

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL UNIDAD PROFESIONAL INTERDISCIPLINARIA DE BIOTECNOLOGÍA

<u>Reporte y Tarea 2</u> MÉTODO DE GAUSS JORDAN

2do Parcial

METODOS NUMERICOS

GRUPO: 4FM4
INTEGRANTES:

ALVARES ZEPEDA NALLELY ALITZEL
FLORES MOSQUEDA EDUARDO
GARCIA CRUZ JOSUE
MARTINEZ MONTEJO H. DAVID
MENDOZA OROZCO MARICRUZ

ENTREGA: 07/10/2021

PROFESORES:

GRANADOS HERNANDEZ JESUS FLORES NUÑEZ JOSE IGNACIO

INTRODUCCIÓN

La solución de los sistemas de ecuaciones lineales encuentra una amplia aplicación en la ciencia y la tecnología.

En particular, se puede afirmar, que en cualquier rama de la Ingeniería existe al menos una aplicación que requiera del planteamiento y solución de tales sistemas. (José Becerril et at, 2002)

Matriz Gauss-Jordan El método de eliminación de Gauss-Jordan (GJ) con pivoteo parcial (por renglones) es quizá el método más popular en Algebra Matricial para calcular matrices inversas. Aunque también es útil para resolver sistemas lineales algebraicos (s.l.a) y para el cálculo de determinantes. El atractivo principal de este método, con relación al de eliminación de Gauss, es la presencia de sus supuestas buenas propiedades con respecto a su paralelización. Y su gran inconveniente es que no es numéricamente estable. (Hoffman, 1989)

Cuando se resuelve un sistema de ecuaciones por reducción gaussiana, el proceso que corresponde a la sustitución hacia atrás, también puede ser realizado haciendo más operaciones elementales, hasta obtener un sistema equivalente cuya solución resulta evidente.

En este caso, la forma que debemos buscar en la matriz aumentada del sistema es la denominada forma escalonada reducida, definida a continuación y el método de solución de sistemas resultante se conoce como método de Gauss-Jordan. (Carlos Arce et al, 2003)

Matriz escalonada reducida: Una matriz A, n × m, es escalonada reducida si es escalonada y además todo elemento en una columna, arriba del primer uno de cualquier fila, es cero. Es decir, la forma escalonada reducida se obtiene de una forma escalonada, haciendo cero los elementos de la matriz arriba de los primeros unos de cada fila. (Id)

La matriz A siguiente tiene la forma escalonada reducida, sin embargo, la matriz B no es escalonada reducida:

$$Matrriz A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Matriz B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Por ejemplo: Resolver el siguiente sistema del por el método de Gauss-Jordan.

$$\begin{array}{l} 2x_{\parallel} - 6x_2 + 12x_3 + 16x_4 = 70 \\ x_{\parallel} - 2x_2 + 6x_3 + 6x_4 = 26 \\ -x_{\parallel} + 3x_2 - 3x_3 - 7x_4 = -30 \\ 4x_2 + 3x_3 - 6x_4 = -26 \end{array}$$

Solución: Hay que determinar la forma escalonada reducida de la matriz aumentada del sistema.

$$\begin{pmatrix} 2 & -6 & 12 & 16 & | & 70 \\ 1 & -2 & 6 & 6 & | & 26 \\ -1 & 3 & -3 & -7 & | & -30 \\ 0 & 4 & 3 & -6 & | & -26 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} f_1$$

Así la solucion del sistema es:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-2,1,0,5)$$

OBJETIVO

- Resolver distintos tipos de matrices a través del método de Gauss-Jordan.
- Por el método de Gauss Jordan, encontrar su matriz inversa, así como sus raíces.

Ejercicio 1

A farmer constructed a chicken coop out of chicken wire, polyester, and cloth cotton. The chicken wire cost \$25 per square foot, the polyester \$17 per square foot, and the cloth cotton \$ 13 per square foot. The farmer spent a total of \$690, and the total amount of materials used was 13.6 square feet. He used 3 ft more chicken wire 2 than cloth cotton. How much of each material in did the farmer use?

x= wire

y= polyester

z= cloth cotton

Sistema de ecuaciones

$$25x + 17y + 13z = 690$$

$$x + y + z = 13.6$$

$$x - z = -3$$

Matriz aumenta

25 17 13 690
$$+ R1 = \frac{1}{25} * R1 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{17}{25} & \frac{13}{25} & \frac{690}{25} \end{bmatrix}$$

1
$$\frac{1}{25}$$
 $\frac{1}{25}$ $\frac{1}{25}$
1 1 1 13.6
1 0 -1 -3
 $R2 = -R1 + R2 = [-1 - \frac{17}{25} - \frac{13}{25} - \frac{690}{25}] + [1 1 1 13.6]$

$$= [0 \frac{8}{25} \frac{12}{25} - 14]$$

$$1 \frac{17}{25} \frac{13}{25} \frac{690}{25}$$

$$0 \frac{8}{25} \frac{12}{25} - 14$$

$$1 0 - 1 - 3$$

$$R3 = -R1 + R2 = [-1 - \frac{17}{25} - \frac{13}{25} - \frac{690}{25}] + [1 0 - 1 - 3]$$

$$= [0 - \frac{17}{25} - \frac{38}{25} - \frac{153}{5}]$$

$$1 \ \frac{17}{25} \ \frac{13}{25} \ \frac{690}{25}$$

$$0 \frac{8}{25} \frac{12}{25}$$
 -14

$$1 \frac{17}{25} \frac{13}{25} \frac{690}{25}$$

$$0 \frac{8}{25} \frac{12}{25} -14$$

$$0 -\frac{17}{25} -\frac{38}{25} -\frac{153}{5}$$

R1= R1 + R3=[-1
$$\frac{17}{25}$$
 $\frac{13}{25}$ $\frac{690}{25}$] + [0 $-\frac{17}{25}$ $-\frac{38}{25}$ $-\frac{153}{5}$]
=[1 0 -1 - 3]

1 0
$$-1-3$$

$$0 \frac{8}{25} \frac{12}{25} -14$$

$$0 - \frac{17}{25} - \frac{38}{25} - \frac{153}{5}$$

1 0 -1 - 3
0
$$\frac{8}{25}$$
 $\frac{12}{25}$ -14
0 $-\frac{17}{25}$ $-\frac{38}{25}$ $-\frac{153}{5}$

R2= $\frac{25}{8}$ R2=[0 1 $\frac{3}{2}$ $-\frac{175}{4}$]

$$0 \ 1 \ \frac{3}{2} - \frac{175}{4}$$

$$0 - \frac{17}{25} - \frac{38}{25} - \frac{153}{5}$$

$$1 \ 0 \ -1 - 3$$

$$0 \ 1 \ \frac{3}{2} - \frac{175}{4}$$

1 0 -1 - 3

0 1
$$\frac{3}{2} - \frac{175}{4}$$

0 0 $-\frac{1}{2} - \frac{1207}{20}$

R1=
$$-2R3 + R1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{1207}{10} \end{bmatrix}$$

= $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1177}{10} \end{bmatrix}$

1 0 0
$$\frac{1177}{10}$$

$$0 \ 1 \ \frac{3}{2} - \frac{175}{4}$$

$$0 \ 0 \ -\frac{1}{2} \ -\frac{1207}{20}$$

1 0 0
$$\frac{1177}{10}$$

0 1 $\frac{3}{2} - \frac{175}{4}$
0 0 $-\frac{1}{2} - \frac{1207}{20}$

R2= 3R3 + R2=[0 1 $\frac{3}{2} - \frac{175}{4}$] + [0 0 $-\frac{3}{2} - \frac{3621}{20}$]

=[0 1 0 $-\frac{1124}{5}$]

1 0 0
$$\frac{1177}{10}$$

$$0\ 1\ 0\ -\frac{1124}{5}$$

$$-2R3=[0\ 0\ 1\ \frac{1207}{10}]$$

Solución de sistema de ecuaciones

$$X = \frac{1177}{10}$$

$$y = -\frac{1124}{5}$$

$$Z = \frac{1207}{10}$$

Comprobación:

$$25(\frac{1177}{10}) + 17(-\frac{1124}{5}) + 13(\frac{1207}{10}) = 690$$

$$\left(\frac{1177}{10}\right) - \frac{1124}{5} + \left(\frac{1207}{10}\right) = \frac{68}{5} = 13.6$$

$$\left(\frac{1177}{10}\right) + 3 = \left(\frac{1207}{10}\right)$$

```
Ejecución del código
m=[25,17,13,690;1,1,1,13.6;1,0,-1,-3];
m =
[ 25.0, 17.0, 13.0, 690.0]
[1.0, 1.0, 1.0, 13.6]
[1.0, 0, -1.0, -3.0]
m(1,:)=(1/25)*m(1,:);
m =
[ 1.0, 0.68, 0.52, 27.6]
[ 1.0, 1.0, 1.0, 13.6]
[1.0, 0, -1.0, -3.0]
m(2,:)=(-1)*m(1,:)+m(2,:);
m =
[ 1.0, 0.68, 0.52, 27.6]
[0, 0.32, 0.48, -14.0]
[1.0, 0, -1.0, -3.0]
m(3,:)=(-1)*m(1,:)+m(3,:);
m =
[ 1.0, 0.68, 0.52, 27.6]
[0, 0.32, 0.48, -14.0]
```

[0, -0.68, -1.52, -30.6]

$$m(1,:)=m(1,:)+m(3,:);$$

$$m = [1.0, 0, -1.0, -3.0]$$

$$[0, 0.32, 0.48, -14.0]$$

$$[0, -0.68, -1.52, -30.6]$$

$$m(2,:)=(25/8)*m(2,:);$$

$$m = [1.0, 0, -1.0, -3.0]$$

$$[0, 1.0, 1.5, -43.75]$$

$$[0, -0.68, -1.52, -30.6]$$

$$m(3,:)=(17/25)*m(2,:)+m(3,:);$$

$$m = [1.0, 0, -1.0, -3.0]$$

$$[0, 1.0, 1.5, -43.75]$$

$$[0, 0, -0.5, -60.35]$$

$$m(1,:)=(-2)*m(3,:)+m(1,:);$$

$$m = [-1.0, 0, -0.5, -60.35]$$

[1.0, 0, 0, 117.7]

[0, 1.0, 1.5, -43.75]

[0, 0, -0.5, -60.35]

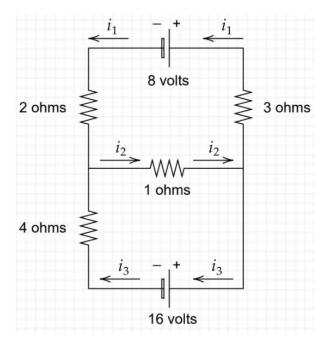
```
m(2,:)=(3)*m(3,:)+m(2,:);
m =
[ 1.0, 0, 0, 117.7]
[0, 1.0, 0, -224.8]
[0, 0, -0.5, -60.35]
m(3,:)=(-2)*m(3,:);
m =
[ 1.0, 0, 0, 117.7]
[0, 1.0, 0, -224.8]
[ 0, 0, 1.0, 120.7]
a =
690.0000
b =
13.6000
c =
120.7000
Código:
clc, clear, close all
m=[25,17,13,690;1,1,1,13.6;1,0,-1,-3];
m=vpa(m,7)
m(1,:)=(1/25)*m(1,:);
```

```
m=vpa(m,7)
m(2,:)=(-1)*m(1,:)+m(2,:);
m=vpa(m,7)
m(3,:)=(-1)*m(1,:)+m(3,:);
m=vpa(m,7)
m(1,:)=m(1,:)+m(3,:);
m=vpa(m,7)
m(2,:)=(25/8)*m(2,:);
m=vpa(m,7)
m(3,:)=(17/25)*m(2,:)+m(3,:);
m=vpa(m,7)
m(1,:)=(-2)*m(3,:)+m(1,:);
m=vpa(m,7)
m(2,:)=(3)*m(3,:)+m(2,:);
m=vpa(m,7)
m(3,:)=(-2)*m(3,:);
m=vpa(m,7)
%Solucion al sistema
x=117.7;
y=-224.8;
z=120.7;
%Comprobacion
a=25*x+17*y+13*z
b=x+y+z
c=x+3
```

Ejercicio 2

Solve by Kirchhoff's first and second law. Use meshes and nodes.

Find the current each one of resistances.



Sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ I_1 - I_2 = 8 \\ -I_2 - 4I_3 = 16 \end{cases}$$

Matriz aumentada

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 8 \\ 0 & -1 & -4 & 16 \end{bmatrix} \longrightarrow R2 = R2 - 1 * R1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 8 \\ 0 & -1 & -4 & 16 \end{bmatrix} \longrightarrow R2 \leftrightarrow R3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 16 \\ 0 & 0 & -1 & 8 \end{bmatrix} \longrightarrow R2 = -1 * R2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & -16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -16 \\ 0 & 0 & -1 & 8 \end{bmatrix} \longrightarrow R1 = R1 + R2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & -16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & -16 \\ 0 & 1 & 4 & -16 \\ 0 & 0 & -1 & 8 \end{bmatrix} \longrightarrow R3 = -1 * R3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & -16 \\ 0 & 1 & 4 & -16 \\ 0 & 0 & 1 & -8 \end{bmatrix} \longrightarrow R1 = R1 - 5R3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 24 \\ 0 & 1 & 4 & -16 \\ 0 & 0 & 1 & -8 \end{bmatrix} \longrightarrow R2 = R2 - 4R3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 24 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & -8 \end{bmatrix}$$

Solución de sistema de ecuaciones

$$\begin{cases}
I1 = 24 \\
I2 = 16 \\
I3 = -8
\end{cases}$$

Comprobación:

$$24 - 16 - 8 = 0$$

$$24 - 16 = 8$$

$$-16 - 4(-8) = 16$$

Código

```
clc, clear, close all
m = [1, -1, 1, 0; 1, -1, 0, 8; 0, -1, -4, 16]
m=vpa(m,3)
m(2,:) = m(2,:) - m(1,:)
m=vpa(m,3)
m([2 3],:)=m([3 2],:)
m=vpa(m,3)
m(2,:) = -1*m(2,:)
m=vpa(m,3)
m(1,:) = m(1,:) + m(2,:)
m=vpa(m,3)
m(3,:)=-1*m(3,:)
m=vpa(m,3)
m(1,:) = m(1,:) - (5*m(3,:))
m=vpa(m,3)
m(2,:)=m(2,:)-(4*m(3,:))
%Solucion al sistema
I1 = 24
I2=16
I3 = -8
```

Ejecución de código

m = 1 -1 1 0

m =

m =

m =

m =

m =

m =

m =

```
[ 0, 1.0, 4.0, -16.0]
```

m =

m =

m =

m =

m =

m =

m =

Ejercicio 1 Matriz Inversa

A farmer constructed a chicken coop out of chicken wire, polyester, and cloth cotton. The chicken wire cost \$25 per square foot, the polyester \$17 per square foot, and the cloth cotton \$13 per square foot. The farmer spent a total of \$690, and the total amount of materials used was 13.6 square feet. He used 3 ft more chicken wire 2 than cloth cotton. How much of each material in did the farmer use?

$$A = \begin{bmatrix} 38 & 17 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}; K = \begin{bmatrix} 651 \\ 10.6 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} C \\ P \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 38 & 17 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha & \beta \\ 0 & 1 & \gamma & \delta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 38 & 17 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow R_1 = \frac{1}{38}R_1 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{17}{38} & \frac{1}{38} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{17}{38} & \frac{1}{38} & 0 \\ 0 & \frac{2}{19} & -\frac{1}{19} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow R_2 = R_2 - 2 * R_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{19} & -\frac{1}{19} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{17}{38} & \frac{1}{38} & 0 \\ 0 & \frac{2}{19} & -\frac{1}{19} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow R_2 = \frac{19}{2}R_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{19}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{17}{38} & \frac{1}{38} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \rightarrow R_1 = -\frac{17}{38}R_2 + R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{17}{4} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & -17 \\ -2 & 38 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 38 & 17 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ P \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & -17 \\ -2 & 38 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 651 \\ 10.6 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 470.8 \\ -899.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 117.7 \\ -224.8 \end{bmatrix}$$

```
Código
clear all, close all, clc
m=[38, 17, 1, 0; 2, 1, 0, 1]
m(1,:) = (1/38) * m(1,:)
m(2,:) = m(2,:) - (2*m(1,:))
m(2,:) = (19/2) * m(2,:)
m(1,:) = (-17/38) * m(2,:) + m(1,:)
ainv=m(:,[3,4])
a = [38, 17; 2, 1]
a*ainv
k = [651; 10.6]
sol=ainv*k
c = sol(1, 1)
p = sol(2, 1)
%Comprobación
ec1=38*c+17*p
ec2=2*c+p
Ejecución
m =
  38
      17 1 0
   2
       1
          0 1
m =
  1.0000 0.4474 0.0263
  2.0000 1.0000
                   0 1.0000
m =
  1.0000 0.4474 0.0263
     0 0.1053 -0.0526 1.0000
m =
  1.0000 0.4474 0.0263
```

0 1.0000 -0.5000 9.5000

1.0000 -0.0000 0.2500 -4.2500

0 1.0000 -0.5000 9.5000

m =

ainv =

0.2500 -4.2500

```
-0.5000 9.5000
a =
  38
       17
   2
       1
ans =
   1
       0
   0
       1
k =
 651.0000
  10.6000
sol =
 117.7000
-224.8000
C =
 117,7000
p =
-224.8000
ec1 =
 651
ec2 =
  10.6000
```

CONCLUSIONES

- El método de Gauss-Jordan permite obtener directamente los valores de las determinantes sin la necesidad de la sustitución inversa, la cual se utiliza en el método de Gauss simple.
- Se logró obtener la inversa de una matriz, así como su comprobación.
- Con este procedimiento de normalización y eliminación se puede obtener, además, la matriz inversa de la matriz de coeficientes, A-1 si a la matriz aumentada se le adhiere o aumenta la matriz unidad o identidad y se le aplica el método de Gauss-Jordan.

 El método de la matriz inversa es una alternativa al método de gauss, se encuentra una matriz de valores haciendo columnas de 1 y o la matriz de coeficientes.

BIBLIOGRAFIA

- José Becerril Espino; Lorenzo Benítez Morales; Irene Rivera Valladares; Carlos Zubieta Badillo (2002), Solución de sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de Gauss-Jordan, 1° Ed., UAM- Azcapotzalco.
- Dekker, T.J., Hoffman, W. (1989), Rehabilitation of the Gauss-Jordán Algorithm, Núm. Math. 591- 599.
- Carlos Arce S; William Castillo E.; Jorge González V. (2003), Algebra Lineal, 3ra Ed, Universidad de Costa Rica
- Steegmann, C., Rodriguez, J., (2014). Matriz Inversa.