<u>EXAMEN PARCIAL</u>

Curso: Analisis Numerico II

Profesor(a): Irla Mantilla

Alumno: Moreno Vera, Felipe Adrian

Codigo de Alumno: 20120354I

Codigo de curso: CM432

Ciclo: 2015-II

Problema 3:

Dado el problema de valor inicial, resuélvala numéricamente con el método de Runge-Kutta de orden 2 y con el método de Euler, luego compare los resultados obtenidos con su solución exacta.

Problema de valor inicial asociado a la EDO.

$\frac{dp}{dt}=\frac{(ap-bp^2)}{r}$ Donde $dp\ ver\ dt=\frac{(ap-bp^2)}{r}$

donde r>1.

Sol:

$$\frac{dp}{dt}=\frac{(3p-p^2)}{r}$$

Solución Numérica:

	r = 1.5				r = 2				r = 3			
valores t	Metodo Euler		Metodo RungeKutta		Metodo Euler		Metodo RungeKutta		Metodo Euler		Metodo RungeKutta	
0	1	1	k1	k2	1	1	k1	k2	1	1	k1	k2
1	2.3333	2.1852	1.33333	0.18701	2	2	1	1	1.6667	1.7037	0.66667	0.73617
2	3.3704	2.3603	0.18701	1.00657	3	2.5	1	0.625	2.4074	2.2996	0.73617	0.5369
3	2.5382	2.4518	1.00657	0.89599	3	2.7148	0.625	0.38708	2.8829	2.6453	0.5369	0.31274
4	3.3196	2.5117	0.89599	0.81768	3	2.8293	0.38708	0.24142	2.9954	2.8224	0.31274	0.16711
5	2.6123	2.555	0.81768	0.75798	3	2.8957	0.24142	0.15097	3	2.9112	0.16711	0.0862

Con el programa del metodo de euler con datos por parametro:

```
% ----------------------------------------------------------------
function [t,w] = eulerIVP(fx,a,b,y0,n)
  % w son las aproximaciones a y
  f=fx;
  h = (b-a)/n;
  t=a:h:b;
  w=zeros(1,n+1);
  t(1) = a;
  w(1) = y0;
  for i=1:n
    w(i+1) = w(i) + h*f(t(i),w(i));
    fprintf("El valor de y: %3.5f el valor de x: %3.5f\n",w(i+1),t(i));
  endfor
endfunction

% ----------------------------------------------------------------
```

fx es la funcion, a es el inicio, b es el final, y0, valor inicial , n el numero de pasos.

El programa de runge Kutta:

```
% ---------------------------------------------------------------
function [t,w] = heunIVP(fx,a,b,y0,n)
  % w son las aproximaciones a y
  f=fx;
  h = (b-a)/n;
  t=a:h:b;
  w=zeros(1,n+1);
  t(1) = a;
  w(1) = y0;
  for i=1:n
    w(i+1) = w(i) + h*f(t(i),w(i));
    w(i+1) = w(i) + h/2*( f(t(i),w(i)) + f(t(i+1),w(i+1)) );
    fprintf("El valor de k1: %3.5f el valor de k2: %3.5f\n",f(t(i),w(i)),f(t(i+1),w(i+1)));
  endfor
endfunction

%---------------------------------------------------------------
```

donde fx es la funcion, a es el inicio, b es el final, y0, valor inicial , n el numero de pasos.

Ejemplo de la funcion:

```
 f=@(t,y) (1/1.5)*(3*y-y^2);
```

Solución Analítica:

$\frac{dp}{dt}=\frac{(ap-bp^2)}{r}$, pasamos a resolver esta EDO por el método de variable separables:

$\frac{dp}{(ap-bp^2)}=\frac{dt}{r}$ se transforma en: $(ap-bp^2)=\frac{a^2}{4b}-\left(\sqrt{b}\,.\,p-\frac{a}{2\sqrt{b}}\right)^2$

ahora haciendo: $\left(\sqrt{b}\,.\,p-\frac{a}{2\sqrt{b}}\right)=w$, tenemos $\sqrt{b}\,dp=dw$, entonces tenemos la integral:

$\frac{dp}{\left(\frac{a^2}{4b}-\left(\sqrt{b}\,.\,p-\frac{a}{2\sqrt{b}}\right)^2\right)}=\frac{dt}{r}$ es igual $\frac{dw}{\sqrt{b}\left(\frac{a^2}{4b}-w^2\right)}=\frac{dt}{r}$, integramos:

$\int\frac{dw}{\sqrt{b}\left(\frac{a^2}{4b}-w^2\right)}=\int\frac{dt}{r}$ esto es igual a: $\frac{2\sqrt{b}\tanh^{-1}\left(\frac{2\sqrt{b}w}{a}\right)}{a}=\frac{t}{r}$

reemplazando w en la ecuación se obtiene:

$\frac{\log(p)-\log(a-bp)}{a}=\frac{t}{r}+M$, reemplazando a y b tenemos: $\frac{\log(p)-\log(3-p)}{a}=\frac{t}{r}+M$

$\log\left(\frac{p}{3-p}\right)=\frac{at}{r}+K$, usando euler: $\frac{p}{3-p}=e^{\frac{at}{r}+K}=e^{\frac{at}{r}}e^{K}$ tenemos:

$p=(3-p)e^{\frac{at}{r}}e^{K}$, $p=\left(3e^{\frac{at}{r}}e^{K}-pe^{\frac{at}{r}}e^{K}\right)$, $p+pe^{\frac{at}{r}}e^{K}=\left(3e^{\frac{at}{r}}e^{K}\right)$

$p\left(1+e^{\frac{at}{r}}e^{K}\right)=\left(3e^{\frac{at}{r}}e^{K}\right)$, por lo tanto tenemos que p es :

$p(t)=\frac{\left(3e^{\frac{at}{r}}e^{K}\right)}{\left(1+e^{\frac{at}{r}}e^{K}\right)}$, evaluando en p(0) = 1, con a = 3 y b = 1 con r arbitrario tenemos:

$p(0)=\frac{\left(3e^{K}\right)}{\left(1+e^{K}\right)}=1$ entonces tenemos que: $\left(3e^{K}\right)=\left(1+e^{K}\right)$ y finalmente: $K=\log\left(\frac{1}{2}\right)$,

por lo tanto la solución analítica es reemplazando a y b:

$p(t)=\frac{\left(3e^{3\frac{t}{r}}\right)}{\left(2+e^{3\frac{t}{r}}\right)}$, ahora evaluando p(t) para $0\le t\le 5\ y\ r=1.5,2,3$

	p(t)		
valores t	r=1.5	r=2	r=3
0	1	1	1
1	2.361	2.0743	1.7284
2	2.894	2.7283	2.361
3	2.9852	2.9348	2.7283
4	2.998	2.9852	2.894
5	2.9997	2.9967	2.9601

Analizando el error se tiene:

	r=1.5		r=2		r=3	
valores de t	error euler	error RK	error euler	error RK	error euler	error RK
0	0	0	0	0	0	0
1	0.0117323168	0.074459975	0.0358193125	0.035819313	0.0356977551	0.01429067
2	0.1646164478	0.184416033	0.0995858227	0.083678481	0.0196526895	0.02600593
3	0.149738711	0.178681495	0.0222161646	0.074962519	0.0566653227	0.03042187
4	0.1072715143	0.162208139	0.0049577918	0.052224307	0.0350380097	0.02474084
5	0.129146248	0.148248158	0.0011012113	0.033703741	0.0134792743	0.01651971

se observa que la aproximación con el método de euler con pasos de tamaño de 1 el error es menor que usando el método de Runge-Kutta de orden 2 (o también llamado Heun).