INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD PROFESIONAL INTERDISCIPLINARIA DE BIOTECNOLOGÍA

METODOS NUMERICOS

Reporte y Tarea 1

MÉTODO DE GAUSS

2do Parcial

GRUPO: 4FM4

INTEGRANTES:

ALVARES ZEPEDA NALLELY ALITZEL
FLORES MOSQUEDA EDUARDO
GARCIA CRUZ JOSUE
MARTINEZ MONTEJO H. DAVID
MENDOZA OROZCO MARICRUZ

ENTREGA: 30/09/2021

PROFESORES:

GRANADOS HERNANDEZ JESUS
FLORES NUÑEZ JOSE IGNACIO

Reporte

Introducción

El método de Gauss, también conocido como método de eliminación simple de Gauss, es una de las primeras técnicas empleadas por actuarios, matemáticos e ingenieros para la resolución de sistemas de ecuaciones.

Trata de una serie de algoritmos del álgebra lineal para determinar los resultados de un sistema de ecuaciones lineales y así hallar matrices e inversas.

corresponde a la sustitución hacia atrás, también puede ser realizado haciendo más operaciones elementales, hasta obtener un sistema equivalente cuya solución resulta evidente.

En este caso, la forma que debemos buscar en la matriz aumentada del sistema es la denominada forma escalonada reducida, definida a continuación y el método de solución de sistemas resultante se conoce como método de Gauss-Jordan. (Carlos Arce et al, 2003)

El sistema de Gauss se utiliza para resolver un sistema de ecuaciones y obtener las soluciones por medio de la reducción del sistema dado a otro que sea equivalente en el cual cada una de las ecuaciones tendrá una incógnita menos que la anterior. La matriz que resulta de este proceso lleva el nombre que se conoce como forma escalonada.

Matriz escalonada reducida: Una matriz A, n × m, es escalonada reducida si es escalonada y además todo elemento en una columna, arriba del primer uno de cualquier fila, es cero. Es decir, la forma escalonada reducida se obtiene de una forma escalonada, haciendo cero los elementos de la matriz arriba de los primeros unos de cada fila. (Id)

Para resolver sistemas de ecuaciones lineales con el método Gauss Jordán, debemos en primer lugar anotar los coeficientes de las variables del sistema de ecuaciones lineales con la notación matricial, por ejemplo:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{array}\right)$$

Matriz inversa

El cálculo de la matriz inversa por el método de Gauss supone transformar una matriz en otra, equivalente por filas. La demostración rigurosa del procedimiento que a continuación se describe se sale del propósito del presente bloque, aquí se limita a su exposición y comprobación de que efectivamente se obtiene la matriz inversa. En esencia, el método consiste, para una matriz cuadrada de orden n, en:

1. Formar una matriz de orden nx2n tal que las primeras columnas sean las de la matriz A y las otras n las de la matriz identidad de orden n.

2. Mediante las transformaciones elementales de las filas de una matriz, convertir la matriz anterior en otra que tenga en las n primeras columnas la matriz identidad y en las n últimas otra matriz que precisamente será A-1 .

El método consiste, pues, en colocar juntas la matriz a invertir, y la matriz identidad.
(A | I) →Gauss (I| A-1)

Por medio de transformaciones elementales, vamos modificando nuestra matriz hasta obtener la identidad matriz.
Cada paso que apliquemos a la matriz se lo aplicaremos a la identidad matriz. Cuando hayamos obtenido la matriz identidad, la de la derecha será la inversa. Si no podemos llegar a la matriz identidad (por ejemplo, sale alguna fila de ceros), significa que la matriz no será invertible.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Objetivo:

Conocer las operaciones básicas de las matrices que se usan para la solución de sistemas de ecuaciones lineales.

Contenido:

EJEMPLO 1

$$\begin{cases} 2x + 3y = & 5 \\ x - 7y = & 8 \end{cases}$$

Dado el sistema de ecuaciones, se puede escribir la matriz aumentada

Matriz de coeficientes

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -7 \end{bmatrix}_{2\times 2}$$

Matriz de términos independientes

$$K = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}_{2\times 1}$$

$$\textit{Matriz aumentada} \qquad \begin{array}{ccc} \overbrace{x \quad y}^{\textit{incógnitas}} & & k \end{array}$$

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & -7 & 8 \end{bmatrix}_{2\times 3} \sim \begin{bmatrix} 1 & a & \alpha \\ 0 & 1 & \beta \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

El sistema de ecuaciones lineales equivalentes

$$\begin{cases} x + ay = \alpha \\ 0 + \ \ y = \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + ay = \alpha \\ \qquad y = \beta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &y = \beta \\ &x + ay = \alpha \\ &x = \alpha - ay \end{aligned}$$

La solución al sistema de ecuaciones lineales es:

$$\begin{aligned} &x = \alpha - ay \\ &y = \beta \end{aligned}$$

Matriz aumentada, por ejemplo

$$\begin{array}{ccc} x & y & \kappa \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 7 & 1 & 8 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & a & \alpha \\ 0 & 1 & \beta \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

se puede escribir el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 7x + y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & -7 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{R1} \\ \leftarrow \text{R2} \end{matrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \\ 1 & -7 & 8 \end{bmatrix} \longleftarrow \frac{1}{2}R1 = \frac{1}{2}[\,2 \;\; 3 \;\; 5\,] = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & -\frac{17}{2} & \frac{11}{2} \end{bmatrix} \longleftarrow -1R1 + R2 = -1\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix} + [\,1 \;\; -7 \;\; 8\,]$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{5}{2} \end{bmatrix} + [\,1 \;\; -7 \;\; 8\,] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{17}{2} & \frac{11}{2} \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{ccc} x & y & k \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{11}{17} \end{bmatrix} \longleftarrow -\frac{2}{17}R2 = -\frac{2}{17}\begin{bmatrix} 0 & -\frac{17}{2} & \frac{11}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\frac{11}{17} \end{bmatrix}$$

sistema de ecuaciones equivalente

$$\begin{cases} x + \frac{3}{2}y = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{11}{17} \end{cases}$$

substituyendo

$$x + \frac{3}{2}\left(-\frac{11}{17}\right) = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{5}{2} + \frac{33}{34} = \frac{59}{17}$$

finalmente
Solución al sistema de ecuaciones lineales independientes

$$\boxed{\begin{aligned} x &= \frac{59}{17} \\ y &= -\frac{11}{17} \end{aligned}}$$

comprobación

$$2\left(\frac{59}{17}\right)+3\left(-\frac{11}{17}\right)=5$$
$$\frac{59}{17}-7\left(-\frac{11}{17}\right)=8$$

Solución al sistema de ecuaciones lineales independientes, la respuesta en decimales.
x = 3.4706
y = -0.6471

comprobación

$$\begin{cases} 2(3.4706)+3(-0.6471)= & 5 \\ 3.4706-7(-0.6471)= & 8 \end{cases}$$

Command Windows

```
>> m=[2 3 5;1 -7 8]
m =
   2   3   5
   1  -7   8

>> m(1,:)=(1/m(1,1))*m(1,:)
m =
   1.0000   1.5000   2.5000
   1.0000  -7.0000   8.0000

>> m(2,:)=-m(2,1)*m(1,:)+m(2,:)
m =
   1.0000   1.5000   2.5000
        0  -8.5000   5.5000

>> m(2,:)=(1/m(2,2))*m(2,:)
m =
   1.0000   1.5000   2.5000
        0   1.0000  -0.6471

>> y=m(2,3)
y = -0.6471
>> x=m(1,3)-m(1,2)*y
x = 3.4706
```

```
>> x
x = 3.4706
>> y
y = -0.6471
>> 2*x+3*y
ans = 5
>> x-7*y
ans = 8
```

EJEMPLO 2

Matriz aumentada, por ejemplo

$$\begin{array}{ccc} x & y & k \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 7 & 1 & 8 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & a & \alpha \\ 0 & 1 & \beta \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

se puede escribir el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x & + & 3y & = & 9 \\ 7x & + & y & = & 8 \end{cases}$$

```
>> m=[2,3,9;7,1,8]
m =

   2   3   9
   7   1   8

>> m(1,:)=(1/2)*m(1,:)
m =

   1.0000   1.5000   4.5000
   7.0000   1.0000   8.0000

>> m(2,:)=-m(2,1)*m(1,:)+m(2,:)
m =

    1.0000    1.5000    4.5000
         0   -9.5000  -23.5000

>> m(2,:)=(1/m(2,2))*m(2,:)
m =

   1.0000   1.5000   4.5000
        0   1.0000   2.4737

>> y=m(2,3)
y = 2.4737
>> x=m(1,3)-m(1,2)*y
x = 0.7895
>> 2*x+3*y
ans = 9
>> 7*x+y
ans = 8.0000
```

TAREA:

PROBLEMA 1

x=chocolate

y=red velvet

$$\begin{cases} x + y = 2200 \\ 2.25x + 1.75y = 4520 \end{cases}$$

Sistema de ecuaciones lineales

Matriz aumentada:

$$M=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2200 \\ 2.25 & 1.75 & 4520 \end{bmatrix} \begin{matrix} \longrightarrow \mathbf{R1} \\ \longrightarrow \mathbf{R2} \end{matrix}$$

$$\mathbf{R1*(-2.25) + R2} \longrightarrow \begin{array}{ccc} -2.25 & -2.25 & -4950 \\ 2.25 & 1.75 & 4520 \\ \hline 0 & -0.5 & -430 \end{array}$$

$$M=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2200 \\ 0 & -0.5 & -430 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R2*(-2)} \longrightarrow \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 860 \end{array}$$

$$M=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2200 \\ & & \end{bmatrix}$$

Matriz aumentada equivalente

0 **1** **860**

Sistema de ecuaciones equivalente

$$\begin{cases} x + y = 2200 \\ y = 860 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema

$x = 2200 - y$

$x = 2200 - 860$

$x = 1340$

$y = 860$

Esto quiere decir que se vendieron 1340 pancakes de chocolate y 860 de red velvet.

Comprobación:

$2.25x + 1.75y = 4520$

$2.25(1340) + 1.75(860) = 4520$

$3015 + 1505 = 4520$

4520=4520

Se vendieron $3015 de chocolate y $1505 de red velvet.

Código:

```
clc, clear, close all
m=[1,1,2200;2.25,1.75,4520]
m=vpa(m,7)
m(2,:)=((-2.25)*m(1,:))+m(2,:)
m=vpa(m,7)
m(2,:)=(-2)*m(2,:)
y=860;
x=m(1,3)-y
```

Ejecución:

```
m =
1.0e+03 *
0.0010 0.0010 2.2000
0.0022 0.0018 4.5200
m =
[ 1.0, 1.0, 2200.0]
[ 2.25, 1.75, 4520.0]
m =
[ 1.0, 1.0, 2200.0]
[ 0, -0.5, -430.0]
m =
[ 1.0, 1.0, 2200.0]
[ 0, -0.5, -430.0]
m =
[ 1.0, 1.0, 2200.0]
[ 0, 1.0, 860.0]
x =
1340.0
```

PROBLEMA 2

CONCLUSIONES

- El método de Gauss-Jordan permite obtener directamente los valores de las determinantes sin la necesidad de la sustitución inversa, la cual se utiliza en el método de Gauss simple.Se pudo observar a través de los ejercicios, que

BIBLIOGRAFIA

- José Becerril Espino; Lorenzo Benítez Morales; Irene Rivera Valladares; Carlos Zubieta Badillo (2002), Solución de sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de Gauss-Jordan, 1° Ed., UAM- Azcapotzalco.
- Dekker, T.J., Hoffman, W. (1989), Rehabilitation of the Gauss-Jordán Algorithm, Núm. Math. 591- 599.
- Carlos Arce S; William Castillo E.; Jorge González V. (2003), Algebra Lineal, 3ra Ed, Universidad de Costa Rica