

Ecuaciones diferenciales ordinarias lineales

1. Ley de enfriamiento de Newton

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_A), \quad T(0) = T_0$$

donde $T = T(t)$ y k, T_A, T_0 constantes.

- [★] Ecuación diferencial separable.
- [★] Variable independiente implícita.
- [★] Solución explícita.

2. Ley de enfriamiento de Newton, temperatura ambiente variable

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_A(t)), \quad T(0) = T_0$$

donde $T = T(t)$ y T_0 constantes y $T_A(t)$ función que depende del tiempo.

- [★] Variable independiente explícita.
- [★] Ecuación diferencial no separable cuando T_A depende explícitamente de t .
- [★] Solución explícita o integral.

3. Velocidad de caída de gota de agua evaporándose

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{3\alpha v(t)}{\alpha t + r_0}, \quad v(0) = v_0$$

donde α, r_0, v_0 constantes.

- [★] Variable independiente explícita.
- [★] Solución explícita.

EDO no lineales

1. Velocidad de caída de gota de agua evaporándose

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP), \quad P(0) = P_0$$

donde a, b, P_0 constantes.

- [★] Ecuación no lineal.
- [★] Solución explícita.

2. Ecuación de Gompertz (Modelo poblacional)

$$\frac{dP}{dt} = P(a - b \ln P), \quad P(0) = P_0$$

donde a, b, P_0 constantes.

- [★] Ecuación no lineal.
- [★] Solución explícita.

3. Reacciones químicas entre dos compuestos

$$\frac{dX}{dt} = \kappa(\alpha - X)(\beta - X), X(0) = X_0$$

donde $\kappa, \alpha, \beta, X_0$ constantes.

[★] Ecuación no lineal.

[★] Solución explícita.

4. Tanque cónico con agujero

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\alpha}{h^{3/2}}, h(0) = h_0$$

donde α, h_0 constantes.

[★] Ecuación no lineal separable.

[★] Solución explícita.

5. Altura de ola en un tsunami

$$\frac{dW}{dt} = W\sqrt{4 - 2W}, W(0) = W_0$$

donde W_0 constante.

[★] Ecuación no lineal separable.

[★] Solución numérica o integral.

6. Modelo de inmigración

$$\frac{dP}{dt} = P(1 - P) + \alpha e^{-P}, P(0) = P_0$$

donde $0 < \alpha < 1, P_0$ constante.

[★] Ecuación no lineal separable.

[★] Solución numérica o integral.

Sistemas de EDO lineales

1. Serie de decaimiento radiactivo de tres elementos

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\lambda_1 x \\ \frac{dy}{dt} = \lambda_1 x - \lambda_2 y \\ \frac{dz}{dt} = \lambda_2 y \end{cases}$$

donde $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ son constante positivas.

[★] Sistema lineal.

[★] Solución explícita.

2. Mezclas de sal entre dos tanque

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -\frac{2}{25}x_1 + \frac{1}{50}x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = \frac{2}{25}x_1 - \frac{2}{25}x_2 \end{cases}$$

con $x_1(0) = 25$, $x_2(0) = 0$.

[★] Sistema lineal.

[★] Solución explícita.

Sistema de EDO no lineales

1. Modelo competencia de especies

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax + bxy \\ \frac{dy}{dt} = dy - cxy \end{cases}$$

con $x_1(0) = 25$, $x_2(0) = 2$, con constantes positivas.

[★] Sistema no lineal.

[★] Solución numérica.

2. Modelo competencia de especies

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_1x - b_1x^2 - c_1xy \\ \frac{dy}{dt} = a_2x - b_2x^2 - c_3xy \end{cases}$$

con $x_1(0) = 25$, $x_2(0) = 2$, con constantes positivas.

[★] Sistema no lineal.

[★] Solución numérica.

3. Modelo SIR (Susceptibles, Infectados, Recuperados)

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = -k_1si \\ \frac{di}{dt} = -k_2i + k_1si \\ \frac{dr}{dt} = k_2i \end{cases}$$

con $s(0) = s_0$, $i(0) = i_0$, $r(0) = r_0$ y k_1 , k_2 con constantes positivas.

[★] Sistema no lineal.

[★] Solución numérica.

4. Oscilador electrónico (Van Der Pol)

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 - x_1^3 - x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 \end{cases}$$

con $x_1(0) = a$, $x_2(0) = b$, con constantes positivas.

[★] Sistema no lineal.

[★] Solución numérica.

5. Modelo conflicto colombiano

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -axy + r_1x \left(1 - \frac{x + \beta z}{\alpha y}\right) \\ \frac{dy}{dt} = -bx - cz + r_2y \left(1 - \frac{y}{N}\right) \\ \frac{dz}{dt} = -ex - fy + r_3z \left(1 - \frac{z}{y}\right) \end{cases}$$

con $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$, $z(0) = z_0$ y a, b, c, r_1, r_2, r_3 constantes positivas.

[★] Sistema no lineal.

[★] Solución numérica.