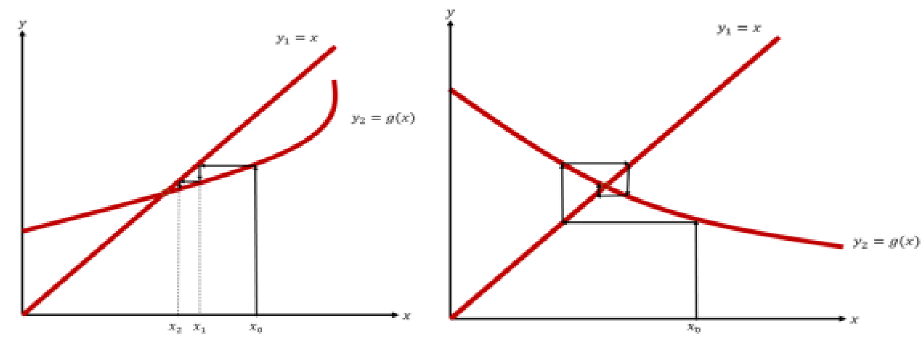
1-. Investigar y describir geométricamente cuando se da la convergencia y la divergencia en los - métodos de Newton – Raphson y Punto Fijo

Punto fijo

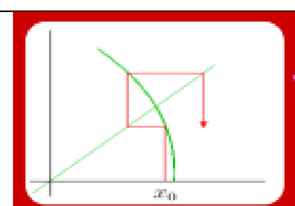
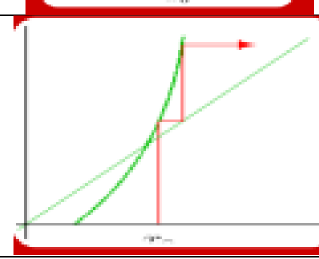
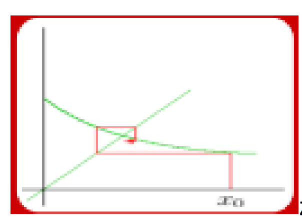
Para ilustrar geométricamente la convergencia y la divergencia del método del punto fijo, la ecuación de recurrencia es $x = g(x)$ y esta a su vez puede replantearse como $y_1 = x$

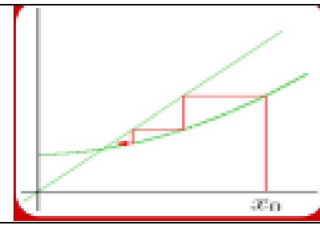
$$y_2 = g(x)$$

La raíz $f(x) = 0$ corresponde al valor de la abcisa de la intersección de las curvas definisdas por y_1 y y_2 como podemos observa en la siguiente imagen



Dependiendo de los valores que toma g´(x) en el intevalo $[x_a, x_b]$, pueden disntinguirse los cuatro casos siguientes

Diverge	Porque $\lvert g'(x) \rvert < -1$	
	Porque $\lvert g'(x) \rvert > 1$	
Converge	$\lvert g(x) \rvert \leq k < 1$De forma oscilatória	 z

	$\lvert g(x)\rvert \leq k <$ De forma Monótona	

Método Newton – Raphson

En su interpretación geométrica el valor inicial para la raíz es X_n, entonces se puede trazar una tangente desde el punto $[x_{n,}f(x_n)]$ de la curva. Comúnmente el punto donde está la tangente cruza al eje x y representa una aproximación mejorada de la raíz.

Este método puede deducirse geométricamente al considerar que la primera derivada en x puede aproximarse como la pendiente:

$$f'(x_n) \approx \frac{f(x_n)\text{-}0}{x_n\text{-}x_{n+1}}$$

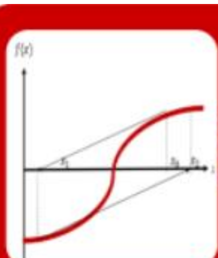
Despejando se tiene la fórmula de Newton-Raphson

$$x_{n+1} = x_n \text{ - } \frac{f(x_n)\text{-}0}{x_n\text{- }x_{n+1}}$$

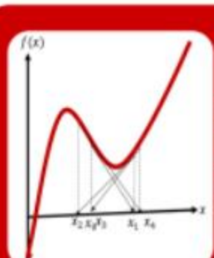
Su algoritmo es el siguiente

Sea la función $f(x)$ y (x_n) un Vlor inicial

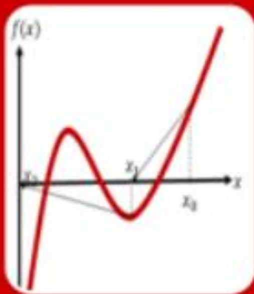
1. Calcular $X_{n+1} = x_n\text{- }\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
2. Si $f(x_{n+1}) <$ tol., entonces el rpocedimiento es exitoso
3. De no cumplirse el criterio de paro, tomar x_{n+1}cmo x_n y regresar al paso 1



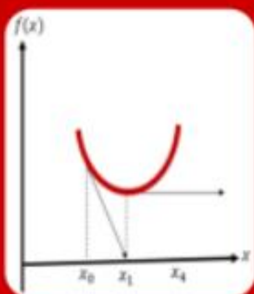
Cuando hay un punto de inflexión en la vecindad de una raíz, las iteraciones que empiezan con x_0 divergen progresivamente de la raíz.



Se mantiene oscilando alrededor de un mínimo o máximo local. Tales oscilaciones pueden persistir o, alcanzar una pendiente cercana a cero, después de lo cual la solución se aleja del área de interés.



Un valor inicial cercano a una raíz salta a una posición varias raíces más lejos. Esta tendencia a alejarse del área de interés se debe a que se encuentran pendientes cercanas a cero



Una pendiente cero $[f'(x)]$ causa una división entre cero en la fórmula de Newton-Raphson, esto significa que la solución se dispara horizontalmente y jamás toca al eje x.