Ejercicios de Álgebra

Hoja 3

Operaciones con matrices

Ejercicio 1. Una máquina expendedora proporciona tres productos A, B y C que se fabrican en dos empresas E1 y E2. El coste total de cada producto resulta del costo de elaboración y el de transporte que cobra cada empresa y que vienen expresados (en euros) en las siguientes matrices:

- ¿Cómo se calcularán los costos totales de elaboración y transporte de cada producto?

E1	Costes	
	Elaboración	Transporte
	10	5
	15	10
	23	20

E2	Costes	
	Elaboración	Transporte
	23	15
	34	20
	56	30

Ejercicio 2. : Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

Para sumar las matrices A y B es necesario que

- **a** Sean del mismo tamaño.
- **b** Sean cuadradas.
- **c** Sean ambas vectores fila o columna
- **d** No se puede sumar una matriz con su traspuesta.

La suma de una matriz con su opuesta es la matriz nula.

Dadas las matrices A (mxn), B (nxp), C (mxn), sólo se pueden sumar las matrices:

Ejercicio 3. Los precios de tres productos A, B y C, vienen dados en el vector **v = [15 23 5.5]**.
Una de las tiendas que los vende anuncia una **rebaja del 10%** en cada producto. Se debe determinar

a) el vector que proporcione el cambio en el precio de cada producto
b) el vector con los nuevos precios.

Ejercicio 4. Si A=(2 0 0) y B=(3 1), indica cuál es el resultado de 2A - 4B:

a) (-8 4) b) (5 0 1) c) (16 -4 0) d) Esta operación no se puede realizar

Ejercicio 5. comprueba que $A^T + B^T = (A + B)^T$

$$A_{(2x3)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad B_{(2x3)} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 6. Demuestra que si A es cuadrada entonces $A + A^T$ es simétrica

Ejercicio 7. Se debe modelar la manera en que se extiende una enfermedad contagiosa. Conocemos que sujetos del grupo 1 que han contraído una enfermedad contagiosa entran en contacto con 6 personas del grupo 2. Estos contactos directos se representan por la matriz A (4 x 6). $a_{ij} = 1$ significa que la i-ésima persona del grupo 1 entra en contacto con la j-ésima persona del grupo 2.
Un 3º grupo, grupo 3, de 5 personas tiene contactos directos con personas del grupo 2. Dicha información se representa por la matriz **B** (6 x 5). Por ejemplo $b_{64} = 0$: la 6ª persona del grupo 2 no tiene contacto con la 4ª persona del grupo 3.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

¿ Cómo se calcularían los contactos indirectos entre personas del grupo 1 y del grupo 3?
Indica las personas del grupo 3 que no tienen contactos indirectos con la enfermedad y por el contrario las que lo tienen

Ejercicio 8. Determinar, si es posible, el orden de la matriz C si

a) C = AB, A(mxn), B(nx1)
b) C = AB, A(1xm), B(mxn)
c) C = BA, B(mxn), A(1xn).
d) Probar si se cumple AB = O $\Rightarrow$ A = O o B = O donde $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 9. Escribe el producto Ac como combinación lineal de las columnas de A donde:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ -1 & 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -6 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 10. Se quiere determinar la calificación promedio que un estudiante tiene en un curso. Las ponderaciones de cada prueba son: actividades: 10%, control: 20%, examen: 35%, prácticas: 35%. Las notas son, respectivamente: 4, 5, 7, 3.