INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Unidad Profesional Interdisciplinaria de Biotecnología

Unidad de Aprendizaje: Métodos Numéricos

Tarea No 1.

"Errores y Polinomios de Taylor"

Profesores:

Marin Albino María del Carmen

Rosas Mendoza Jorge Luis

Alumnos:

Escalante Villalba Alexa

Minajas Carbajal Francisco Javier

Mireles Pérez María Caridad

Salmerón Ramírez Amanda

Grupo: 4FV3

Fecha de entrega: 22/08/2017

Equipo 9

Ciclo escolar: 2018/1

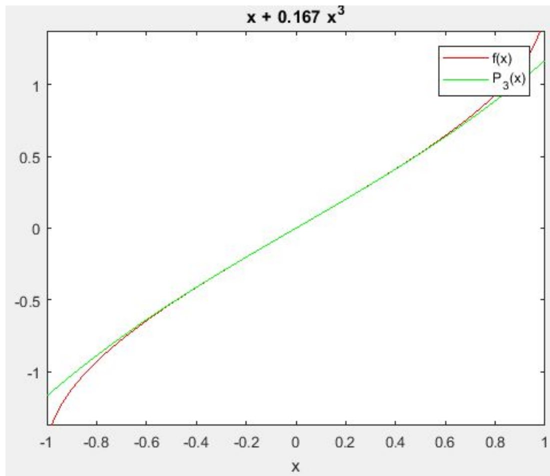
A continuación se despliegan los ejercicios propuestos:

1. Para la función $f(x) = arcsin(x); \; -1 \leq x \geq 1$;
   a. Determine el polinomio de Maclaurin de grado 3.

```
P_3 =

0.167*x^3 + x
```

$Figura\ 1:\ Polinomio\ de\ Grado\ 3\ de\ Maclaurin$

   b. Grafique la función $f(x)$ y la ecuación anterior juntos.



$Figura\ 2:\ Gráfica\ de\ f(x)\ y\ P_3(x)$

   c. Estime $arcsin(-0.51)$, $arcsin(0.8)$ con seis cifras significativas, y calcule sus correspondientes errores absolutos y relativo verdadero.

```
Valor real de arcsen(-0.51) es -0.535185
Valor real de arcsen(0.8) es 0.927295

Error verdadero de arcsen(-0.51) y P_3 es: 1.701851
Error verdadero de arcsen(0.8) y P_3 es: 0.239371

Error relativo de arcsen(-0.51) y P_3 es: es 317.993240
Error relativo de arcsen(0.8) y P_3 es: 25.813942
```

$Figura\ 3:\ Errores\ absolutos\ y\ relativos\ entre\ arcsin(-0.51)\ y\ arcsin(0.8)\ con\ P_3(x)$

   d. Codigo

```
%Para la función f(x) arcsen (x) -1<x<1
%a)Determinar el polinomio de grado 3
%b)Grafique la función f(x) y el polinomio anterior juntos.
%c)Estime arcsin(?0.51) y arcsin(0.8) con seis cifras significativas, y
calcule sus correspondientes errores absoluto
%y relativo verdadero.
clear all;
close all;
clc;
%primero definimos nuestra funciona anonima
f=@(x)asin(x);
%punto alrededor del cual giraremos
%en el caso de Maclaurin no es necesario
a=0;
%declaramos una variable simbólica para derivar
```

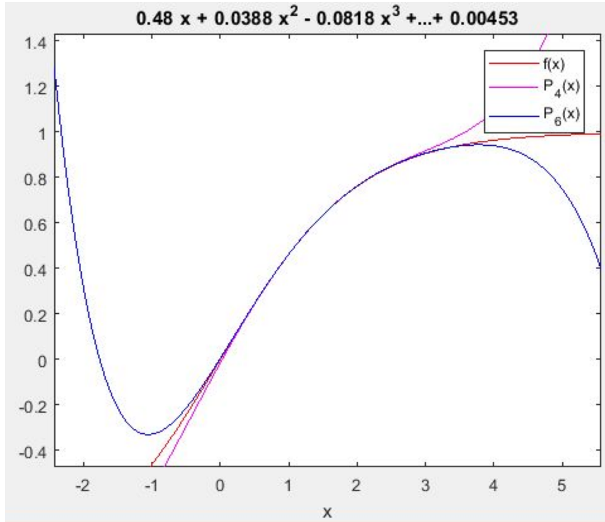
```
syms x
%Vamos a construir nuestro polinomio
%---------------INSISO A Grado 3--------------%
P=0;
k=3;
%escribir nuestro ciclo for
for n=0:k
    %substituir la ecuación
    P=P+subs(diff(f(x),n),a)/factorial(n)*(x-a)^n;
end
%desarrollamos el polinomio
%valores de presión
P_3=vpa(expand(P),3)
%------------------GRAFICACIÓN---------------%
%graficando la función
fplot(f,[a-1,a+1],'r');
%graficar encima de la otra
hold on
%
g=ezplot(P_3,[a-1,a+1]);
set(g,'Color','g');

legend('f(x)','P_3(x)')
%--------------APROXIMACIONES----------------%
V_aprox=subs(P_3,1);%valor aprox
format long %para obtener todos los valores significativos
V_a=asin(-0.51);
V_b=asin(0.8);
fprintf("Valor real de arcsen(-0.51) es %f",V_a);
fprintf("\nValor real de arcsen(0.8) es %f\n\n",V_b);
%--------------ERROR ABSOLUTO VERDADERO Y RELATIVO----%
E_a=vpa(abs(V_a-V_aprox),6);%Valor verdadero
E_b=vpa(abs(V_b-V_aprox),6);%Valor verdadero
fprintf("Error verdadero de arcsen(-0.51) y P_3 es: %f",E_a);
fprintf("\nError verdadero de arcsen(0.8) y P_3 es: %f\n\n",E_b);
e_a=vpa(E_a/abs(V_a)*100,2);
e_b=vpa(E_b/V_b*100,2);
fprintf("Error relativo de arcsen(-0.51) y P_3 es: es %f",e_a);
fprintf("\nError relativo de arcsen(0.8) y P_3 es: %f\n\n",e_b);
```

2. Considere la función $f(x) = tanh(x/2); \; -4 \leq x \geq 4$;
   a. Determine los polinomios de Taylor de grado 3 y 4, alrededor de $\pi/2$.

```
P_2 =

- 0.0934*x^2 + 0.579*x - 0.0224


P_3 =

0.00689*x^3 - 0.126*x^2 + 0.63*x - 0.0491
```

$$Figura\ 3:\ Polinomios\ de\ Taylor\ de\ Grado\ 2\ y\ 3$$

b. Grafique a $f(x),\ P_4(x),\ P_6(x)\ juntos.$



$Figura\ 3:\ Gráfica\ con\ las\ funciones\ f(x),\ P_4(x),\ P_6(x)$

c. Use ambos polinomios para estimar $tanh(2)$ con ocho cifras significativas. ¿Cual es la pérdida de cifras significativas entre las dos aproximaciones?

```
E =

[ 0.50202988, 0.5019071]
```

$Figura\ 4:\ Pérdida\ de\ cifras\ significativas$

$Figura\ 4:\ Pérdida\ de\ cifras\ significativas\ entre\ el\ valor\ real\ y\ los\ polinomios\ de\ 4\ y\ 6\ orden.$

d. Codigo

```
%Para la funcion f(x) arcsen (x) -1<x<1
%a)Determinar el polinomio de grado 3
%b)Grafique la función f(x) y el polinomio anterior juntos.
%c)Estime arcsin(?0.51) y arcsin(0.8) con seis cifras significativas, y calcule
sus correspondientes errores absoluto
%y relativo verdadero.
clear all;
close all;
clc;
%primero definimos nuestra funciona anonima
f=@(x)tanh(x/2);
%punto alrededor del cual giraremos
%en el caso de Maclaurin no es necesario
a=pi/2;
%declaramos una variable simbolica para derivar
syms x
%Vamos a contruir nuestro polinomio
%---------------INSISO A Grado 2--------------%
P=0;
k=2;
%escribir nuestro ciclo for
for n=0:k
    %substituir la ecuacion
    P=P+subs(diff(f(x),n),a)/factorial(n)*(x-a)^n;
end
%desarrollamos el polinomio
%valores de presion
```

```
P_2=vpa(expand(P),3);
%---------------INSISO A Grado 3------------------%
P=0;
k=3;
%escribir nuestro ciclo for
for n=0:k
    %substituir la ecuacion
    P=P+subs(diff(f(x),n),a)/factorial(n)*(x-a)^n;
end
%desarrollamos el polinomio
%valores de presion
P_3=vpa(expand(P),3);
%--------------INSISO B GRADO 4--------------%
P=0;
k=4;
%escribir nuestro ciclo for
for n=0:k
    %substituir la ecuacion
    P=P+subs(diff(f(x),n),a)/factorial(n)*(x-a)^n;
end
%desarrollamos el polinomio
%valores de presion
P_4=vpa(expand(P),3);
%--------------INSISO B GRADO 6--------------%
P=0;
k=6;
%escribir nuestro ciclo for
for n=0:k
    %substituir la ecuacion
    P=P+subs(diff(f(x),n),a)/factorial(n)*(x-a)^n;
end
%desarrollamos el polinomio
%valores de presion
P_6=vpa(expand(P),3);
%------------------GRAFICACION--------------%
%Graficando la funcion origina
fplot(f,[a-4,a+4],'r');
%
hold on
g=ezplot(P_4,[a-4,a+4]);
set(g,'Color','m');
g1=ezplot(P_6,[a-4,a+4]);
set(g1,'Color','b');
legend('f(x)','P_4(x)', 'P_6(x)');
%-----------------APROXIMACIONES------------%
V_aprox(1)=subs(P_4,1);
V_aprox(2)=subs(P_6,1);
format long
V_exacto=tanh(2);
%-----------------ERROR absoluto verdader y relativo
E=vpa(abs(V_exacto-V_aprox),8)
```

3. Determine el polinomio de Taylor de 4o. grado alrededor de 3/2 de la función

$$f(x) = \frac{1}{2x-1}$$

Estime ⅓ y calcule los errores absoluto y relativo porcentual (Elija el valor correcto de la variable para estimación). Grafique el polinomio y la función juntos

```
P_4 =

0.5*x^4 - 3.5*x^3 + 9.5*x^2 - 12.1*x + 6.59


d =

     1.750316162109375e+02


V_aprox =

3.484182098765432098765432098765 4


V_exacto =

  -3.000000000000000


E =

6.48418
    er =

    -216.1394032921810699588477366255 1
```

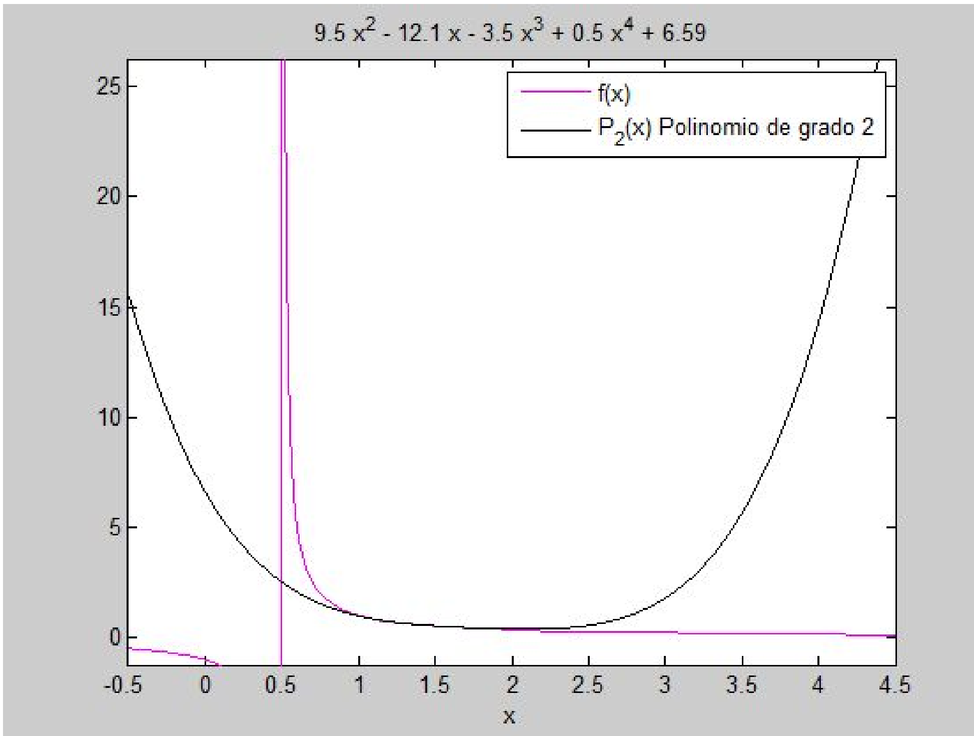
Figura 5 : *Errores absolutos y relativos*

Al observar la grafica del polinomio de grado 4 y la función se tiene que en cierto valor que es ½ no existe una respuesta, es una función indiscreta , en la estimación de ⅓ se observa que se tiene un error muy alto pero al acercar el valor a a se tiene un error menor como ejemplo el siguiente:

```
V_aprox =

0.34375


V_exacto =

   0.333333333333333


E =

0.0104167


er =

3.125
```

Figura 6 : *Errores*

Grafica:



$Figura\ 7:\ \ Grafica\ de\ f(x)\ y\ P_4(x)$

Codigo:

```
clear;close all;clc
f=@(x)1/(2*x-1);
a=3/2;%alrededor de
k=4;%grado
syms x
p=0;%acumulador
for n=0:k
    p=p+subs(diff(f(x),n),a)/factorial(n)*(x-a)^n;%taylor
end
p
P_2=vpa(expand(p),3)
fplot(f,[a-3,a+3],'m')
hold on
box on
d=ezplot(P_2,[a-3,a+3])
set(d,'Color','k')
legend('f(x)','P_2(x) Polinomio de grado 2')
V_aprox=subs(P_2,1/3)
V_exacto=f(1/3)
E=vpa(abs(V_exacto-V_aprox),4)
E_relativo=E/V_exacto*100
```

4. Estime el valor de sec(π 4) con el polinomio de Taylor de 6o. grado. ¿Cuál es el error absoluto y el error relativo? Escoja adecuadamente la función y el punto alrededor del cual determinará el polinomio solicitado para la estimación.

    a. Codigo

```
%limpiamos la pantalla y las variables
clear all; close all; clc;
%definiendo función
f=@(x) sec(x)
a=0;%PUNTO ALREDEDOR DEL CUAL SE CALCULA EL POLINOMIO DE TAYLOR
k=6; %grado del polinomio
%escribir el código
%para derivar necesitamos una variable simbólica para por derivar
syms x
%proceso repetitivo hasta llegar a, se necesita de un acumulador
P=0; %acumulador para ir llenando el polinomio
for n=0:1:k %ciclo repetitivo hasta donde queremos
    P=P+subs(diff(f(x),n), a)/factorial(n)*(x-a)^n; %acumulando la funcion derivada y evaluada
end
P
P_6=vpa(expand(P),3) %ESTE ES EL POLINOMIO SE HA DESARROLLADO EL POLINOMIO Y SE TRABAJA CON 3 CIFRAS
k=4;
%--------------------CALCULANDO EL VALOR EXACTO Y APROXIMADCO-------------------------%
v_aprox(1)= vpa(subs(P_6,pi/4))
v_exacto=sec(pi/4)
%--------------ERROR ABSOLUTO VERDADERO Y RELATIVO-----------------------------------%
E=vpa(abs(v_exacto-v_aprox),3)
e=vpa(expand(E/v_exacto*100),6)
```

```
f =

    @(x)sec(x)


P =

(61*x^6)/720 + (5*x^4)/24 + x^2/2 + 1


P_6 =

0.0847*x^6 + 0.208*x^4 + 0.5*x^2 + 1.0


v_aprox =

1.4075823638551534288843972955174


v_exacto =

    1.4142


E =

0.00663


e =

0.468897
```

Figura 8 : Error absoluto y error relativo

5. Sea la función variable

$$f(x) = log_3(x)$$

Realice un cambio de base para expresar el logaritmo base tres en términos del logaritmo base natural, y calcule el polinomio de Taylor grado 3 alrededor de 1. Suponga que evalúa el polinomio en x=2. ¿Cuál es el error relativo cometido por esta aproximación?

Calculando el polinomio de Taylor grado 3 alrededor de 1.

```
P_3 =

0.303*x^3 - 1.37*x^2 + 2.73*x - 1.67
```

Figura 9 : Pérdida de cifras significativas

Evaluando el polinomio en x=2

```
Ev =

   0.630929753571458
```

Figura 10 : *Error verdadero*

Después de esto se calcula el error relativo de la aproximación (e), para lo cual se deben calcular el valor aproximado, valor exacto y error absoluto (E)

```
Ev =

   0.630929753571458


V_aprox =

0.75853268883656710386276245117188


V_exacto =

   0.693147180559945


E =

0.0653855


e =

9.43313
```

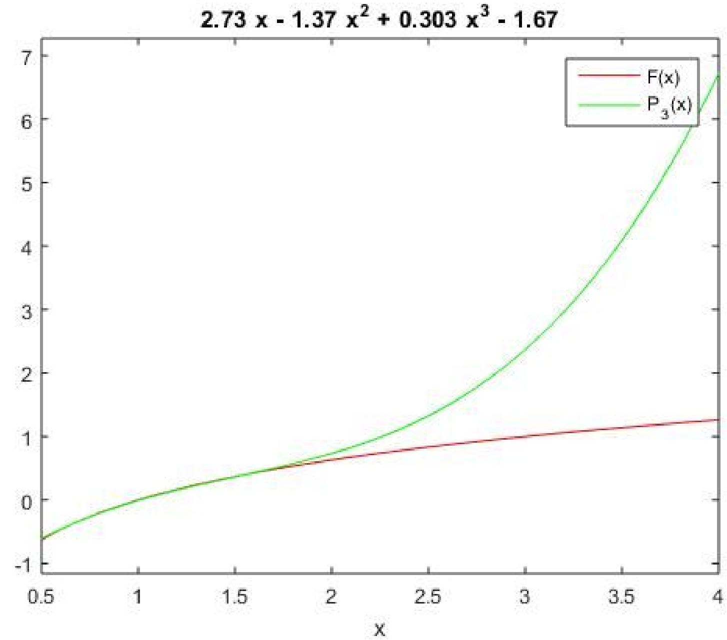
Figura 11 : *Error relativo y aproximado*

CÓDIGO:

```
%Función variable f(x)=log3(x)
%Cambio de base para expresar el logaritmo base tres en términos del logaritmo base natural
%Calcular polinomio de Taylor alrededor de 1
%Evaluar el polinomio en x=2.
%Error relativo cometido por esta aproximación
clear all
close all
clc;
%Se define función anónima con logaritmo base 3
f=@(x)log3(x);
f=@(x)log(x)/log(3);
a=1; %Punto alrededor del cual se calcula el polinomio de Taylor
```

```
%Declaramos una variable simbólica
syms x;
%Se construye el polinomio de Taylor
P=0;
k=3;%grado del Polinomio
for n=0:k
%Sustituir la ecuación
    P=P+subs(diff(f(x),n),a)/factorial(n)*(x-a)^n;
end
P_3=vpa(expand(P),3)
%Se evalúa la función en x=2:
Ev=f(2)
%---------------------APROXIMACIONES-------------------------------------%
V_aprox=subs(P_3,2)%valor aproximado
format long %formato largo
V_exacto= log(2) %valor exacto
%---------------------ERROR ABSOLUTO Y RELATIVO--------------------------%
E=vpa(abs(V_exacto-V_aprox),6)%error verdadero
e=vpa(expand(E/V_exacto*100),6) %error relativo (porcentual)
%---------------------Gráfica------------------------------------------%
fplot(f,[a-0.5,a+3],'r');
hold on
g=ezplot(P_3,[a-0.5,a+3]);
set(g,'Color','g');
legend('F(x)', 'P_3(x)')
%Fin
```

Gráfica de la función $f(x) = log\,(x)$ y el polinomio de Taylor grado 3


2.73 x - 1.37 x^2 + 0.303 x^3 - 1.67
F(x)
P_3(x)
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
x