vengono detti battimenti (frequenza risultante dalla sovrapposizione di grandezze periodiche)

Nella pratica musicale coloro che suonano strumenti ad intonazione variabile (es: archi, fiati) se accompagnati da uno strumento ad intonazione fissa (es: strumenti a tastiera) introducono in tempo reale al momento dell'esecuzione le necessarie correzioni per eliminare i battimenti.

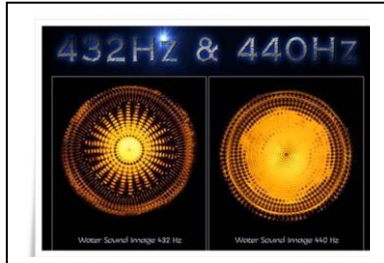
### BREVE STORIA SULLE NOTE

Nell'antichità, la musica veniva tramandata oralmente in generazione in generazione e non esisteva un modo di scrivere i suoni che costituivano le melodie. Il problema della scrittura musicale cominciò a presentarsi durante il Medioevo, quando le melodie che venivano tramandate oralmente cominciarono a diventare sempre più lunghe e complesse. Poco alla volta quindi, sopra i testi da cantare, vennero messi dei segni chiamati neumi. Questi simboli indicavano ai cantori l'andamento della melodia, che poteva essere crescente o discendente.

Gli attuali nomi delle note in uso nei paesi latini risalgono all'XI secolo e la definizione del loro nome è attribuita a Guido d'Arezzo, diede un nome specifico alle note, che fino ad allora erano state indicate con le note dell'alfabeto, chiamandole con le iniziali dell'inno di San Giovanni (Ut queant laxis del monaco Paolo Diacono).

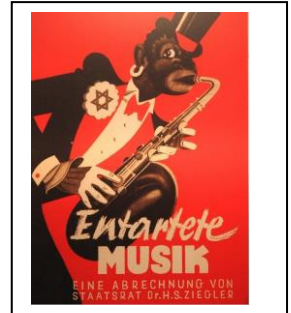
## L'ACCORDATURA 440HZ

L'accordatura è il processo di regolazione di uno strumento musicale affinché sia perfettamente intonato. Generalmente si parla di accordatura in riferimento agli strumenti a corda, ma può essere genericamente estesa al concetto di intonazione di altri strumenti. Anche gli strumenti a canne (come l'organo) hanno bisogno di essere accordati: le canne, essendo fatte di materiali diversi, rispondono diversamente alla dilatazione termica. Oggi si prende per riferimento la nota LA a 440 Hz, prodotta dai diapason più comuni o dagli accordatori elettronici. Il motivo di tale scelta ha teorie lontane nel tempo.



Tutto iniziò intorno al 1939 dove lo zar russo e le famiglie reali d'Europa scelsero un'accordatura alta in modo da avvicinare, simbolicamente, la musica a Dio, questa scelta fu presa dopo un congresso a Berlino avvenuta nello stesso anno. Altri pensano che fu Hitler a stabilire tale

frequenza che era profondo estimatore di Wagner. La musica del compositore tedesco così come quella dell'intera scuola romantica adoperava proprio l'intonazione del diapason a 440 Hz. Dopo la seconda guerra mondiale fu organizzato a Londra un altro congresso, dove si decise di adottare la standardizzazione sul valore dei 440 Hz. Un altro filone di pensiero vede nella scelta dei 440 Hz un preciso obiettivo: quello di soggiogare le menti. Il suono a 432 Hz, per chi si interessa di discipline orientali, è collegato al chakra del cuore, "il chakra del sentimento", diversamente dalla frequenza a 440 Hz che lavora sul chakra del cervello "il controllo mentale".



Anche Verdi si esprime sull'argomento, anche se esclusivamente da un punto di vista musicale, affermando che l'accordo a 440Hz aggiunge alla musica un suono più nobile e maestoso.

In campo medico sono state avanzate diverse ipotesi. Medici nel Settecento pensavano che la frequenza a 432 fosse più armonica per il nostro organismo perché in grado di non turbare la coclea, una piccolissima conchiglia che riposa nella nostra testa e che ha il compito di recepire il suono e trasmetterlo al cervello. Da notare che tra il La a 442 Hz e quello a 432 Hz, il nostro orecchio non coglie grandi differenze. Bisognerebbe avere un udito molto sviluppato per accorgersene.

In Italia, in particolare, è la [legge n. 170 del 3 maggio 1989](#), che regola la materia stabilendo che: "il suono di riferimento per l'intonazione di base degli strumenti musicali è la nota LA<sup>3</sup>, la cui altezza deve corrispondere alla frequenza di 440 Hertz (Hz), misurata alla temperatura ambiente di 20 gradi centigradi." Alcuni hanno, però, dato vita a un movimento in favore del ritorno al LA a 432 Hz, denominato "Rivoluzione Omega". Di questo movimento fanno parte Pink Floyd e Rolling Stones.

## 2. Riferimenti Bibliografici

1. [https://it.wikipedia.org/wiki/Scala\\_diatonica](https://it.wikipedia.org/wiki/Scala_diatonica)
2. [https://it.wikipedia.org/wiki/Scala\\_pitagorica](https://it.wikipedia.org/wiki/Scala_pitagorica)
3. <https://www.lanaturadellecose.it//sonia-cannas-289/matematica-e-musica-290/la-scala-pitagorica-292.html>
4. [https://it.wikipedia.org/wiki/Intonazione\\_naturale](https://it.wikipedia.org/wiki/Intonazione_naturale)
5. [https://www.lanaturadellecose.it//sonia-cannas-289/matematica-e-musica-290/la-scala-naturale-340.html#nota\\_1](https://www.lanaturadellecose.it//sonia-cannas-289/matematica-e-musica-290/la-scala-naturale-340.html#nota_1)
6. [https://it.wikipedia.org/wiki/Temperamento\\_equabile](https://it.wikipedia.org/wiki/Temperamento_equabile)
7. <https://www.lanaturadellecose.it/sonia-cannas-289/matematica-e-musica-290/il-sistema-temperato-equabile-368.html>
8. <https://www.scienzaeconoscenza.it/blog/consapevolezza-spiritualita/accordatura-a-432-hz>
9. <https://www.musica-spirito.it/musica-scienza/articoli-scientifici-accordatura-432-hz/>
10. <https://auralcraive.com/2017/04/26/thriller-a-440-hz-chi-scelse-la-frequenza-di-riferimento-per-accordare-gli-strumenti/>
11. <https://fmilotta.github.io/teaching/computermusic19/ComputerMusic-Slide-6-2019-IT.pdf>
12. [http://fisicaondemusica.unimore.it/Scala\\_pitagorica.html](http://fisicaondemusica.unimore.it/Scala_pitagorica.html)
13. [http://fisicaondemusica.unimore.it/Scala\\_naturale.html](http://fisicaondemusica.unimore.it/Scala_naturale.html)
14. [http://fisicaondemusica.unimore.it/Temperamento\\_equabile.html](http://fisicaondemusica.unimore.it/Temperamento_equabile.html)

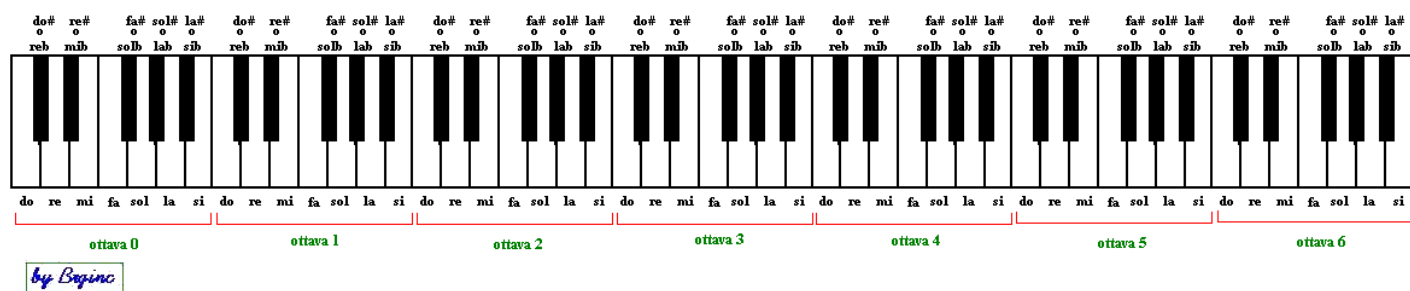


### 3. Argomenti Teorici Trattati

La **NOTA** è un suono, ma un suono non deve essere per forza una nota.

Si definisce nota musicale ciascuno dei simboli utilizzati nella musica per descrivere un particolare suono.

Un insieme di note si dice **ottava**, essa è l'intervallo che intercorre tra note uguali di cui una ha *frequenza doppia dell'altra*. Ogni ottava inizia con la stessa nota dell'ottava precedente (ma di frequenza doppia). Una nota è caratterizzata da frequenze stabilite matematicamente. Tramite lo spettro che caratterizza il timbro della nota, che ci distingue la stessa nota suonata con strumenti diversi. Si può dire che le frequenze che compongono lo spettro si possono dividere in due categorie quelle predominanti che caratterizzano la nota e le non predominanti che caratterizzano lo strumento.



Note	ottave						
	0	1	2	3	4	5	6
Do	16,35	32,70	65,41	130,8	261,6	523,3	1047
Do#-Reb	17,32	34,65	69,30	138,6	277,2	554,4	1109
Re	18,35	36,71	73,42	146,8	293,7	587,3	1175
Re#-Mib	19,45	38,89	77,78	155,6	311,1	622,3	1245
Mi	20,60	41,20	82,41	164,8	329,6	659,3	1319
Fa	21,83	43,65	87,31	174,6	349,2	698,5	1397
Fa#-Solb	23,12	46,25	92,50	185,0	370,0	740,0	1480
Sol	24,50	49,00	98,00	196,0	392,0	784,0	1568
Sol#-Lab	25,96	51,91	103,8	207,7	415,3	830,6	1661
La	27,50	55,00	110,0	220,0	440,0	880,0	1760
La#-Sib	29,14	58,27	116,5	233,1	466,2	932,3	1865
Si	30,87	61,74	123,5	246,9	493,9	987,8	1976

Esistono vari tipi di **RAPPRESENTAZIONE DELLE NOTE**, la più usata è quella della **SCALA DIATONICA** in cui le note si susseguono secondo una precisa successione di sette intervalli, cinque toni e due semitoni. Tale successione caratteristica non è univoca, ma può essere specificata in sette diverse combinazioni aventi la caratteristica che ognuna di queste può essere costruita a partire dalle altre, per esempio

T - T - S - T - T - T - S    maggiore

T - S - T - T - S - T - T    minore

T - S - T - T - T - T - S    dorico

S - T - T - T - S - T - T    frigio

T - T - T - S - T - T - S    lidio

T - T - S - T - T - S - T    misolidio

S - T - T - S - T - T - T    locrio

(T=tono e S=semitono.)

Osserviamo che quella della scala minore può essere ottenuta da quella della scala maggiore partendo dalla sua sesta nota. **Per essere una scala diatonica i due semitoni devono trovarsi ad inquadrare due toni, oppure i due semitoni devono trovarsi ad inquadrare tre toni.** Sulle base della scala maggiore si sono formate le denominazioni delle note Do-Re-Mi-Fa-Sol-La-Si-Do, essa infatti viene chiamata pure scala di DO, invece quella minore prende il nome di scala di La. *Dalla scala diatonica nasce la scala cromatica*(temperata) la quale è composta da 12 semitoni, i quali non hanno nomi propri ma utilizzano il nome delle altre note vicine accompagnati dagli aggettivi diesis (per note più alte di un semitono rispetto a quella di cui si prende il nome) oppure bemolle (per note più basse di un semitono) .

Come abbiamo capito le note hanno frequenza fissa, sono calcolate a partire da una nota fondamentale la cui frequenza è stabilita per convenzione. Recentemente si è stabilito che il  $La^4$  (La della quarta ottava), rappresentato in chiave di violino nel secondo spazio del pentagramma, corrisponda a una frequenza acustica di 440 Hz. Ogni nota è separata dal  $La^4$  da un numero intero di semitoni, ogni 12 semitoni, quindi ogni ottava, si ha un raddoppio di frequenza. Si tratta dunque di una progressione geometrica di ragione  $2^{\frac{1}{12}}$ , quindi la frequenza di una nota che dista n semitoni dalla fondamentale è data dalla formula:

$$f_n = 440 \times 2^{\frac{n}{12}}$$

Invece in alternativa se si volesse calcolare la distanza fra due note si considera la formula:

$$f_n = f_p \times 2^{\frac{n}{12}}$$

- $f_p$ =frequenza di partenza