6

ALGORITMOS DE ORDENACIÓN Y BÚSQUEDA

OBJETIVOS

Después del estudio de este capítulo usted podrá:

- Conocer los algoritmos basados en el intercambio de elementos.
- Conocer el algoritmo de ordenación por inserción.
- Conocer el algoritmo de selección.
- Distinguir entre los algoritmos de ordenación basados en el intercambio y en la inserción.
- Deducir la eficiencia de los métodos básicos de ordenación.
- Conocer los métodos más eficientes de ordenación.
- Aplicar métodos mas eficientes de ordenación de arrays (arreglos).
- Diferenciar entre búsqueda secuencial y búsqueda binaria.

CONTENIDO

CONCEPTOS CLAVE

- Ordenación numérica.
- Ordenación alfabética.
- Complejidad cuadrática.
- Ordenación por burbuja.
- Ordenación rápida.
- Residuos.
- Ordenación por intercambio.
- Ordenación por inserción.
- Búsqueda en listas: búsqueda secuencial y búsqueda binaria.
- Complejidad logarítmica.
- Ordenación por selección.

INTRODUCCIÓN

Muchas actividades humanas requieren que en ellas las diferentes colecciones de elementos utilizados se coloquen en un orden específico. Las oficinas de correo y las empresas de mensajería ordenan el correo y los paquetes por códigos postales con el objeto de conseguir una entrega eficiente; los anuarios o listines telefónicos ordenan sus clientes por orden alfabético de apellidos con el fin último de encontrar fácilmente el número de teléfono deseado; los estudiantes de

una clase en la universidad se ordenan por sus apellidos o por los números de expediente, etc. Por esta circunstancia una de las tareas que realizan más frecuentemente las computadoras en el procesamiento de datos es la *ordenación*.

El estudio de diferentes métodos de ordenación es una tarea intrínsecamente interesante desde un punto de vista teórico y, naturalmente, práctico. El capítulo estudia los algoritmos y técnicas de ordenación más usuales y su implementación en C. De igual modo se estudiará el análisis de los algoritmos utilizados en diferentes métodos de ordenación con el objetivo de conseguir la máxima eficiencia en su uso real. En el capítulo se analizarán los métodos básicos y avanzados más empleados en programas profesionales.

6.1. ORDENACIÓN

La **ordenación** o **clasificación** de datos (*sort*, en inglés) es una operación consistente en disponer un conjunto —estructura— de datos en algún determinado orden con respecto a uno de los *campos* de elementos del conjunto. Por ejemplo, cada elemento del conjunto de datos de una guía telefónica tiene un campo nombre, un campo dirección y un campo número de teléfono; la guía telefónica está dispuesta en orden alfabético de nombres; los elementos numéricos se pueden ordenar en orden creciente o decreciente de acuerdo al valor numérico del elemento. En terminología de ordenación, el elemento por el cual está ordenado un conjunto de datos (o se está buscando) se denomina *clave*.

Una colección de datos (*estructura*) puede ser almacenada en un *archivo*, un *array* (*vector o tabla*), *un array de registros, una lista enlazada* o un *árbol*. Cuando los datos están almacenados en un array, una lista enlazada o un árbol, se denomina *ordenación interna*. Si los datos están almacenados en un archivo, el proceso de ordenación se llama *ordenación externa*.

Una *lista* se dice que *está ordenada por la clave k* si la lista está en orden ascendente o descendente con respecto a esta clave. La lista se dice que está en *orden ascendente* si:

```
i < j   implica que   k[i] <= k[j]
```

y se dice que está en *orden descendente* si:

```
i > j   implica que   k[i] <= k[j]
```

para todos los elementos de la lista. Por ejemplo, para una guía telefónica, la lista está clasificada en orden ascendente por el campo clave *k*, donde $k[i]$ es el nombre del abonado (apellidos, nombre).

```
4   5   14  21  32  45                          orden ascendente
75  70  35  16  14  12                          orden descendente
Zacarias Rodriguez Martinez Lopez Garcia        orden descendente
```

Los métodos (algoritmos) de ordenación son numerosos, por ello se debe prestar especial atención en su elección. ¿Cómo se sabe cuál es el mejor algoritmo? La *eficiencia* es el factor que mide la calidad y rendimiento de un algoritmo. En el caso de la operación de ordenación, dos criterios se suelen seguir a la hora de decidir qué algoritmo —de entre los que resuelven la ordenación— es el más eficiente: 1) *tiempo menor de ejecución en computadora*; 2) *menor número de instrucciones*. Sin embargo, no siempre es fácil efectuar estas medidas: puede no disponerse de instrucciones para medida de tiempo —aunque no sea éste el caso del lenguaje C—, y las instrucciones pueden variar, dependiendo del lenguaje y del propio estilo del programador. Por esta razón, el mejor criterio para medir la eficiencia de un algoritmo es aislar una operación específica clave en la ordenación y contar el número de veces que se realiza. Así, en el caso de los algoritmos de ordenación, se utilizará como medida de su eficiencia el número de comparaciones entre elementos efectuados. El algoritmo de *ordenación* `A` será más eficiente que el `B`, si requiere menor número de comparaciones.

Así, en el caso de ordenar los elementos de un vector, el número de comparaciones será *función* del número de elementos (`n`) del vector (array). Por consiguiente, se puede expresar el número de comparaciones en términos de `n` (por ejemplo, `n + 4`, o bien n^2 en lugar de números enteros (por ejemplo, `325`).

En *todos los métodos de este capítulo*, normalmente —para comodidad del lector— *se utiliza el orden ascendente* sobre vectores o listas (arrays unidimensionales).

Los métodos de ordenación se suelen dividir en dos grandes grupos:

- **directos** *burbuja, selección, inserción*
- **indirectos** *(avanzados) Shell, ordenación rápida, ordenación por mezcla, Radixsort*

En el caso de listas pequeñas, los métodos directos se muestran eficientes, sobre todo porque los algoritmos son sencillos; su uso es muy frecuente. Sin embargo, en listas grandes estos métodos se muestran ineficaces y es preciso recurrir a los métodos avanzados.

6.2. ALGORITMOS DE ORDENACIÓN BÁSICOS

Existen diferentes algoritmos de ordenación elementales o básicos cuyos detalles de implementación se pueden encontrar en diferentes libros de algoritmos. La enciclopedia de referencia es [KNUTH 1973][1] y sobre todo la 2.ª edición publicada en el año 1998 [KNUTH 1998][2]. Los algoritmos presentan diferencias entre ellos que los convierten en más o menos eficientes y prácticos según sea la rapidez y eficiencia demostrada por cada uno de ellos. Los algoritmos básicos de ordenación más simples y clásicos son:

- Ordenación por selección.
- Ordenación por inserción.
- Ordenación por burbuja.

Los métodos más recomendados son: *selección* e *inserción*, aunque se estudiará el método de *burbuja*, por aquello de ser el más sencillo aunque a la par también es el más *ineficiente*; por esta causa no recomendamos su uso, pero sí conocer su técnica.

Los datos se pueden almacenar en memoria central o en archivos de datos externos guardados en unidades de almacenamiento magnético (discos, cintas, disquetes, CD-ROM, DVD, discos *flash* USB, etc.) Cuando los datos se guardan en listas y en pequeñas cantidades, se suelen almacenar de modo temporal en arrays y registros; estos datos se almacenan exclusivamente para tratamientos internos que se utilizan en gestión masiva de datos y se guardan en arrays de una o varias dimensiones. Los datos, sin embargo, se almacenan de modo permanente en archivos y bases de datos que se guardan en discos y cintas magnéticas.

A tener en cuenta

Existen dos técnicas de ordenación fundamentales en gestión de datos: *ordenación de listas* y *ordenación de archivos*. Los métodos de ordenación se conocen como *internos* o *externos* según que los elementos a ordenar estén en la memoria principal o en la memoria externa.

[1] [KNUTH 1973] Donald E. Knuth. *The Art of Computer Programming*. Volume 3: *Sorting and Searching*. Addison-Wesley, 1973.

[2] [KNUTH 1998] Donald E. Knuth. *The Art of Computer Programming*. Volume 3: *Sorting and Searching*. Second Edition. Addison-Wesley, 1998.

Así pues, existen dos técnicas de ordenación fundamentales en gestión de datos: *ordenación de listas* y *ordenación de archivos*. Los métodos de ordenación se conocen como *internos* o *externos* según que los elementos a ordenar estén en la memoria principal o en la memoria externa.

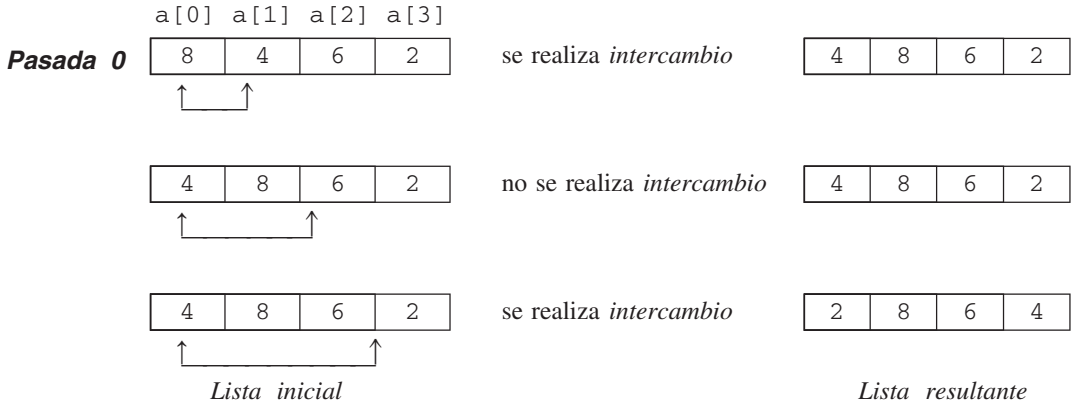
Las técnicas que se analizarán a continuación considerarán, esencialmente, la ordenación de elementos de una lista (*array*) en orden ascendente. En cada caso se desarrollará la eficiencia computacional del algoritmo.

Con el objeto de facilitar el aprendizaje del lector y aunque no sea un método utilizado por su poca eficiencia se describirá en primer lugar el método de ordenación por intercambio con un programa completo que manipula a la correspondiente función `ordIntercambio()`, por la sencillez de su técnica y con el objetivo de que el lector no introducido en algoritmos de ordenación pueda comprender su funcionamiento y luego asimilar más eficazmente los algoritmos básicos ya citados y los avanzados que se estudiarán más adelante.

6.3. ORDENACIÓN POR INTERCAMBIO

El **algoritmo de ordenación** tal vez más sencillo sea el denominado de *intercambio* que ordena los elementos de una lista en orden ascendente. Este algoritmo se basa en la lectura sucesiva de la lista a ordenar, comparando el elemento inferior de la lista con los restantes y efectuando intercambio de posiciones cuando el orden resultante de la comparación no sea el correcto.

El algoritmo se ilustra con la lista original `8, 4, 6, 2` que ha de convertirse en la lista ordenada `2, 4, 6, 8`. El algoritmo realiza $n - 1$ pasadas (3 en el ejemplo), siendo n el número de elementos, y ejecuta las siguientes operaciones.

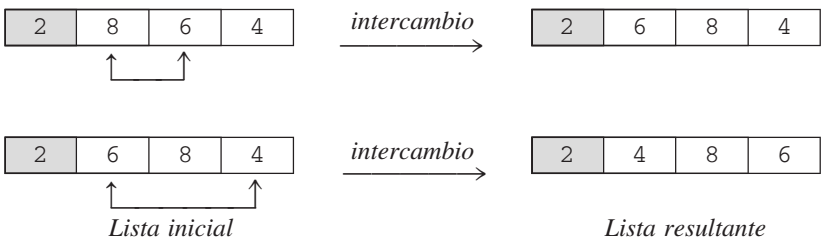


El elemento de índice 0 (`a[0]`) se compara con cada elemento posterior de la lista de índices 1, 2 y 3. En cada comparación se comprueba si el elemento siguiente es más pequeño que el elemento de índice 0, en ese caso se intercambian. Después de terminar todas las comparaciones, el elemento más pequeño se localiza en el índice 0.

Pasada 1

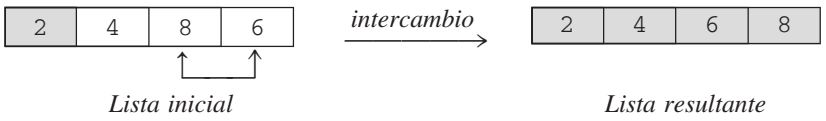
El elemento más pequeño ya está localizado en el índice 0, y se considera la sublista restante `8, 6, 4`. El algoritmo continúa comparando el elemento de índice 1 con los elementos posteriores de índices 2 y 3. Por cada comparación, si el elemento mayor está en el índice 1 se intercambian

los elementos. Después de hacer todas las comparaciones, el segundo elemento más pequeño de la lista se almacena en el índice 1.



Pasada 2

La sublista a considerar ahora es `8, 6` ya que `2, 4` está ordenada. Una comparación única se produce entre los dos elementos de la sublista



El método `ordIntercambio` utiliza dos bucles anidados. Suponiendo que la lista es de tamaño *n*, el rango del bucle externo irá desde el índice 0 hasta $n - 2$. Por cada índice *i*, se comparan los elementos posteriores de índices $j = i + 1, i + 2, ..., n - 1$. El intercambio (*swap*) de los elementos `a[i],a[j]` se realiza en un bloque que utiliza el algoritmo siguiente:

```
aux = a[i];
a[i] = a[j];
a[j]= aux ;
```

Ejercicio 6.1

El programa siguiente ordena una lista de *n* elementos de tipo entero introducida en un array y posteriormente la imprime (o visualiza) en pantalla.

```
#include <stdio.h>
#define N 100

void ordIntercambio (int a[], int n);
void entradaLista (int a[], int n);
void imprimirLista (int a[], int n);

int main()
{
  int n;
  int v[N];
```

```
  do {
    printf("\nIntroduzca el número de elementos: ");
    scanf("%d", &n);
  } while ((n < 1) && (n > N));

  entradaLista(v, n);
                              /* muestra lista original */
  printf("\nLista original de %d elementos", n);
  imprimirLista(v, n);
                 /* ordenación ascendente de la lista */
  ordIntercambio(v, n);
  printf("\nLista ordenada de %d elementos", n);
  imprimirLista(v, n);
  return 0;
}

void ordIntercambio (int a[], int n)
{
  int i, j;

                 /* se realizan n-1 pasadas */
                      /* a[o], ... , a[n-2] */
  for (i = 0 ; i <= n-2 ; i++)
         /* coloca mínimo de a[i+1]...a[n-1] en a[i] */
    for (j = i+1 ; j <= n-1 ; j++)
      if (a[i] > a[j])
      {
        int aux;
        aux = a[i];
        a[i] = a[j];
        a[j]= aux ;
      }
}

void imprimirLista (int a[], int n)
{
  int i;

  for (i = 0 ; i < n ; i++)
  {
    char c;
    c = (i%10==0)?'\n':' ';
    printf("%c%d", c, a[i]);
  }
}

void entradaLista (int a[], int n)
{
  int i;

  printf("\n Entrada de los elementos\n");
  for (i = 0 ; i < n ; i++)
```

```
    {
      printf("a[%d] = ",);
      scanf("%d", a+i);
    }
  }
```

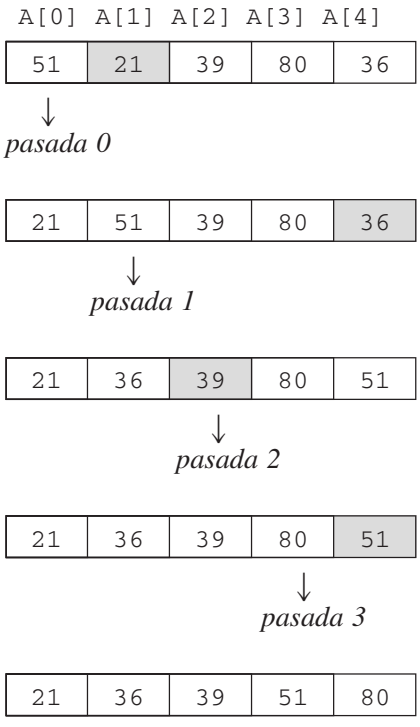
6.4. ORDENACIÓN POR SELECCIÓN

Considérese el algoritmo para ordenar un array `A` de enteros en orden ascendente, es decir, del número más pequeño al mayor. Es decir, si el array `A` tiene *n* elementos, se trata de ordenar los valores del array de modo que el dato contenido en `A[0]` sea el valor más pequeño, el valor almacenado en `A[1]` el siguiente más pequeño, y así hasta `A[n-1]`, que ha de contener el elemento de mayor valor. El algoritmo se apoya en sucesivas pasadas que intercambian el elemento más pequeño sucesivamente con el primer elemento de la lista, `A[0]` en la primera pasada. En síntesis, se busca el elemento más pequeño de la lista y se intercambia con `A[0]`, primer elemento de la lista.

```
A[0]  A[1]  A[2]....  A[n-1]
```

Después de terminar esta primera pasada, el frente de la lista está ordenado y el resto de la lista `A[1], A[2]...A[n-1]` permanece desordenado. La siguiente pasada busca en esta lista desordenada y *selecciona* el elemento más pequeño, que se almacena entonces en la posición `A[1]`. De este modo los elementos `A[0]` y `A[1]` están ordenados y la sublista `A[2], A[3]...A[n-1]` desordenada; entonces, se selecciona el elemento más pequeño y se intercambia con `A[2]`. El proceso continúa *n* – 1 pasadas y en ese momento la lista desordenada se reduce a un elemento (el mayor de la lista) y el array completo ha quedado ordenado.

Un ejemplo práctico ayudará a la comprensión del algoritmo. Consideremos un array `A` con 5 valores enteros `51, 21, 39, 80, 36`:



Pasada 0. Seleccionar `21`
Intercambiar `21` y `A[0]`

Pasada 1. Seleccionar `36`
Intercambiar `36` y `A[1]`

Pasada 2. Seleccionar `39`
Intercambiar `39` y `A[2]`

Pasada 3. Seleccionar `51`
Intercambiar `51` y `A[3]`

Lista ordenada

6.4.1. Algoritmo de selección

Los pasos del algoritmo son:

1. Seleccionar el elemento más pequeño de la lista `A`; intercambiarlo con el primer elemento `A[0]`. Ahora la entrada más pequeña está en la primera posición del vector.
2. Considerar las posiciones de la lista `A[1], A[2], A[3]...`, seleccionar el elemento más pequeño e intercambiarlo con `A[1]`. Ahora las dos primeras entradas de `A` están en orden.
3. Continuar este proceso encontrando o seleccionando el elemento más pequeño de los restantes elementos de la lista, intercambiándolos adecuadamente.

6.4.2. Codificación en C del algoritmo de selección

La función `ordSeleccion()` ordena una lista o vector de números reales de `n` elementos. En la pasada `i`, el proceso de selección explora la sublista `A[i]` a `A[n-1]` y fija el índice del elemento más pequeño. Después de terminar la exploración, los elementos `A[i]` y `A[indiceMenor]` intercambian las posiciones.

```
  /*
    ordenar un array de n elementos de tipo double
    utilizando el algoritmo de ordenación por selección
  */

void ordSeleccion (double a[], int n)
{
  int indiceMenor, i, j;
            /* ordenar a[0]..a[n-2] y a[n-1] en cada pasada */
  for (i = 0; i < n-1; i++)
  {
            /* comienzo de la exploración en índice i */
    indiceMenor = i;
            /* j explora la sublista a[i+1]..a[n-1] */
    for (j = i+1; j < n; j++)
      if (a[j] < a[indiceMenor])
        indiceMenor = j;
            /* sitúa el elemento más pequeño en a[i] */
    if (i != indiceMenor)
    {
      double aux = a[i];
      a[i] = a[indiceMenor];
      a[indiceMenor] = aux ;
    }
  }
}
```

El análisis del algoritmo de selección es sencillo y claro, ya que requiere un número fijo de comparaciones que sólo dependen del tamaño de la lista o vector (array) y no de la distribución inicial de los datos. En el Apartado 2.6.1 se realizó un estudio de la complejidad de este algoritmo.

6.5. ORDENACIÓN POR INSERCIÓN

El método de ordenación por inserción es similar al proceso típico de ordenar tarjetas de nombres (cartas de una baraja) por orden alfabético, que consiste en insertar un nombre en su posición correcta dentro de una lista o archivo que ya está ordenado. Así el proceso en el caso de la lista de enteros `A = 50, 20, 40, 80, 30`.

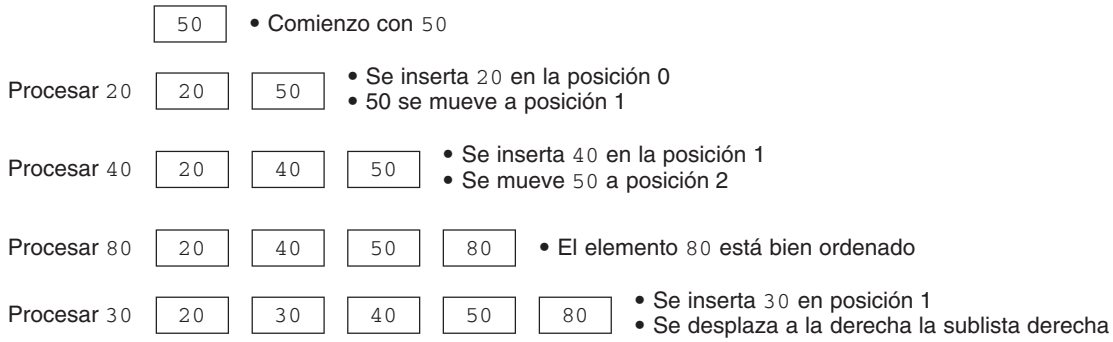


Figura 6.1. Método de ordenación por inserción.

6.5.1. Algoritmo de ordenación por inserción

El algoritmo correspondiente a la ordenación por inserción contempla los siguientes pasos:

1. El primer elemento `A[0]` se considera ordenado; es decir, la lista inicial consta de un elemento.
2. Se inserta `A[1]` en la posición correcta, delante o detrás de `A[0]`, dependiendo de que sea menor o mayor.
3. Por cada bucle o iteración `i (desde i=1 hasta n-1)` se explora la sublista `A[i-1] . . A[0]` buscando la posición correcta de inserción; a la vez se mueve hacia abajo (a la derecha en la sublista) una posición todos los elementos mayores que el elemento a insertar `A[i]`, para dejar vacía esa posición.
4. Insertar el elemento a la posición correcta.

6.5.2. Codificación en C del algoritmo de ordenación por inserción

La función `ordInsercion()` tiene dos argumentos, el array `a[]` que se va a ordenar crecientemente, y el número de elementos `n`. En la codificación se supone que los elementos son de tipo entero.

```
void ordInsercion (int [] a, int n)
{
  int i, j;
  int aux;

  for (i = 1; i < n; i++)
  {
    /* índice j explora la sublista a[i-1]..a[0] buscando la
      posición correcta del elemento destino, lo asigna a a[j] */
```

```
        j = i;
        aux = a[i];
        /* se localiza el punto de inserción explorando hacia abajo */
        while (j > 0 && aux < a[j-1])
        {
            /* desplazar elementos hacia arriba para hacer espacio */
          a[j] = a[j-1];
          j--;
        }
        a[j] = aux;
      }
    }
```

El análisis del algoritmo de inserción se realizó como ejemplo en el Apartado 2.6.2, se determinó que la complejidad del algoritmo es $0(n^2)$, *complejidad cuadrática*.

6.6. ORDENACIÓN POR BURBUJA

El método de *ordenación por burbuja* es el más conocido y popular entre estudiantes y aprendices de programación, por su facilidad de comprensión y programación; por el contrario, es el menos eficiente y por ello, normalmente, se aprende su técnica pero no suele utilizarse.

La técnica utilizada se denomina ***ordenación por burbuja*** u ***ordenación por hundimiento*** debido a que los valores más pequeños «burbujean» gradualmente (suben) hacia la cima o parte superior del array de modo similar a como suben las burbujas en el agua, mientras que los valores mayores se hunden en la parte inferior del array. La técnica consiste en hacer varias pasadas a través del array. En cada pasada, se comparan parejas sucesivas de elementos. Si una pareja está en orden creciente (o los valores son idénticos), se dejan los valores como están. Si una pareja está en orden decreciente, sus valores se intercambian en el array.

6.6.1. Algoritmo de la burbuja

En el caso de un array (lista) con n elementos, la ordenación por burbuja requiere hasta $n - 1$ pasadas. Por cada pasada se comparan elementos adyacentes y se intercambian sus valores cuando el primer elemento es mayor que el segundo elemento. Al final de cada pasada, el elemento mayor ha «burbujeado» hasta la cima de la sublista actual. Por ejemplo, después que la pasada 0 está completa, la cola de la lista $A[n - 1]$ está ordenada y el frente de la lista permanece desordenado. Las etapas del algoritmo son:

- En la pasada 0 se comparan elementos adyacentes:

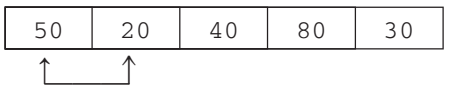
```
(A[0],A[1]),(A[1],A[2]),(A[2],A[3]),...(A[n-2],A[n-1])
```

  Se realizan $n - 1$ comparaciones, por cada pareja `(A[i],A[i+1])` se intercambian los valores si `A[i+1] < A[i]`. Al final de la pasada, el elemento mayor de la lista está situado en `A[n-1]`.
- En la pasada 1 se realizan las mismas comparaciones e intercambios, terminando con el elemento segundo mayor valor en `A[n-2]`.
- El proceso termina con la pasada $n - 1$, en la que el elemento más pequeño se almacena en `A[0]`.

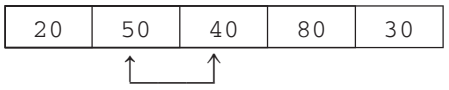
El algoritmo tiene una mejora inmediata, el proceso de ordenación puede terminar en la pasada $n - 1$, o bien antes, si en una pasada no se produce intercambio alguno entre elementos del vector es porque ya está ordenado, entonces no es necesario más pasadas.

El ejemplo siguiente ilustra el funcionamiento del algoritmo de la burbuja con un array de 5 elementos (`A = 50, 20, 40, 80, 30`), donde se introduce una variable `interruptor` para detectar si se ha producido intercambio en la pasada.

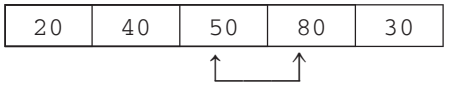
Pasada 0



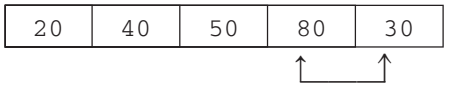
Intercambio `50` y `20`



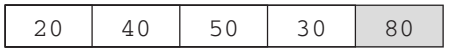
Intercambio `50` y `40`



`50` y `80` ordenados



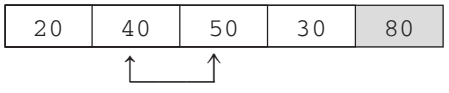
Intercambio `80` y `30`



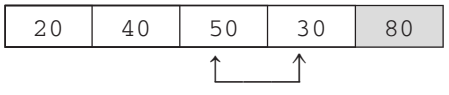
- Elemento mayor es `80`
- `interruptor = TRUE`

En la pasada 1:

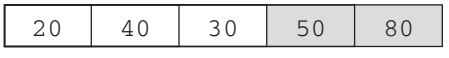
`20` y `40` ordenados



`40` y `50` ordenados

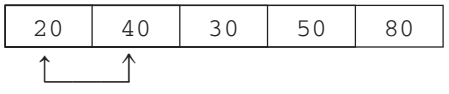


Se intercambian `50` y `30`

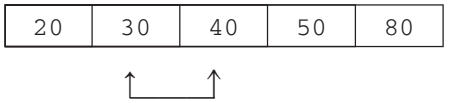


- `50` y `80` elementos mayores y ordenados
- `interruptor = TRUE`

En la pasada 2, sólo se hacen dos comparaciones:

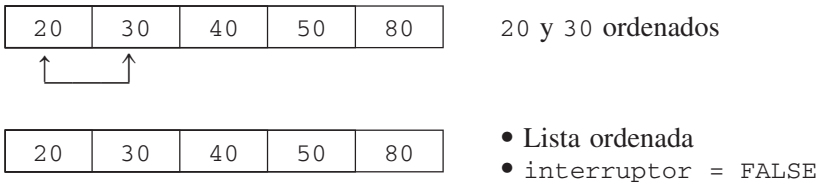


`20` y `40` ordenados



- Se intercambian `40` y `30`
- `interruptor = TRUE`

En la pasada 3, se hace una única comparación de `20` y `30`, y no se produce intercambio:



En consecuencia, el algoritmo de ordenación de burbuja mejorado contempla dos bucles anidados: el *bucle externo* controla la cantidad de pasadas (al principio de la primera pasada todavía no se ha producido ningún intercambio, por tanto la variable `interruptor` se pone a *valor falso* (0); el *bucle interno* controla cada pasada individualmente y cuando se produce un intercambio, cambia el valor de `interruptor` a *verdadero* (1).

El algoritmo terminará, bien cuando se termine la última pasada ($n - 1$) o bien cuando el valor del `interruptor` sea falso (0), es decir, no se haya hecho ningún intercambio. La condición para realizar una nueva pasada se define en la expresión lógica

```
(pasada < n-1) && interruptor
```

6.6.2. Codificación en C del algoritmo de la burbuja

La función `ordBurbuja()` implementa el algoritmo de ordenación de la burbuja; tiene dos argumentos, el array que se va a ordenar crecientemente, y el número de elementos `n`. En la codificación se supone que los elementos son de tipo entero largo.

```
void ordBurbuja (long a[], int n)
{
  int interruptor = 1;
  int pasada, j;

  for (pasada = 0; pasada < n-1 && interruptor; pasada++)
  {
      /* bucle externo controla la cantidad de pasadas */
    interruptor = 0;
    for (j = 0; j < n-pasada-1; j++)
      if (a[j] > a[j+1])
      {
            /* elementos desordenados, es necesario intercambio */
        long aux;
        interruptor = 1;
        aux = a[j];
        a[j] = a[j+1];
        a[j+1] = aux;
      }
  }
}
```

Una modificación al algoritmo anterior puede ser utilizar, en lugar de una variable bandera `interruptor`, una variable `indiceIntercambio` que se inicie a 0 (cero) al principio de cada

pasada y se establezca al índice del último intercambio, de modo que cuando al terminar la pasada el valor de `indiceIntercambio` siga siendo 0 implicará que no se ha producido ningún intercambio (o bien, que el intercambio ha sido con el primer elemento), y, por consiguiente, la lista estará ordenada. En caso de no ser 0, el valor de `indiceIntercambio` representa el índice del vector a partir del cual los elementos están ordenados. La codificación en C de esta alternativa es:

```
/*
  Ordenación por burbuja : array de n elementos
  Se realizan una serie de pasadas mientras indiceIntercambio > 0
*/

void ordBurbuja2 (long a[], int n)
{
  int i, j;
  int indiceIntercambio;

               /* i es el índice del último elemento de la sublista */
  i = n-1;

               /* el proceso continúa hasta que no haya intercambios */
  while (i > 0)
  {
    indiceIntercambio = 0;
               /* explorar la sublista a[0] a a[i] */
    for (j = 0; j < i; j++)
               /* intercambiar pareja y actualizar indiceIntercambio */
      if (a[j+1] < a[j])
      {
        long aux=a[j];
        a[j] = a[j+1];
        a[j+1] = aux;
        indiceIntercambio = j;
      }
               /* i se pone al valor del índice del último intercambio */
    i = indiceIntercambio;
  }
}
```

6.6.3. Análisis del algoritmo de la burbuja

¿Cuál es la eficiencia del algoritmo de ordenación de la burbuja? Dependerá de la versión utilizada. En la versión más simple se hacen $n - 1$ pasadas y $n - 1$ comparaciones en cada pasada. Por consiguiente, el número de comparaciones es $(n - 1) * (n - 1) = n^2 - 2n + 1$, es decir, la complejidad es $0(n^2)$.

Si se tienen en cuenta las versiones mejoradas haciendo uso de las variables `interruptor` o `indiceIntercambio`, entonces se tendrá una eficiencia diferente a cada algoritmo. En el mejor de los casos, la ordenación de burbuja hace una sola pasada en el caso de una lista que ya está ordenada en orden ascendente y por tanto su complejidad es $0(n)$. En el caso peor se requieren $(n - i - 1)$ comparaciones y $(n - i - 1)$ intercambios. La ordenación completa requiere $\frac{n(n-1)}{2}$ comparaciones

y un número similar de intercambios. La complejidad para el caso peor es $0(n^2)$ *comparaciones* y $0(n^2)$ *intercambios.* De cualquier forma, el análisis del caso general es complicado dado que alguna de las pasadas pueden no realizarse. Se podría señalar, entonces, que el número medio de pasadas k sea $0(n)$ y el número total de comparaciones es $0(n^2)$. En el mejor de los casos, la ordenación por burbuja puede terminar en menos de $n - 1$ pasadas pero requiere, normalmente, muchos más intercambios que la ordenación por selección y su prestación media es mucho más lenta, sobre todo cuando los arrays a ordenar son grandes.

6.7. ORDENACIÓN SHELL

La **ordenación Shell** debe el nombre a su inventor, D. L. Shell. Se suele denominar también *ordenación por inserción con incrementos decrecientes*. Se considera que el método Shell es una mejora de los métodos de inserción directa.

En el álgoritmo de inserción, cada elemento se compara con los elementos contiguos de su izquierda, uno tras otro. Si el elemento a insertar es el más pequeño hay que realizar muchas comparaciones antes de colocarlo en su lugar definitivo.

El algoritmo de Shell modifica los saltos contiguos resultantes de las comparaciones por saltos de mayor tamaño y con ello se consigue que la ordenación sea más rápida. Generalmente se toma como salto inicial $n/2$ (siendo n el número de elementos), luego se reduce el salto a la mitad en cada repetición hasta que el salto es de tamaño 1. El Ejemplo 6.1 ordena una lista de elementos siguiendo paso a paso el método de Shell.

Ejemplo 6.1

Obtener las secuencias parciales del vector al aplicar el método Shell para ordenar en orden creciente la lista:

```
6 1 5 2 3 4 0
```

El número de elementos que tiene la lista es 6, por lo que el salto inicial es 6/2 = 3. La siguiente tabla muestra el número de recorridos realizados en la lista con los saltos correspondiente.

Recorrido	*Salto*	*Intercambios*	*Lista*
1	3	(6,2),(5,4),(6,0)	2 1 4 0 3 5 6
2	3	(2, 0)	0 1 4 2 3 5 6
3	3	*ninguno*	0 1 4 2 3 5 6
salto 3/2 = 1			
4	1	(4,2),(4,3)	0 1 2 3 4 5 6
5	1	*ninguno*	0 1 2 3 4 5 6

6.7.1. Algoritmo de ordenación Shell

Los pasos a seguir por el algoritmo para una lista de `n` elementos son:

1. Dividir la lista original en `n/2` grupos de dos, considerando un incremento o salto entre los elementos de `n/2`.
2. Clarificar cada grupo por separado, comparando las parejas de elementos, y si no están ordenados, se intercambian.

3. Se divide ahora la lista en la mitad de grupos (`n/4`), con un incremento o salto entre los elementos también mitad (`n/4`), y nuevamente se clasifica cada grupo por separado.
4. Así sucesivamente, se sigue dividiendo la lista en la mitad de grupos que en el recorrido anterior con un incremento o salto decreciente en la mitad que el salto anterior, y luego clasificando cada grupo por separado.
5. El algoritmo termina cuando se consigue que el tamaño del salto es 1.

Por consiguiente, los recorridos por la lista está condicionados por el bucle,

```
intervalo ← n / 2
mientras (intervalo > 0) hacer
```

Para dividir la lista en grupos y clasificar cada grupo se anida este código,

```
desde i ← (intervalo + 1) hasta n hacer
  j ← i - intervalo
    mientras (j > 0) hacer
      k ← j + intervalo
      si (a[j] <= a[k])   entonces
            j ← - 1
      sino
            Intercambio (a[j], a[k]);
            j ← j - intervalo
      fin_si
    fin_mientras
fin_desde
```

En el código anterior se observa que se comparan pares de elementos indexados por `j` y `k`, `(a[j],a[k])`, separados por un *salto,* `intervalo`. Así, si `n = 8` el primer valor de `intervalo = 4`, y los índices `i = 5`, `j = 1`, `k = 6`. Los siguientes valores de los índices son `i = 6`, `j = 2`, `k = 7`, y así hasta recorrer la lista.

Para realizar un nuevo recorrido de la lista con la mitad de grupos, el intervalo se hace la mitad:

```
intervalo ← intervalo / 2
```

así se repiten los recorridos por la lista, *mientras intervalo > 0.*

6.7.2. Codificación en C del algoritmo del método Shell

Al codificar en C este método de ordenación se ha de tener en cuenta que el operador, /, realiza una división entera si los operandos son enteros, y esto es importante al calcular el ancho del salto entre pares de elementos: `intervalo = n/2.`

En cuanto a los índices, C toma como base el índice 0 y, por consiguiente, se ha de desplazar una posición a la izquierda las variables índice respecto a lo expuesto en el algoritmo.

```
void ordenacionShell(double a[], int n)
{
  int intervalo, i, j, k;

  intervalo = n / 2;
  while (intervalo > 0)
  {
```

```
      for (i = intervalo; i < n; i++)
      {
        j = i - intervalo;
        while (j >= 0)
        {
          k = j + intervalo;
          if (a[j] <= a[k])
            j = -1;          /* así termina el bucle, par ordenado */
          else
          {
            double temp;
            temp = a[j];
            a[j] = a[k];
            a[k] = temp;
            j -= intervalo;
          }
        }
      }
      intervalo = intervalo / 2;
    }
  }
```

6.8. ORDENACIÓN RÁPIDA (*QUICKSORT*)

El algoritmo conocido como *quicksort* (ordenación rápida) recibe el nombre de su autor, Tony Hoare. La idea del algoritmo es simple, se basa en la división en particiones de la lista a ordenar, por lo que se puede considerar que aplica la técnica *divide y vencerás*. El método es, posiblemente, el más pequeño de código, más rápido, más elegante, más interesante y eficiente de los algoritmos de ordenación conocidos.

El método se basa en dividir los *n* elementos de la lista a ordenar en dos partes o particiones separadas por un elemento: una *partición izquierda*, un elemento *central* denominado *pivote* o elemento de partición, y una *partición derecha*. La partición o división se hace de tal forma que todos los elementos de la primera sublista (partición izquierda) son menores que todos los elementos de la segunda sublista (partición derecha). Las dos sublistas se ordenan entonces independientemente.

Para dividir la lista en particiones (*sublistas*) se elige uno de los elementos de la lista y se utiliza como *pivote* o *elemento de partición*. Si se elige una lista cualquiera con los elementos en orden aleatorio, se puede seleccionar cualquier elemento de la lista como pivote, por ejemplo, el primer elemento de la lista. Si la lista tiene algún orden parcial conocido, se puede tomar otra decisión para el pivote. Idealmente, el pivote se debe elegir de modo que se divida la lista exactamente por la mitad, de acuerdo al tamaño relativo de las claves. Por ejemplo, si se tiene una lista de enteros de 1 a 10, 5 o 6 serían pivotes ideales, mientras que 1 o 10 serían elecciones «pobres» de pivotes.

Una vez que el pivote ha sido elegido, se utiliza para ordenar el resto de la lista en dos sublistas: una tiene todas las claves menores que el pivote y la otra, todos los elementos (claves) mayores que o iguales que el pivote (o al revés). Estas dos listas parciales se ordenan recursivamente utilizando el mismo algoritmo; es decir, se llama sucesivamente al propio algoritmo *quicksort*. La lista final ordenada se consigue concatenando la primera sublista, el pivote y la segunda lista, en ese orden, en una única lista. La primera etapa de *quicksort* es la división o «particionado» recursivo de la lista hasta que todas las sublistas constan de sólo un elemento.

Ejemplo 6.2

Se ordena una lista de números enteros aplicando el algoritmo quicksort, como pivote se elige el primer elemento de la lista.

1. *Lista original* 5 2 1 7 9 3 8 7

   pivote elegido 5

   sublista izquierda1 (elementos menores que 5) 2 1 3

   sublista derecha1 (elementos mayores o iguales a 5) 9 8 7

2. El algoritmo se aplica a la sublista izquierda

   Sublista Izda1 2 1 3

   pivote *sublista Izda* 1
   sublista Dcha 3

   Sublista Izda1 *Izda* *pivote* *Dcha*

   1 2 3

3. El algoritmo se aplica a la sublista derecha

   Sublista Dcha1 9 8 7

   pivote *sublista Izda* 7 8
   sublista Dcha

   Sublista Dcha1 *Izda* *pivote* *Dcha*

   7 8 9

4. *Lista ordenada final*

   Sublista izquierda *pivote* *Sublista derecha*

   1 2 3 5 7 8 9

Para recordar

El algoritmo *quicksort* requiere una estrategia de partición y la selección idónea del pivote. Las etapas fundamentales del algoritmo dependen del pivote elegido aunque la estrategia de partición suele ser similar.

6.8.1. Algoritmo *quicksort*

La primera etapa en el algoritmo de partición es obtener el elemento pivote; una vez que se ha seleccionado se ha de buscar el sistema para situar en la sublista izquierda todos los elementos

menores que el pivote y en la sublista derecha todos los elementos mayores que el pivote. Supongamos que todos los elementos de la lista son distintos, aunque será preciso tener en cuenta los casos en que existan elementos idénticos. En el Ejemplo 6.3 se elige como pivote el elemento central de la lista actual.

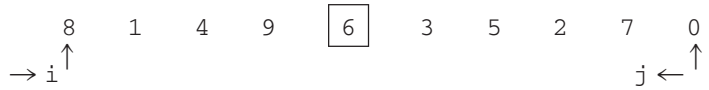
Ejemplo 6.3

Ordenar una lista de números enteros aplicando el algoritmo *quicksort*, como pivote se elige el elemento central de la lista.

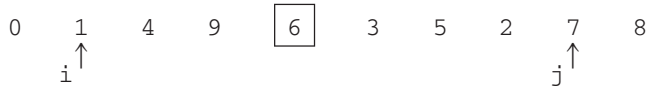
Lista original: 8 1 4 9 6 3 5 2 7 0
Pivote (elemento central) 6

La etapa 2 requiere mover todos los elementos menores al pivote a la parte izquierda del array y los elementos mayores a la parte derecha. Para ello se recorre la lista de izquierda a derecha utilizando un índice `i` que se inicializa en la posición más baja (`inferior`) buscando un elemento mayor al pivote. También se recorre la lista de derecha a izquierda buscando un elemento menor. Para hacer esto se utilizará un índice `j` inicializado en la posición más alta (`superior`).

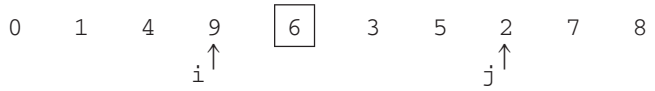
El índice `i` se detiene en el elemento `8` (mayor que el pivote) y el índice `j` se detiene en el elemento `0` (menor que el pivote).



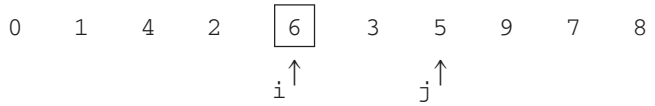
Ahora se intercambian `8` y `0` para que estos dos elementos se sitúen correctamente en cada sublista; y se incrementa el índice `i`, y se decrementa `j` para seguir los intercambios.



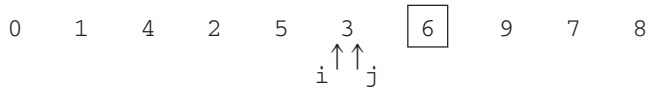
A medida que el algoritmo continúa, `i` se detiene en el elemento mayor, `9`, y `j` se detiene en el elemento menor, 2.



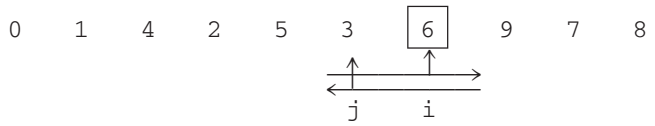
Se intercambian los elementos mientras que `i` y `j` no se crucen. En caso contrario se detiene este bucle. En el caso anterior se intercambian `9` y `2`.



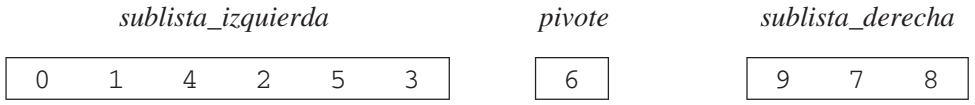
Continúa la exploración y ahora el contador `i` se detiene en el elemento `6` (que es el pivote) y el índice `j` se detiene en el elemento menor `5`.



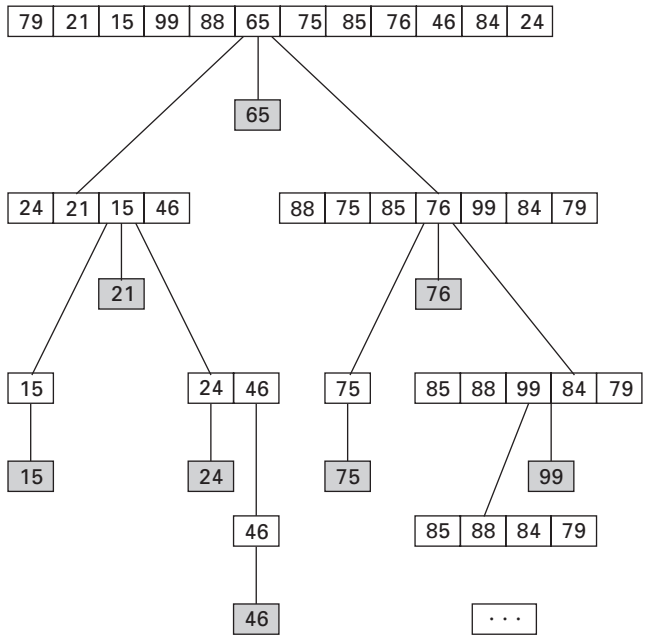
Los índices tienen actualmente los valores `i = 5`, `j = 5`. Continúa la exploración hasta que `i>j`, acaba con `i = 6`, `j = 5`.



En esta posición los índices `i` y `j` han cruzado posiciones en el array y en este caso se detiene la búsqueda y no se realiza ningún intercambio ya que el elemento al que accede `j` está ya correctamente situado. Las dos sublistas ya han sido creadas, la lista original se ha dividido en dos particiones:



El primer problema a resolver en el diseño del algoritmo de *quicksort* es seleccionar el pivote. Aunque la posición del pivote, en principio, puede ser cualquiera, una de las decisiones más ponderadas es aquella que considera el pivote como el elemento central o próximo al central de la lista. La Figura 6.2 muestra las operaciones del algoritmo para ordenar la lista `a[]` de `n` elementos enteros.



Izquierda: 24, 21, 15, 46
Pivote: 65
Derecha: 88, 75, 85, 76, 99, 84, 79

Figura 6.2. Ordenación rápida eligiendo como pivote el elemento central.

Los pasos que sigue el algoritmo *quicksort*:

```
Seleccionar el elemento central de a[0:n-1] como pivote
```

Dividir los elementos restantes en particiones *izquierda* y *derecha*, de modo que ningún elemento de la izquierda tenga una clave (valor) mayor que el pivote y que ningún elemento a la derecha tenga una clave más pequeña que la del pivote.

Ordenar la partición izquierda utilizando *quicksort* recursivamente.

Ordenar la partición derecha utilizando *quicksort* recursivamente.

La solución es partición *izquierda* seguida por el pivote y a continuación partición *derecha*.

6.8.2. Codificación en C del algoritmo *quicksort*

La función `quicksort()` refleja el algoritmo citado anteriormente; esta función se llama pasando como primer argumento el array `a[]` y los índices que le delimitan `0` y `n-1` (índice inferior y superior). La llamada a la función:

```
quicksort(a, 0, n-1);
```

y la codificación recursiva de la función:

```
void quicksort(double a[], int primero, int ultimo)
{

  int i, j, central;
  double pivote;

  central = (primero + ultimo)/2;
  pivote = a[central];
  i = primero;
  j = ultimo;

  do {
    while (a[i] < pivote) i++;
    while (a[j] > pivote) j--;

    if (i<=j)
    {
      double tmp;
      tmp = a[i];
      a[i] = a[j];
      a[j] = tmp;                    /* intercambia a[i] con a[j] */
      i++;
      j--;
    }
  }while (i <= j);

  if (primero < j)
    quicksort(a, primero, j);/* mismo proceso con sublista izqda */

  if (i < ultimo)
    quicksort(a, i, ultimo); /* mismo proceso con sublista drcha */
}
```

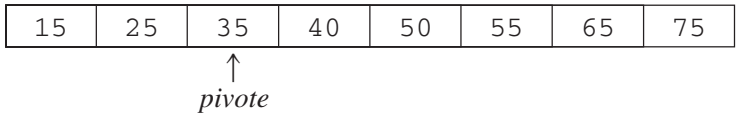
6.8.3. Análisis del algoritmo *quicksort*

El análisis general de la eficiencia de *quicksort* es difícil. La mejor forma de ilustrar y calcular la complejidad del algoritmo es considerar el número de comparaciones realizadas teniendo en cuenta circunstancias ideales. Supongamos que n (número de elementos de la lista) es una potencia de 2, $n = 2^k$ ($k = \log_2 n$). Además, supongamos que el pivote es el elemento central de cada lista, de modo que *quicksort* divide la sublista en dos sublistas aproximadamente iguales.

En la primera exploración o recorrido hay $n - 1$ comparaciones. El resultado de la etapa crea dos sublistas aproximadamente de tamaño $n/2$. En la siguiente fase, el proceso de cada sublista requiere aproximadamente $n/2$ comparaciones. Las comparaciones totales de esta fase son $2(n/2) = n$. La siguiente fase procesa cuatro sublistas que requieren un total de $4(n/4)$ comparaciones, etc. Eventualmente, el proceso de división termina después de k pasadas cuando la sublista resultante tenga tamaño 1. El número total de comparaciones es aproximadamente:

$$\begin{aligned} n + 2(n/2) + 4(n/4) + \cdots + n(n/n) &= n + n + \cdots + n \\ &= n \cdot k = n \cdot \log_2 n \end{aligned}$$

Para una lista normal la complejidad de *quicksort* es $\boldsymbol{O(n \log_2 n)}$**.** El caso ideal que se ha examinado se realiza realmente cuando la lista (el array) está ordenado en orden ascendente. En este caso el pivote es precisamente el centro de cada sublista.



Si el array está en orden ascendente, el primer recorrido encuentra el pivote en el centro de la lista e intercambia cada elemento en las sublistas inferiores y superiores. La lista resultante está casi ordenada y el algoritmo tiene la complejidad $O(n \log_2 n)$.

El escenario del caso peor de *quicksort* ocurre cuando el pivote cae consistentemente en una sublista de un elemento y deja el resto de los elementos en la segunda sublista. Esto sucede cuando el pivote es siempre el elemento más pequeño de su sublista. En el recorrido inicial, hay n comparaciones y la sublista grande contiene $n - 1$ elementos. En el siguiente recorrido, la sublista mayor requiere $n - 1$ comparaciones y produce una sublista de $n - 2$ elementos, etc. El número total de comparaciones es:

$$n + n - 1 + n - 2 + \cdots + 2 = (n - 1)(n + 2)/2$$

La complejidad es $O(n^2)$. En general el algoritmo de ordenación tiene como complejidad media $O(n \log_2 n)$ siendo posiblemente el algoritmo más rápido. La Tabla 6.1 muestra las complejidades de los algoritmos empleados en los métodos explicados en el libro.

Tabla 6.1. Comparación de complejidad en métodos de ordenación

Método	Complejidad
Burbuja	n^2
Inserción	n^2
Selección	n^2
Montículo	$n \log_2 n$
Fusión	$n \log_2 n$
Shell	$n \log_2 n$
Quicksort	$n \log_2 n$

En conclusión, se suele recomendar que para listas pequeñas los métodos más eficientes son inserción y selección; y para listas grandes, el *quicksort*. El algoritmo de Shell suele variar mucho su eficiencia en función de la variación del número de elementos por lo que es más difícil que en los otros métodos proporcionar un consejo eficiente. Los métodos de *fusión y por montículo* suelen ser muy eficientes para listas muy grandes.

El método de *ordenación por montículos*, también llamado *Heapsort*, se desarrolla más adelante, en el Capítulo 12, «Colas de prioridades y montículos», al ser una aplicación de la estructura montículo.

6.9. ORDENACIÓN BINSORT Y RADIXSORT

Estos métodos de ordenación utilizan *urnas* para depositar en ellas los registros en el proceso de ordenación. En cada recorrido de la lista se depositan en una $urna_i$ aquellos registros cuya clave tienen una cierta correspondencia con *i*.

6.9.1. Método de Binsort

Este método, también llamado *clasificación por urnas*, persigue conseguir funciones de tiempo de ejecución menores de `O(n log n)`, para ordenar una secuencia de `n` elementos siempre que se conozca *algo* acerca del tipo de las claves por las que se están ordenando.

Supóngase que se tiene un vector `v[]` de registros, se quiere ordenar respecto un campo clave de tipo entero, además se sabe que los valores de las claves se encuentran en el rango de `1` a `n`, sin claves duplicadas y siendo `n` el número de elementos. En estas circunstancias es posible colocar los registros ordenados en un array auxiliar `t[]` mediante este bucle:

```
for 1:= 1 to n do
  t[v[i].clave] = v[i];
```

Sencillamente determina la posición que le corresponde según el valor del campo clave. El bucle lleva un tiempo de ejecución de complejidad `O(n)`.

Esta ordenación tan sencilla que se ha expuesto es un caso particular del método de ordenación por urnas (binsort). Este método utiliza urnas, cada urna contiene todos los registros con una misma clave.

El proceso consiste en examinar cada registro `r` a clasificar y situarle en la urna `i`, coincidiendo `i` con el valor del campo clave de `r`. En la mayoría de los casos en que se utilice el algoritmo, será necesario guardar más de un registro en una misma urna por tener claves repetidas. Entonces estas urnas hay que concatenarlas en el orden de menor índice de urna a mayor, así quedará el array en orden creciente respecto al campo clave.

En la Figura 6.3 se muestra un vector de `m` urnas. Las urnas están representadas por listas enlazadas.

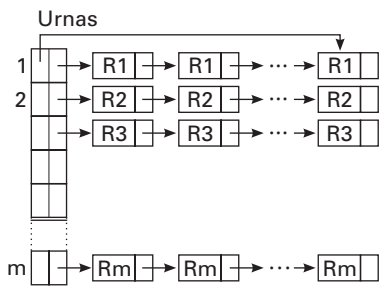


Figura 6.3. Estructura formada por `m` urnas.

Algoritmo de ordenación Binsort

Se considera que el campo clave de los registros que se van a ordenar son números enteros en el rango `1 . . m`. Son necesarias `m` urnas por lo que es necesario definir un vector de `m` urnas. Las urnas pueden ser representadas por listas enlazadas, cada elemento de la lista contiene un registro cuyo campo clave es el correspondiente al de la urna en la que se encuentra. Así en la urna 1 se sitúan los registros cuyo campo clave sea igual a 1, en la urna 2 los registros cuyo campo clave sea 2, y así sucesivamente en la urna *i* se sitúan los registros cuyo campo clave sea igual a *i*.

Una vez que se hayan distribuido los registros en las diversas urnas es necesario concatenar las listas. En la Figura 6.4 se muestra cómo realizar la concatenación.

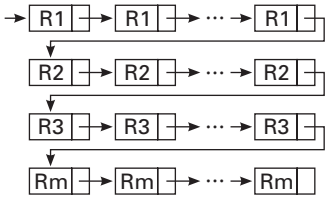


Figura 6.4. Concatenación de urnas representadas por listas enlazadas.

Los pasos que sigue el algoritmo expresado en pseudocódigo para un vector de `n` registros:

```
OrdenacionBinsort(vector, n)

inicio
  CrearUrnas(Urnas);
    {Distribución de registros en sus correspondientes urnas}
  desde j = 1 hasta n hacer
    AñadirEnUrna(Urnas[vector[j].clave], vector[j]);
  fin_desde

    {Concatena las listas que representan a las urnas
      desde Urna_i hasta Urna_m}

  i = 1;                      {búsqueda de primera urna no vacía}
  mientras EstaVacia(Urnas[i]) hacer
    i = i+1
  fin_mientras

  desde j = i+1 a m hacer
    EnlazarUrna(Urnas[i], Urnas[j]);
  fin_desde

    {Se recorre la lista-urna resultante de la concatenación}
  j = 1;
  dir = <frente Urnas[i]>;
  mientras dir <> nulo hacer
    vector[j] = <registro apuntado por dir>;
    j = j+i;
    dir = Sgte(dir)
  fin_mientras

fin
```

6.9.2. Método de Radixsort

Este método puede considerarse como una generalización de la clasificación por urnas. Aprovecha la estrategia de la forma más antigua de clasificación manual, consistente en hacer diversos *montones* de fichas, cada uno caracterizado por tener sus componentes un mismo dígito (letra, si es alfabética) en la misma posición; estos montones se recogen en orden ascendente y se reparte de nuevo en montones según el siguiente dígito de la clave.

Como ejemplo, suponer que se han de ordenar estas fichas identificadas por tres dígitos:

345, 721, 425, 572, 836, 467, 672,194, 365, 236, 891, 746, 431, 834, 247, 529, 216, 389

Atendiendo al dígito de menor peso (unidades) las fichas se distribuyen en *montones* del 0 al 9;

				216		
431			365	746		
891	672	834	425	236	247	389
721	572	194	345	836	467	529
1	2	4	5	6	7	9

Recogiendo los *montones* en orden, la secuencia de fichas queda:

721, 891, 431, 572, 672, 194, 834, 345, 425, 365, 836, 236, 746, 216, 467, 247, 529, 389

De esta secuencia podemos decir que está ordenada respecto al dígito de menor peso, respecto a las unidades. Pues bien, ahora de nuevo se distribuye la secuencia de fichas en *montones* respecto al segundo dígito:

		236					
	529	836	247				
	425	834	746	467	672		194
216	721	431	345	365	572	389	891
1	2	3	4	6	7	8	9

Recogiendo de nuevo los *montones* en orden, la secuencia de fichas queda:

216, 721, 425, 529, 431, 834, 836, 236, 345, 746, 247, 365, 467, 572, 672, 389, 891, 194

En este momento esta secuencia de fichas ya están ordenadas respecto a los dos últimos dígitos, es decir, respecto a las decenas. Por último, se distribuye las fichas en *montones* respecto al tercer dígito:

	247	389	467				891
	236	365	431	572		746	836
194	216	345	425	529	672	721	834
1	2	3	4	5	6	7	8

Recogiendo de nuevo los *montones* en orden, la secuencia de fichas queda ya ordenada:

194, 216, 236, 247, 345, 365, 389, 425, 431, 467, 529, 572, 672, 121, 746, 834, 836, 891

Algoritmo de ordenación Radixsort

La idea clave de la ordenación Radixsort (también llamada *por residuos*) es clasificar por urnas primero respecto al dígito de menor peso (menos significativo) d_k, después concatenar las urnas, clasificar de nuevo respecto al siguiente dígito d_{k-1}, y así sucesivamente se sigue con el siguiente dígito hasta alcanzar el dígito más significativo d_l, en ese momento la secuencia estará ordenada. La concatenación de las urnas consiste en enlazar el final de una con el frente de la siguiente.

Al igual que en el método de Binsort, las urnas se representan mediante un vector de listas. En el caso de que la clave respecto a la que se ordena sea un entero, se tendrán 10 urnas, numeradas de 0 a 9. Si la clave respecto a la que se ordena es alfabética, habrá tantas urnas como letras distintas, desde la urna que represente a la letra *a* hasta la *z*.

Para el caso de que clave sea entera, en primer lugar se determina el máximo número de dígitos que puede tener la clave. En un bucle de tantas iteraciones como máximo de dígitos se realizan las acciones de distribuir por urnas los registros, concatenar...

La distribución por urnas exige obtener el dígito del campo clave que se encuentra en la posición definida por el bucle externo, dicho dígito será el índice de la urna.

```
OrdenacionRadixsort(vector, n)

inicio

  < cálculo el número máximo de dígitos: ndig >

  peso = 1 { permite obtener los dígitos de menor a mayor peso}
  desde i = 1 hasta ndig hacer
    CrearUrnas(Urnas);
    desde j = 1 hasta n hacer
      d = (vector[j] / peso) modulo 10;
      AñadirEnUma(Urnas[d], vector[j]);
    fin_desde

    < búsqueda de primera urna no vacía: j >

    desde r = j+1 hasta M hace     { M: número de urnas }
      EnlazarUma(Urnas[r], Urnas[j]);
    fin_desde

      {Se recorre la lísta-urna resultante de la concatenación}
    r = 1;
    dir = frente(Urna[j]);
    mientras dir <> nulo hacer
      vector[r] = dir.registro;
      r = r+1;
      dir = siguiente(dir)
    end

    peso = peso * 10;
  fin_desde

fin_ordenacion
```

6.10. BÚSQUEDA EN LISTAS: BÚSQUEDAS SECUENCIAL Y BINARIA

Con mucha frecuencia los programadores trabajan con grandes cantidades de datos almacenados en arrays y registros, y por ello será necesario determinar si un array contiene un valor que coincida con un cierto *valor clave*. El proceso de encontrar un elemento específico de un array se denomina *búsqueda*. En esta sección se examinarán dos técnicas de búsqueda: *búsqueda lineal* o *secuencial*, la técnica más sencilla, y *búsqueda binaria* o *dicotómica*, la técnica más eficiente.

6.10.1. Búsqueda secuencial

La **búsqueda secuencial** busca un elemento de una lista utilizando un valor destino llamado ***clave.*** En una búsqueda secuencial (a veces llamada ***búsqueda lineal***), los elementos de una lista o vector se exploran (se examinan) en secuencia, uno después de otro. La búsqueda secuencial es necesaria, por ejemplo, si se desea encontrar la persona cuyo número de teléfono es 958-220000 en un directorio o listado telefónico de su ciudad. Los directorios de teléfonos están organizados alfabéticamente por el nombre del abonado en lugar de por números de teléfono, de modo que deben explorarse todos los números, uno después de otro, esperando encontrar el número 958-220000.

El algoritmo de búsqueda secuencial compara cada elemento del array con la *clave* de búsqueda. Dado que el array no está en un orden prefijado, es probable que el elemento a buscar pueda ser el primer elemento, el último elemento o cualquier otro. De promedio, al menos el programa tendrá que comparar la clave de búsqueda con la mitad de los elementos del array. El método de búsqueda lineal funcionará bien con arrays pequeños o no ordenados. La eficiencia de la búsqueda secuencial es pobre, tiene complejidad lineal, $O(n)$.

6.10.2. Búsqueda binaria

La búsqueda secuencial se aplica a cualquier lista. Si la lista está ordenada, la *búsqueda binaria* proporciona una técnica de búsqueda mejorada. Una búsqueda binaria típica es la búsqueda de una palabra en un diccionario. Dada la palabra, se abre el libro cerca del principio, del centro o del final dependiendo de la primera letra del primer apellido o de la palabra que busca. Se puede tener suerte y acertar con la página correcta; pero, normalmente, no será así y se mueve el lector a la página anterior o posterior del libro. Por ejemplo, si la palabra comienza con «J» y se está en la «L» se mueve uno hacia atrás. El proceso continúa hasta que se encuentra la página buscada o hasta que se descubre que la palabra no está en la lista.

Una idea similar se aplica en la búsqueda en una lista ordenada. Se sitúa la lectura en el centro de la lista y se comprueba si la clave coincide con el valor del elemento central. Si no se encuentra el valor de la clave, se sigue la búsqueda uno en la mitad inferior o superior del elemento central de la lista. En general, si los datos de la lista están ordenados se puede utilizar esa información para acortar el tiempo de búsqueda.

Ejemplo 6.4

Se desea buscar el elemento 225 y ver si se encuentra en el conjunto de datos siguiente:

a[0]	a[1]	a[2]	a[3]	a[4]	a[5]	a[6]	a[7]
13	44	75	100	120	275	325	510

El punto central de la lista es el elemento `a[3] (100)`. El valor que se busca es `225`, mayor que `100`; por consiguiente, la búsqueda continúa en la mitad superior del conjunto de datos de la lista, es decir, en la sublista,

```
a[4]     a[5]     a[6]     a[7]
120       275      325      510
```

Ahora el elemento mitad de esta sublista `a[5] (275)`. El valor buscado, `225`, es menor que `275` y, por consiguiente, la búsqueda continúa en la mitad inferior del conjunto de datos de la lista actual; es decir, en la sublista de un único elemento:

```
a[4]
120
```

El elemento mitad de esta sublista es el propio elemento `a[4] (120)`. Al ser `225` mayor que `120`, la búsqueda debe continuar en una sublista vacía. Se concluye indicando que no se ha encontrado la clave en la lista.

6.10.3. Algoritmo y codificación de la búsqueda binaria

Suponiendo que la lista está almacenada como un array, los índices de la lista son: `bajo = 0` y `alto = n-1` y `n` es el número de elementos del array, los pasos a seguir:

1. Calcular el índice del punto central del array

   `central = (bajo + alto)/2` (división entera)

2. Comparar el valor de este elemento central con la clave:

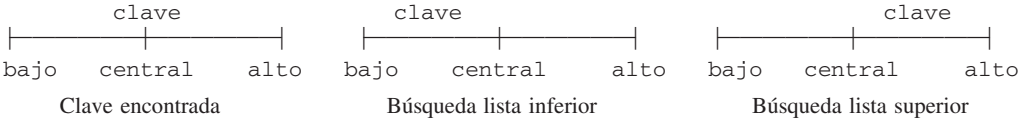
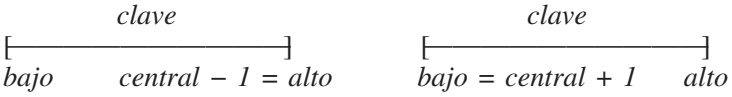


Figura 6.5. Búsqueda binaria de un elemento.

- Si `a[central] < clave`, la nueva sublista de búsqueda tiene por valores extremos de su rango `bajo = central+1..alto`.
- Si `clave < a[central]`, la nueva sublista de búsqueda tiene por valores extremos de su rango `bajo..central-1`.

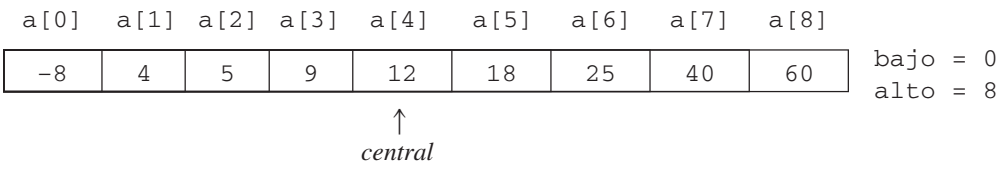


El algoritmo se termina bien porque se ha encontrado la clave o porque el valor de `bajo` excede a `alto` y el algoritmo devuelve el indicador de fallo de −1 (*búsqueda no encontrada*).

Ejemplo 6.5

Sea el array de enteros `A (-8, 4, 5, 9, 12, 18, 25, 40, 60)`, buscar la clave, clave = 40.

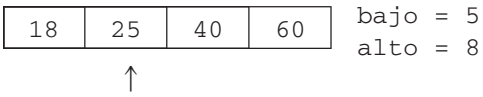
1.



$$central = \frac{bajo + alto}{2} = \frac{0+8}{2} = 4$$

`clave (40) > a[4] (12)`

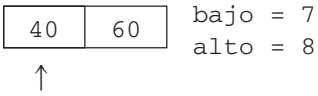
2. Buscar en sublista derecha



$$central = \frac{bajo + alto}{2} = \frac{5+8}{2} = 6 \quad (\textit{división entera})$$

`clave (40) > a[6] (25)`

3. Buscar en sublista derecha



$$central = \frac{bajo + alto}{2} = \frac{7+8}{2} = 7$$

`clave (40) = a[7] (40)` (*búsqueda con éxito*)

4. El algoritmo ha requerido 3 comparaciones frente a 8 comparaciones ($n - 1$, $9 - 1 = 8$) que se hubieran realizado con la búsqueda secuencial.

La codificación del algoritmo de búsqueda binaria:

```
/*
  búsqueda binaria.
  devuelve el índice del elemento buscado, o bien -1 caso de fallo
*/

int busquedaBin(int lista[], int n, int clave)
{
  int central, bajo, alto;
  int valorCentral;

  bajo = 0;
  alto = n-1;
  while (bajo <= alto)
```

```
  {
    central = (bajo + alto)/2;       /* índice de elemento central */
    valorCentral = lista[central];   /* valor del índice central */
    if (clave == valorCentral)
      return central;                /* encontrado, devuelve posición */
    else if (clave < valorCentral)
      alto = central -1;             /* ir a sublista inferior */
    else
      bajo = central + 1;            /* ir a sublista superior */
  }
   return -1;                        /* elemento no encontrado */
}
```

6.10.4. Análisis de los algoritmos de búsqueda

Al igual que sucede con las operaciones de ordenación cuando se realizan operaciones de búsqueda es preciso considerar la eficiencia (complejidad) de los algoritmos empleados en la búsqueda. El grado de eficiencia en una búsqueda será vital cuando se trata de localizar una información en una lista o tabla en memoria, o bien en un archivo de datos.

Complejidad de la búsqueda secuencial

La complejidad de la búsqueda secuencial diferencia entre el comportamiento en el caso peor y mejor. El mejor caso se encuentra cuando aparece una coincidencia en el primer elemento de la lista y en ese caso el tiempo de ejecución es $O(1)$. El caso peor se produce cuando el elemento no está en la lista o se encuentra al final de la lista. Esto requiere buscar en todos los n términos, lo que implica una complejidad de $O(n)$.

El caso medio requiere un poco de razonamiento probabilista. Para el caso de una lista aleatoria es probable que una coincidencia ocurra en cualquier posición. Después de la ejecución de un número grande de búsquedas, la posición media para una coincidencia es el elemento central $n/2$. El elemento central ocurre después de $n/2$ comparaciones, que define el coste esperado de la búsqueda. Por esta razón, se dice que la prestación media de la búsqueda secuencial es $O(n)$.

Análisis de la búsqueda binaria

El caso mejor se presenta cuando una coincidencia se encuentra en el punto central de la lista. En este caso la complejidad es $O(1)$ dado que sólo se realiza una prueba de comparación de igualdad. La complejidad del caso peor es $O(\log_2 n)$ que se produce cuando el elemento no está en la lista o el elemento se encuentra en la última comparación. Se puede deducir intuitivamente esta complejidad. El caso peor se produce cuando se debe continuar la búsqueda y llegar a una sublista de longitud de 1. Cada iteración que falla debe continuar disminuyendo la longitud de la sublista por un factor de 2. El tamaño de las sublistas es:

$$n \quad n/2 \quad n/4 \quad n/8 \quad \ldots \quad 1$$

La división de sublistas requiere m iteraciones, en cada iteración el tamaño de la sublista se reduce a la mitad. La sucesión de tamaños de las sublistas hasta una sublista de longitud 1:

$$n \quad n/2 \quad n/2 \quad n/2^3 \quad n/2^4 \quad \ldots \quad n/2^m$$

siendo $n/2^m = 1$.

Tomando logaritmos en base 2 en la expresión anterior quedará:

$n = 2^m$
$m = \log_2 n$

Por esa razón la complejidad del caso peor es $O(\log_2 n)$. Cada iteración requiere una operación de comparación:

$Total\ comparaciones \approx 1 + \log_2 n$

Comparación de la búsqueda binaria y secuencial

La comparación en tiempo entre los algoritmos de búsqueda secuencial y binaria se va haciendo espectacular a medida que crece el tamaño de la lista de elementos. Tengamos presente que en el caso de la búsqueda secuencial, en el peor de los casos, coincidirá el número de elementos examinados con el número de elementos de la lista tal como representa su complejidad $O(n)$.

Sin embargo, en el caso de la búsqueda binaria, tengamos presente, por ejemplo, que $2^{10} = 1.024$, lo cual implica el examen de 11 posibles elementos; si se aumenta el número de elementos de una lista a 2.048 y teniendo presente que $2^{11} = 2.048$ implicará que el número máximo de elementos examinados en la búsqueda binaria es 12. Si se sigue este planteamiento, se puede encontrar el número m más pequeño para una lista de 1.000.000, tal que

$2^n \geq 1.000.000$

Es decir, $2^{19} = 524.288$, $2^{20} = 1.048.576$ y por tanto el número de elementos examinados (en el peor de los casos) es 21.

La Tabla 6.2 muestra la comparación de los métodos de búsqueda secuencial y búsqueda binaria. En la misma tabla se puede apreciar una comparación del número de elementos que se deben examinar utilizando búsquedas secuencial y binaria. Esta tabla muestra la eficiencia de la búsqueda binaria comparada con la búsqueda secuencial y cuyos resultados de tiempo vienen dados por las funciones de complejidad $O(\log_2 n)$ y $O(n)$ de las búsquedas binaria y secuencial respectivamente.

Tabla 6.2. Comparación de las búsquedas binaria y secuencial

	Números de elementos examinados	
Tamaño de la lista	**Búsqueda binaria**	**Búsqueda secuencial**
1	1	1
10	4	10
1.000	11	1.000
5.000	14	5.000
100.000	18	100.000
1.000.000	21	1.000.000

A tener en cuenta

La búsqueda secuencial se aplica para localizar una clave en un vector no ordenado. Para aplicar el algoritmo de búsqueda binaria la lista, o vector, donde se busca debe de estar ordenado.

La *complejidad* de la *búsqueda binaria* es *logarítmica*, **O(log n)**, más eficiente que la *búsqueda secuencial* que tiene *complejidad lineal*, **O(n)**.

RESUMEN

- Una de las aplicaciones más frecuentes en programación es la ordenación.
- Existen dos técnicas de ordenación fundamentales en gestión de datos: *ordenación de listas* y *ordenación de archivos.*
- Los datos se pueden ordenar en orden ascendente o en orden descendente.
- Cada recorrido de los datos durante el proceso de ordenación se conoce como *pasada* o *iteración.*
- Los algoritmos de ordenación básicos son:

  — Selección.
  — Inserción.
  — Burbuja.

- Los algoritmos de ordenación más avanzados son:

  — Shell.
  — Mergesort.
  — Radixsort.
  — Binsort.
  — Quicksort.

- La eficiencia de los algoritmos de burbuja, inserción y selección es $O(n^2)$.
- La eficiencia de los algoritmos, *radixsort*, *mergesort* y *quicksort* es $O(n \log n)$.
- La búsqueda es el proceso de encontrar la posición de un elemento destino dentro de una lista
- Existen dos métodos básicos de búsqueda en arrays: **secuencial** y **binaria.**
- La **búsqueda secuencial** se utiliza normalmente cuando el array no está ordenado. Comienza en el principio del array y busca hasta que se encuentra el dato buscado y se llega al final de la lista.
- Si un array está ordenado, se puede utilizar un algoritmo más eficiente denominado **búsqueda binaria.**
- La eficiencia de una búsqueda secuencial es $\boldsymbol{O(n)}$.
- La eficiencia de una búsqueda binaria es $\boldsymbol{O(\log n)}$.

EJERCICIOS

6.1. ¿Cuál es la diferencia entre ordenación por intercambio y ordenación por el método de la burbuja?

6.2. Se desea eliminar todos los números duplicados de una lista o vector (array). Por ejemplo, si el array toma los valores

4 7 11 4 9 5 11 7 3 5

ha de cambiarse a

4 7 11 9 5 3

Escribir una función que elimine los elementos duplicados de un array.

6.3. Escribir una función que elimine los elementos duplicados de un vector ordenado. ¿Cuál es la eficiencia de esta función? Comparar la eficiencia con la correspondiente a la función del Ejercicio 6.2.

6.4. Un vector contiene los elementos mostrados a continuación. Los primeros dos elementos se han ordenado utilizando un algoritmo de inserción. ¿Cuál será el valor de los elementos del vector después de tres pasadas más del algoritmo?

3	13	8	25	45	23	98	58

6.5. Se tiene la siguiente lista:

47	3	21	32	56	92

Después de dos pasadas de un algoritmo de ordenación, el array se ha quedado dispuesto así:

3	21	47	32	56	92

¿Qué algoritmo de ordenación se está utilizando (selección, burbuja o inserción)? Justifique la respuesta.

6.6. Un array contiene los elementos indicados más abajo. Utilizando el algoritmo de ordenación Shell encuentre las pasadas y los intercambios que se realizan para su ordenación.

8	43	17	6	40	16	18	97	11	7

6.7. Partiendo del mismo array que en el Ejercicio 6.6, encuentre las particiones e intercambios que realiza el algoritmo de ordenación *quicksort* para su ordenación.

6.8. Un array de registros se quiere ordenar según el campo clave *fecha de nacimiento*. Dicho campo consta de tres subcampos: día, mes y año de 2, 2 y 4 dígitos respectivamente. Adaptar el método de ordenación Radixsort a esta ordenación.

6.9. Un array contiene los elementos indicados más abajo. Utilizando el algoritmo de búsqueda binaria, trazar las etapas necesarias para encontrar el número 88.

8	13	17	26	44	56	88	97

Igual búsqueda pero aplicada al caso del número 20.

6.10. Escribir la función de ordenación correspondiente al método Radixsort para poner en orden alfabético una lista de *n* nombres.

6.11. Escribir una función de búsqueda binaria aplicado a un array ordenado en modo descendente.

6.12. Supongamos que se tiene una secuencia de *n* números que deben ser clasificados:

1. Utilizar el método de Shell para determinar cuántas comparaciones y cuántos intercambios se requieren para clasificar la secuencia si:
   - Ya está clasificada.
   - Está en orden inverso.
2. Repetir el paso 1 para el método de *quicksort*.

PROBLEMAS

6.1. Un método de ordenación muy simple, pero no muy eficiente, de elementos $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ en orden ascendente es el siguiente:

Paso 1: Localizar el elemento más pequeño de la lista x_1 a x_n; intercambiarlo con x_1.
Paso 2: Localizar el elemento más pequeño de la lista x_2 a x_n, intercambiarlo con x_2.
Paso 3: Localizar el elemento más pequeño de la lista x_3 a x_n, intercambiarlo con x_n.

En el último paso, los dos últimos elementos se comparan e intercambian, si es necesario, y la ordenación se termina. Escribir un programa para ordenar una lista de elementos, siguiendo este método.

6.2. Dado un vector ***x*** de *n* elementos reales, donde *n* es impar, diseñar una función que calcule y devuelva la mediana de ese vector. La mediana es el valor tal que la mitad de los números son mayores que el valor y la otra mitad son menores. Escribir un programa que compruebe la función.

6.3. Se trata de resolver el siguiente problema escolar. Dadas las notas de los alumnos de un colegio en el primer curso de bachillerato, en las diferentes asignaturas (5, por comodidad), se trata de calcular la media de cada alumno, la media de cada asignatura, la media total de la clase y ordenar los alumnos por orden decreciente de notas medias individuales.
Nota: Utilizar como algoritmo de ordenación el método Shell.

6.4. Escribir un programa de consulta de teléfonos. Leer un conjunto de datos de mil nombres y números de teléfono de un archivo que contiene los números en orden aleatorio. Las consultas han de poder realizarse por nombre y por número de teléfono.

6.5. Realizar un programa que compare el tiempo de cálculo de las búsquedas secuencial y binaria. Una lista A se rellena con 2.000 enteros aleatorios en el rango 0 ... 1.999 y a continuación se ordena. Una segunda lista B se rellena con 500 enteros aleatorios en el mismo rango. Los elementos de B se utilizan como claves de los algoritmos de búsqueda.

6.6. Se dispone de dos vectores, *Maestro* y *Esclavo*, del mismo tipo y número de elementos. Se deben imprimir en dos columnas adyacentes. Se ordena el vector *Maestro*, pero siempre que un elemento de *Maestro* se mueva, el elemento correspondiente de *Esclavo* debe moverse también; es decir, cualquier cosa que se haga en *Maestro*[*i*] debe hacerse en *Esclavo*[*i*]. Después de realizar la ordenación se imprimen de nuevo los vectores. Escribir un programa que realice esta tarea.
Nota: Utilizar como algoritmo de ordenación el método *quicksort*.

6.7. Cada línea de un archivo de datos contiene información sobre una compañía de informática. La línea contiene el nombre del empleado, las ventas efectuadas por el mismo y el número de años de antigüedad del empleado en la compañía. Escribir un programa que lea la información del archivo de datos y a continuación se visualiza. La información debe ser ordenada por ventas de mayor a menor y visualizada de nuevo.

6.8. Se desea realizar un programa que realice las siguientes tareas:

a) Generar, aleatoriamente, una lista de 999 números reales en el rango de 0 a 20.000.
b) Ordenar en modo creciente por el método de la burbuja.
c) Ordenar en modo creciente por el método Shell.
d Ordenar en modo creciente por el método Radixsort.
e) Buscar si existe el número x (leído del teclado) en la lista. La búsqueda debe ser binaria.

Ampliar el programa anterior de modo que se puedan obtener y visualizar en el programa principal los siguientes tiempos:

t1. Tiempo empleado en ordenar la lista por cada uno de los métodos.
t2. Tiempo que se emplearía en *ordenar* la lista ya ordenada.
t3. Tiempo empleado en ordenar la lista ordenada en orden inverso.

6.9. Construir un método que permita ordenar por fechas y de mayor a menor un vector de *n* elementos que contiene datos de contratos ($n \leq 50$). Cada elemento del vector debe

ser un objeto con los campos día, mes, año y número de contrato. Pueden existir diversos contratos con la misma fecha, pero no números de contrato repetidos.
Nota: El método a utilizar para ordenar será el de radixsort.

6.10. Escribir un programa que genere un vector de 10.000 números aleatorios de 1 a 500. Realice la ordenación del vector por dos métodos:

- Binsort.
- Radixsort.

Escribir el tiempo empleado en la ordenación de cada método.

6.11. Se leen dos listas de números enteros, A y B de 100 y 60 elementos, respectivamente. Se desea resolver mediante procedimientos las siguientes tareas:

a) Ordenar aplicando el método de *quicksort* cada una de las listas A y B.
b) Crear una lista C por intercalación o mezcla de las listas A y B.
c) Visualizar la lista C ordenada.