UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE CIENCIAS

Tema:
Ley de Control y condición de estabilidad

Apellidos: Moreno Vera
Nombres: Felipe Adrian
Código: 20120354I
Curso: Introducción a la Robótica
Codigo Curso: CC055

2016-II

1. Condición de K, para que lazo cerrado sea estable.

Condición K, para que lazo cerrado sea Estable — 09/14/2016

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad u = -KX$$

Se busca un sistema asintóticamente estable:

$$\dot{X} = (A - BK)X, \quad C = (A - BK)$$

$$\dot{X} = CX$$

Analizamos los autovalores de C

$$\det(C - \lambda I) = P_C(\lambda) = \lambda^2 - T\lambda + D$$

donde:

$$D = \det(C), \quad T = \text{traza}(C)$$

$$D = \lambda_1 \lambda_2, \quad T = \lambda_1 + \lambda_2, \quad \lambda_1, \lambda_2 : \text{autovalores}.$$

y además $\lambda_1 = \dfrac{T + \sqrt{T^2 - 4D}}{2}$ y $\lambda_2 = \dfrac{T - \sqrt{T^2 - 4D}}{2}$

1. Si $T^2 - 4D < 0$, entonces los autovalores λ_1, λ_2 son complejos conjugados. Además $\frac{T}{2}$ es la parte real.
   - Son imaginarios puros si y sólo si $T = 0$ (centro y estabilidad)
   - tienen parte real negativa cuando $T < 0$ (foco y estabilidad asintótica)
   - tienen parte real positiva cuando $T > 0$ (foco e inestable

En el plano TD, se asegura la parábola $T^2 - 4D = 0$

- En el eje OD se presenta centro y estabilidad
- A la izquierda del eje OD hay focos y estabilidad asintótica
- A la derecha del eje OD hay focos e inestabilidad

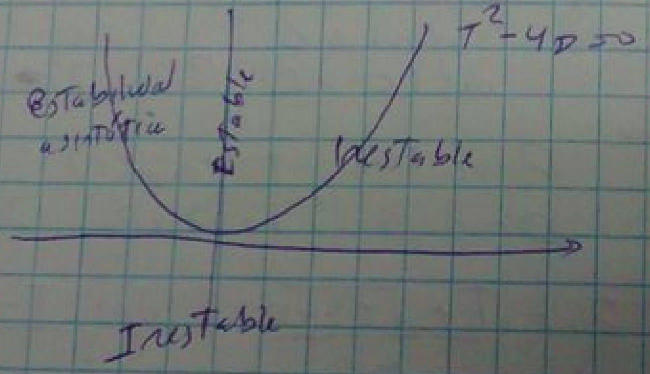
2. Si $D < 0$ entonces se tiene $T^2 - 4D > T^2$ los autovalores son reales y de signos opuestos. Se presenta puntos de silla e inestabilidad, por eso debajo de DT hay inestabilidad

3. Si $D > 0$, $T^2 - 4D \geq 0$, los autovalores son reales y tienen signos iguales que $T = \lambda_1 + \lambda_2$
   a) $T < 0$;
   - $T^2 - 4D = 0 \rightarrow \lambda_1 = \lambda_2$, $\lambda_1, \lambda_2 < 0$ (estabilidad asintótica)
   - $T^2 - 4D > 0 \rightarrow \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$, $\lambda_1 \neq \lambda_2$, $\lambda_1, \lambda_2 < 0$ (estabilidad asintótica)

b) Si $T>0$:

- $T^2-4D=0$, $\lambda_1=\lambda_2$, $\lambda_1,\lambda_2>0$ (inestable)
- $T^2-4D>0$, $\lambda_1,\lambda_2\in\mathbb{R}$, $\lambda_1,\lambda_2>0$, $\lambda_1\neq\lambda_2$ (inestable)

Entonces asegura que la estabilidad se centra a la parte izquierda de la parabola $T^2-4D=0$ tenemos estabilidad asintótica.



Por el Teorema de Liapunov y Poincaré

~~Liapunov~~: El sistema posee punto crítico en (x_1,x_2) si y solo si los autovalores de la matriz C poseen parte real negativa (asintóticamente estable)

Entonces para que el sistema lineal de grado 1 y orden 2

$$\dot{X} = CX, \quad \text{donde } C = A - BK$$

Sus autovalores deben ser negativos ($\mathbb{R}e(\lambda)<0$)