# Física Computacional
# Exámen Final

**Prof. José Fiestas**
Universidad Nacional de Ingeniería

07/12/16

- El exámen se entregará a mas tardar el lunes 12/12/16 a las 18:00 horas (6 pm)
- Las soluciones escritas se redactarán en un documento (e.g. MSWord, Latex), con archivos adicionales para gráficos, a enviar al correo joseafiestasi@gmail.com
- para fuentes redactadas en inglés, el uso de un traductor online (e.g. Google Translator) fue probado como adecuado para el mejor entendimiento e interpretación

## 1 Método Runge-Kutta (5 puntos)

Utilice la sección del paper adjunto para responder las siguientes preguntas

- Describa el método Runge-Kutta de $2^o$ y $4^o$ orden. Cómo deriva este de la expansión de Taylor, y que ventajas tiene sobre Euler?
- Muestre 3 aplicaciones en la ciencia o ingenieria de utilicen las ventajas de este método (consulte fuentes externas)

## 2 Crecimiento exponencial (5 puntos)

El crecimiento exponencial de una población, como vimos en clase, es consecuencia de la ecuación diferencial

$$\dot{N}(t) = \gamma N(t) \tag{1}$$

con la solución exacta $N(t) = N(0)exp(\gamma t)$

- Utilice el código adjunto para integrar el problema con el método Runge-Kutta de orden 4. Obtenga y grafique la solución aproximada, asi como la solución exacta. Aplique 4 intervalos de integración $h$, variando NSTEP=10, 100, 500 , 1000

- Calcule y grafique en cada caso el error relativo $[N(t)-N(a)]/N(t)$, donde $N(t)$ es la solución exacta, y $N(a)$ es la aproximada. Cómo interpreta los resultados ?
- grafique el error como función de $h$ para $t = 1$ para los valores de NSTEP y analice los resultados

## 3 Problema de tres-cuerpos (10 puntos)

El código adjunto calcula el movimiento gravitatorio de un sistema de 3 cuerpos, resolviendo el sistema de ecuaciones. Los cuerpos tienen las masas m= 3,4,5, siendo la velocidad inicial cero, y la posición inicial tal, que las partículas se encuentran en los extremos de un triángulo rectángulo de lados $R_j = 3, 4, 5$, respectivamente. La constante de gravitación esta normalizada (G=1).

- Formule el problema analíticamente para $y' = f(y,t)$. Aqui $f(y,t)$ no depende explícitamente del tiempo $(t)$, $y$ e $y'$ son vectores de seis dimensiones, que contienen la velocidad y posiciones de los 3 cuerpos. Asuma el movimiento en un plano.
- Utilice el código para resolver el problema con el método RungeKutta 4 (este utiliza librerías de Numerical Recipes), para t=0 hasta que el sistema se separe (los sistemas de 3 cuerpos son inestables). Genere una salida cuando dos de los cuerpos estén a una distancia mínima. Utilice 3 distintos intervalos de integración $h = 0.1$, $h = 0.01$, y $h = 0.001$ y grafique las órbitas y las distancias mínimas (escala logarítmica) en función del tiempo (escala linear), asi como la energía total del sistema en función del tiempo. Comente la calidad de la solución obtenida.
- Considere el caso de que el cuerpo $m = 5$ tenga una velocidad inicial de $|v_3| = 0.1$, en dirección a la masa $m = 4$. Grafique las orbitas para $h = 0.01$ y $h = 0.001$