

Ejercicios de Álgebra

Hoja 4

Inversa de una matriz con matrices elementales

Ejercicio 1. Indica a qué tipo de matriz elemental corresponde cada una de las siguientes matrices y determina su inversa.

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 2. Explica si las siguientes matrices son elementales y, si es el caso, escribe su inversa:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} =$$

Ejercicio 3. Aplicando operaciones elementales por filas transformar la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso escribe las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales. Comprueba $\mathbf{A} \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 4. Consigue la factorización LU de las matrices A, B y la escribes como producto de matrices elementales. Comprueba $\mathbf{LU} = \mathbf{A}$.