



Universidad Nacional de Ingeniería  
Facultad de Ciencias  
Escuela Profesional de Matemática

Ciclo 2015–II

## PRÁCTICA CALIFICADA Nro 2 DE ANÁLISIS NUMÉRICO II

---

**Problema 1** (5 puntos). Considere la fórmula de cuadratura de Gauss-Legendre de  $n$  puntos. ¿Cuál es su grado de precisión? Demostrar su afirmación.

**Problema 2** (5 puntos). Consideremos dos reglas del trapecio sobre el intervalo  $[x_0, x_3]$ : la primera  $T(f, 3h) = (3h/2)(f_0 + f_3)$  con incremento  $3h$  y, la segunda  $T(f, h) = (h/2)(f_0 + 2f_1 + 2f_2 + f_3)$  con incremento  $h$ . Pruebe que la combinación lineal  $(9T(f, h) - T(f, 3h))/8$  coincide con la regla 3/8 de Simpson.

**Problema 3** (5 puntos). Los polinomios ortogonales de Hermite son definidos por:

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x), \quad n \geq 1$$

donde  $H_0(x) = 1$ ,  $H_1(x) = 2x$ . Definimos la fórmula de Cuadratura de Gauss-Hermite de  $n + 1$  puntos del modo siguiente:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} f(x) dx = \sum_{i=0}^n w_i f(x_i),$$

donde los  $x_i$  son las raíces del polinomio de Hermite de grado  $n + 1$ .

- Calcule los pesos  $w_i$  para la cuadratura de Gauss-Hermite de 2 puntos.
- Con la fórmula obtenida en el inciso anterior, calcular la aproximación de la siguiente integral:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \frac{x^2}{2} dx.$$

**Problema 4** (5 puntos). Considere la integral  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ .

- Determine el valor aproximado considerando 4 subintervalos utilizando la regla trapezoidal compuesta y la regla de Simpson compuesta.
- Calcule una estimativa del número mínimo de subintervalos que se deberían considerar si se pretendiese calcular la integral anterior con un error inferior a  $10^{-4}$  utilizando la regla de Simpson.

La profesora.  
Lima, 18 de Setiembre del 2015.