INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD PROFESIONAL INTERDISCIPLINARIA
DE
BIOTECNOLOGÍA

METODOS NUMERICOS

Reporte y Tarea 1
3er Parcial

GRUPO: 4FM4

INTEGRANTES:

ALVARES ZEPEDA NALLELY ALITZEL
FLORES MOSQUEDA EDUARDO
GARCIA CRUZ JOSUE
MARTINEZ MONTEJO H. DAVID
MENDOZA OROZCO MARICRUZ

ENTREGA: 12/11/2021

PROFESORES:

GRANADOS HERNANDEZ JESUS
FLORES NUÑEZ JOSE IGNACIO

Introducción

Diferenciación numérica

Se consideran algunas técnicas de aproximación para derivar una función f(x) dada. Las reglas que resultan son de grande importancia para la solución de ecuaciones diferenciales. Pueden ser utilizadas para obtener aproximaciones numéricas de una derivada a partir de los valores de la función.

En esta ocasión nos basaremos en encontrar la estimación de la derivada para f(x) a partir de valores de “x” o incluso valores de la función f(x).

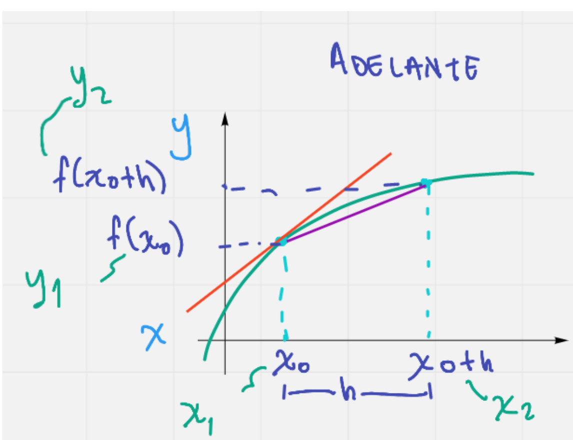
Para esto debemos de tener en cuenta que la pendiente de una función es igual a su primera derivada, por lo cual necesitamos saber cómo calcular la pendiente:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

Fórmula para la pendiente

En esta ocasión se trabajó con el método hacia adelante, centrada y hacia atrás para el cálculo aproximado de la primera derivada.

Veamos el primer caso para encontrar la aproximación de la primera derivada hacia adelante:



Tenemos nuestro punto inicial x0 y nos dan otro punto x0+h cuya h es la distancia que separa a estos dos puntos. Estos dos puntos se reflejan en el eje “y” como f(x0) y f(x0+h).

Por lo cual podemos clasificar a los puntos como:

x1 = x0

x2 = x0+h

f(x0) =y1

f(x0+h) = y2

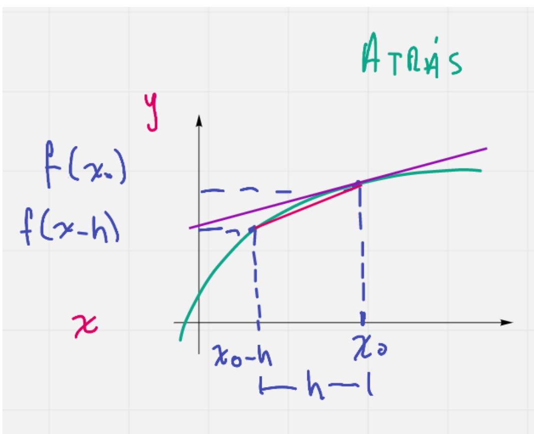
Substituyendo los valores de “x1”, “x2”, “y1”, y “y2” en la fórmula de la pendiente obtenemos la aproximación para la primera derivada:

$$f'(x) \approx \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

PRIMERA DERIVADA

Debemos aclarar que “h” corresponde a la diferencia entre “x2 – x1”.

Para el caso para encontrar la aproximación de la primera derivada hacia atrás:



Tenemos nuestro punto inicial x0 y nos dan otro punto x0-h cuya h es la distancia que separa a estos dos puntos. Estos dos puntos se reflejan en el eje “y” como f(x0) y f(x0-h).

Por lo cual podemos clasificar a los puntos como:

x1 = x0-h

x2 = x0

f(x0-h) =y1

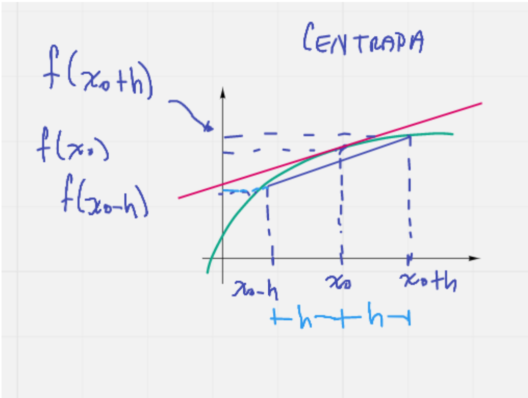
f(x0) = y2

Substituyendo los valores de “x1”, “x2”, “y1”, y “y2” en la fórmula de la pendiente obtenemos la aproximación para la primera derivada:

PRIMERA DERIVADA

$$f'(x) \approx \frac{f(x_0)-f(x_0-h)}{h}$$

Para el caso del cálculo de la aproximación de la primera derivada con el método de centrada es:



Tenemos nuestro punto inicial x0 y nos dan otros dos puntos x0-h y x0+h cuya h es la distancia que separa a estos dos puntos y x0 se encuentra a la misma distancia de los otros dos puntos. Estos tres puntos se reflejan en el eje “y” como f(x0), f(x0-h), f(x0+h).

Por lo cual podemos clasificar a los puntos como:

x1 = x0-h

x2 = x0+h

f(x0-h) =y1

f(x0+h) = y2

Substituyendo los valores de “x1”, “x2”, “y1”, y “y2” en la fórmula de la pendiente obtenemos la aproximación para la primera derivada:

PRIMERA DERIVADA

$$f'(x) \approx \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h}$$

Debemos aclarar que “h” corresponde a la diferencia entre “x2 – x1”. Pero como son tres puntos separados por la misma distancia, el valor de “h” es el doble.

Por lo cual después de todo esto obtenemos las fórmulas siguientes:

PRIMERA DERIVADA	SEGUNDA DERIVADA
Hacia adelante	
$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$	$f''(x_0) = \frac{f(x_0) - 2f(x_0+h) + f(x_0+2h)}{h^2}$
Centrada	
$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h}$	$f''(x_0) = \frac{f(x_0-h) - 2f(x_0) + f(x_0+h)}{h^2}$
Hacia atrás	
$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0-h)}{h}$	$f''(x_0) = \frac{f(x_0-2h) - 2f(x_0-h) + f(x_0)}{h^2}$

Para el calculo de la segunda derivada tomamos como ejemplo la formula para la aproximación de la primera derivada hacia adelante:

PRIMERA DERIVADA HACIA ADELANTE

$$\boxed{f'(x) \approx \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}}$$

Para obtener la segunda derivada, derivamos cada termino de la primera derivada:

SEGUNDA DERIVADA HACIA ADELANTE

$$\boxed{f''(x_0) \approx \frac{\overline{f'(x_0+h)}-\overline{f'(x_0)}}{h}}$$

Por lo cual obtenemos:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

$$f'(x_0+h) \approx \frac{f(x_0+2h)-f(x_0+h)}{h}$$

$$f''(x_0) \approx \frac{\frac{f(x_0+2h)-f(x_0+h)}{h}-\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}}{h}$$

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0+2h)-f(x_0+h)-f(x_0+h)+f(x_0)}{h^2}$$

$$\boxed{f''(x_0) \approx \frac{f(x_0+2h)-2f(x_0+h)+f(x_0)}{h^2}}$$

SEGUNDA DERIVADA

delante

$$f''(x_0)=\frac{f(x_0)-2f(x_0+h)+f(x_0+2h)}{h^2}$$

Esto se puede hacer para cada caso de las primeras derivadas:

Objetivo:

El alumno será capaz de aproximar el valor de las derivadas de diferente orden de una función o con valores tabulares mediante diferencias finitas divididas hacia delante, hacia atrás y central.

Contenido:

Ejemplo 1

Encontrar la primera derivada hacia adelante, atrás y central evaluada en x0=1, para la función:

$$f(x) = x^3 + x$$

comparar los resultados con la solución analítica obteniendo el error relativo porcentual para h=0.5 y h=0.1.

Solución analítica:

$f'(x) = 3x^2 + 1$

x=1

$f'(1) = 3(1)^2 + 1$

$f'(x) = 4$

Valor Verdadero	*Aproximación*		*Error*	
4	*h=0.5*	*h=0.1*	*h=0.5*	*h=0.1*
Adelante	*5.7500*	*4.3100*	*43.75%*	*7.75%*
Atrás	*2.7500*	*3.7100*	*31.25&*	*7.25%*
Centrada	*4.2500*	*4.0100*	*6.25%*	*0.25%*

Código:

```
clc, clear, close all
%Diferenciacion numerica
%Ejemplo 1
%Solucion analitica
syms x
f=x^3 + x;
x0=1;
d=diff(f,1);
vv=subs(d,x0)%Valor verdadero
f=inline(f)
%Cuando h=0.5
disp('Cuando h=0.5')
```

```
h=0.5;
%Hacia adelante
pdad=(f(x0+h)-f(x0))/h
erp1=abs((vv-pdad)/vv)*100;
erp1=vpa(erp1,5)
%Hacia atras
pdat=(f(x0)-f(x0-h))/h
erp2=abs((vv-pdat)/vv)*100;
erp2=vpa(erp2,5)
%Centrada
pdce=(f(x0+h)-f(x0-h))/(2*h)
erp3=abs((vv-pdce)/vv)*100;
erp3=vpa(erp3,5)
%Cuando h=0.1
disp('Cuando h=0.1')
h=0.1;
%Hacia adelante
pdad=(f(x0+h)-f(x0))/h
erp1=abs((vv-pdad)/vv)*100;
erp1=vpa(erp1,5)
%Hacia atras
pdat=(f(x0)-f(x0-h))/h
erp2=abs((vv-pdat)/vv)*100;
erp2=vpa(erp2,5)
%Centrada
pdce=(f(x0+h)-f(x0-h))/(2*h)
erp3=abs((vv-pdce)/vv)*100;
erp3=vpa(erp3,5)
```

Ejemplo 2

Encontrar la segunda derivada hacia adelante, atrás y central evaluada en x0=1, para la función:

$$f(x) = \frac{(3x-1)^2}{(x^2+3)^2}$$

comparar los resultados con la solución analítica obteniendo el error relativo para h=0.1.

Formulas para el calculo de las segundas derivadas:

SEGUNDA DERIVADA

adelante

$$f''(x_0) = \frac{f(x_0) - 2f(x_0+h) + f(x_0+2h)}{h^2}$$

ntrada

$$f''(x_0) = \frac{f(x_0-h) - 2f(x_0) + f(x_0+h)}{h^2}$$

ia atrás

$$f''(x_0) = \frac{f(x_0-2h) - 2f(x_0-h) + f(x_0)}{h^2}$$

Valor Verdadero	*h=0.1*	
-0.25	*Aproximación*	*Error*
Adelante	*-0.4017*	*60.675%*
Atrás	*-0.0250*	*90.017%*
Centrada	*-0.2447*	*2.1184%*

Código:

```
clc, clear, close all
%Diferenciacion numerica
%Ejemplo 2
syms x
f=(3*x -1)^2/(x^2 + 3)^2;
x0=1;
d=diff(f,2);
vv=subs(d,x0);
vv=vpa(vv,5)%Valor verdadero
f=inline(f);
%h=0.1
disp('h=0.1')
h=0.1;
%Hacia adelante
sdad=(f(x0) - 2*f(x0+h) + f(x0+ 2*h))/h^2
erp1=abs((vv - sdad)/vv)*100;
erp1=vpa(erp1,5)
%Hacia atras
sdat=(f(x0-2*h) - 2*f(x0-h) + f(x0))/h^2
erp2=abs((vv - sdat)/vv)*100;
erp2=vpa(erp2,5)
%Centrada
sdce=(f(x0-h) - 2*f(x0) + f(x0+ h))/h^2
erp3=abs((vv - sdce)/vv)*100;
erp3=vpa(erp3,5)
```

Ejemplo 3

Dada la siguiente tabla, estimar f'(x) para cada "x".

x	2	4	6	8	10
f(x)	1.3466	1.2747	1.1733	1.1277	1.1116
f'(x)	-0.0360	-0.0433	-0.0368	-0.0154	-0.0081

Hacemos el análisis para cada x y para poder saber que método podemos realizar:

Para x=2 podemos realizar el método hacia adelante.

Para x=4, x=6, x=8 podemos realizar el método central.

Para x=10 podemos realizar el método hacia atrás.

Código:

```
clc, clear, close all
%Diferenciacion numerica
%Ejemplo 3
x=[2 4 6 8 10];
fx=[1.3466 1.2747 1.1733 1.1277 1.1116];
%Cuando x0=2
%Hacia adelante
h=x(2)-x(1);
x0_2=(fx(2)-fx(1))/h
%Cuando x0=4
%Centrada
h=x(3)-x(2);
x0_4=(fx(3)-fx(1))/(2*h)
%Cuando x0=6
%Centrada
h=x(3)-x(2);
x0_6=(fx(4)-fx(2))/(2*h)
%Cuando x0=8
%Centrada
h=x(4)-x(3);
x0_8=(fx(5)-fx(3))/(2*h)
%Cuando x0=10
%Hacia atras
h=x(5)-x(4);
x0_10=(fx(5)-fx(4))/h
```

Ejemplo 4

Se tomó la posición de un avión caza sobre un portaviones durante el aterrizaje:

t (s)	*0*	*0.51*	*1.03*	*1.48*	*1.74*	*2.36*	*2.45*	*3.24*	*3.82*	*4.15*
x (m)	*154*	*174*	*187*	*205*	*220*	*235*	*237*	*253*	*286*	*296*

Use la fórmula de diferenciación numérica de mayor precisión posible para determinar:

a). La velocidad (dx/dt) en t = 1.74 s.

b). La aceleración (dv/dt) en t = 2.36 s.

Analizamos los puntos alrededor de nuestro punto de interés procurando poder aplicar el método central.

Para la velocidad:

t= 1.74s   Para el cálculo de h.

2.36 - 1.74= 0.62

1.74 – 1.48= 0.26

Tomamos puntos más alejados:

2.45 - 1.74= 0.71

1.74 – 1.03= 0.71

Formula para el calculo de la primera derivada para la velocidad:

Cer

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h}$$

Para la aceleración:

t = 2.36 s   Para el cálculo de h.

2.45 – 2.36= 0.09

2.36 – 1.74= 0.62

Tomamos puntos más alejados:

3.24 – 2.36= 0.88

2.36 – 1.48= 0.88

Fórmula para el cálculo de la primera derivada para la velocidad:

rada

$$f''(x_0) = \frac{f(x_0 - h) - 2f(x_0) + f(x_0 + h)}{h^2}$$

La velocidad es: 35.2113 m/s

La aceleración es: -15.4959 m/s^2

Código:

```
clc, clear, close all
%Diferenciacion numerica
%Ejemplo 4
t=[0 0.51 1.03 1.48 1.74 2.36 2.45 3.24 3.82 4.15];
x=[154 174 187 205 220 235 237 253 286 296];
%a).La velocidad (dx/dt) en t=1.74 s.
%Centrada Primera derivada
h=t(5)-t(3);
velocidad=(x(7) - x(3))/(2*h)
%b). La aceleración (dv/dt) en t = 2.36 s.
%Centrada Segunda derivada
h=t(6)-t(4);
aceleracion=(x(4) -2* x(6) + x(8))/(h*h)
```