Do you remember?

RESULTADO "ESTRELLA" del Álgebra Lineal

Autovalores y autovectores asociados a una matriz

Solución de

$Av = \lambda v$

A cuadrada (nxn)

>> Actual/ una cuestión muy importante es averiguar si los vectores

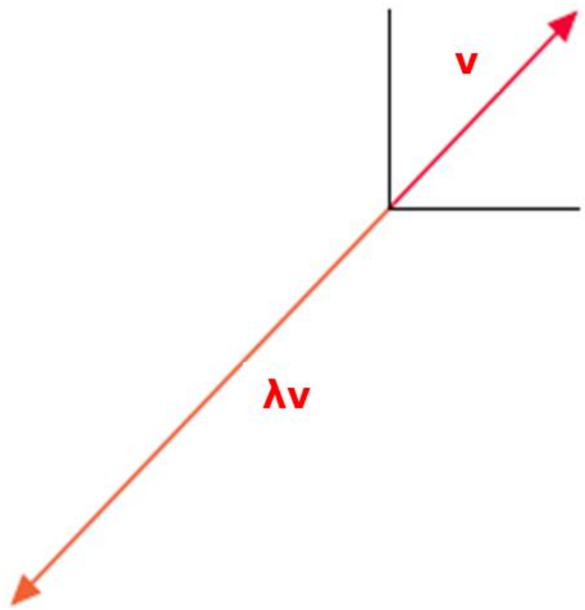
v y Av son paralelos

>> aerodinámica, física nuclear, mecánica, ingeniería….

u y **v** son vectores **paralelos** >> **u = λv, λ escalar único**

Ej: u = (3,-1), v=(-9,3) >> **u = λv >> λ** = -1/3

Ej: u = (3,-1), v=(2,4) >> **u = λv >>**
λ = 2/3, **λ** = -1/4 no son paralelos



Se trata de ver si

>> **u está en la misma recta que v**

Si es así, **u = λv**

$\boxed{Av = \lambda v}$

Google usa estos cálculos para **optimizar** la presentación de la páginas.

Teorema 4.1. *Si $\mathbf{M}_I$ es la matriz de incidencia del grafo de internet, y $\mathbf{x}=(x_1,\ldots,x_N)\in\mathbb{R}_{\geq 0}{}^n$ el vector de importancias, entonces se cumple*

$$\mathbf{M}_I^t\mathbf{x}^t=\lambda\cdot\mathbf{x}^t$$

donde $\lambda\in\mathbb{R}_{>0}$ es la constante de proporcionalidad

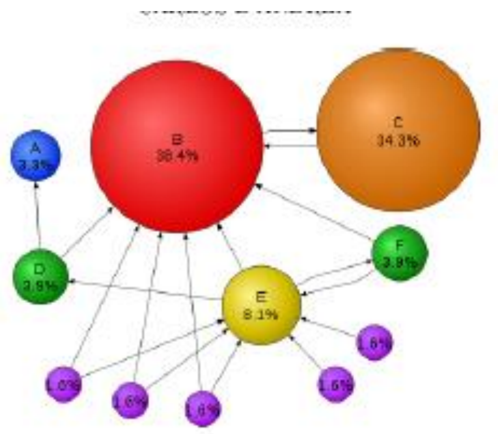


FIGURA 3. El grafo de "importancias"

Corolario 4.3. *El vector de importancias de las páginas web es un vector propio (positivo) de la matriz $\mathbf{M}_I^t$, y la constante de proporcionalidad λ es el valor propio asociado a este vector.*

Def- AUTOVALORES /AUTOVECTORES

A (nxn)

Si $Av = \lambda v$ (1)

v >> vector **no nulo** asociado a un escalar **λ**

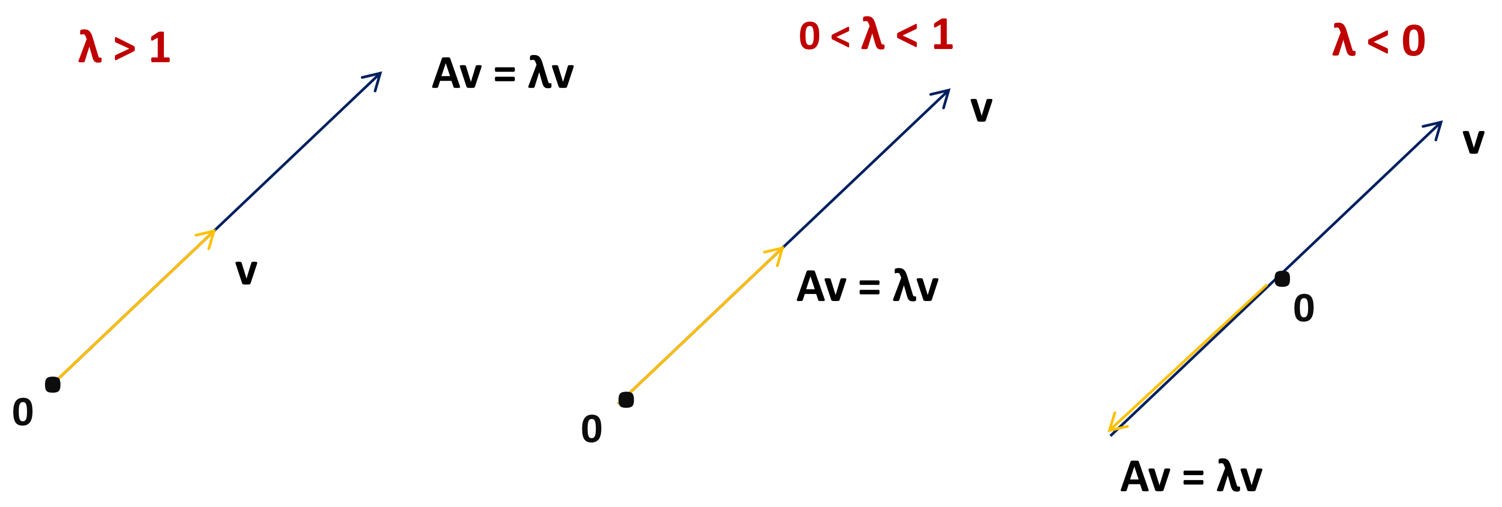
v >> autovector / vector propio /eigenvector

λ >> autovalor /valor propio /eigenvalores

λ >> existe **sii** el SL (1) es **SCI**

Geométricamente : **Av = λv**

Sea λ un valor propio de **A** y **v** un vector asociado a él.



Vectores no cambian su dirección

CÁLCULO de AUTOVALORES

Sea **A (nxn)**

>> para determinar los valores propios **λ** de A y sus correspondientes vectores propios **v** asociados, /

$$\mathbf{Av = \lambda v}$$

$$A\mathbf{v} - \lambda\mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{(A - \lambda I)v = 0} \qquad (2)$$

SH
SCD >> Sólo solución trivial
x = 0
Si $(A - \lambda I)$ invertible

SCI
Si $(A - \lambda I)$ **no** invertible

$$\mathbf{|A - \lambda I| = 0}$$

CÁLCULO de AUTOVALORES

Para calcular los valores propios se debe resolver la ecuación

$$q_A(\lambda) = |A - \lambda I| = 0 \qquad (3)$$

ecuación característica / polinomio característico de A

- Los autovalores λ de A son las raíces (reales, complejas) del polinomio c. de A

- **nº de autovalores** directamente relacionado con el **grado del polinomio caract.**
- Si $q_A(\lambda)$ es de **grado n** ➔ hay **n** autovalores λ_i (raíces de $q_A(\lambda)$)
- Cada λ_i tiene un "grado" ➔ **multiplicidad algebraica** $ma(\lambda_i)$

  Ej. Si $(\lambda - \lambda_i)^k$ ➔ $ma(\lambda_i) = k$

Ej-1
(H6)

CÁLCULO de AUTOVALORES y multiplicidad

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Ecuación característica

$$\mathbf{q_A(\lambda) = det(A - \lambda I) = 0}$$

$$\begin{vmatrix} 4-\lambda & 3 \\ 3 & -4-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\mathbf{q_A(\lambda)} = (4-\lambda)\,(-4-\lambda)-9 = 0$$

Autovalores

$\lambda_1 = -5$

$\lambda_2 = 5$

ma(-5) = 1

ma(5) = 1

ma(5) + ma(-5) = **2**

❖ Las suma de las multiplicidades coincide con el **grado del polinomio**

CÁLCULO de AUTOVALORES y multiplicidad

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación característica

$$q_B(\lambda) = \det(B - \lambda I) = 0$$

$$\det(B - \lambda I) = \begin{vmatrix} 3-\lambda & 1 & -1 \\ 1 & 1-\lambda & 1 \\ 4 & 2 & -\lambda \end{vmatrix}$$

$$q_B(\lambda) = -\lambda^3 + 4\lambda^2 - 4\lambda$$

Autovalores
$\lambda_1 = 0$
$\lambda_2 = 2$ (doble)

ma(0) = 1
ma(2) = 2

$ma(0) + ma(2) = 3$

❖ Las suma de las multiplicidades coincide con el grado del polinomio

Propiedades de los AUTOVALORES

1.- La suma de los **n** valores propios de la matriz A es igual a su **traza**:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots \lambda_n = \text{traza}(A)$$

2.- El producto de los **n** valores propios de A es igual a su **determinante**:

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \ldots \lambda_n = \det(A)$$

3.- Los valores propios de una **matriz triangular** (superior o inferior) son los **elementos de su diagonal**. Su multiplicidad es el nº de veces que aparecen en la diagonal.

Propiedades de los AUTOVALORES

Comprobamos propiedades 1) y 2) de los autovalores de A

1) $\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots \lambda_n = \text{traza}(A)$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$\lambda_1 = -5;\ \ ma(\lambda_1) = 1$

$\lambda_2 = \ 5;\ \ ma(\lambda_2) = 1$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -5 + 5 = 0$$

$$\text{traza}(A) = 4 - 4 = 0$$

2) $\lambda_1 \,.\, \lambda_2 \ldots. \lambda_n = \det(A)$

$$\lambda_1 \,.\lambda_2 = (-5).5 = -25$$

$$\det(A) = -25$$

Propiedades de los AUTOVALORES

Comprobamos propiedades 1) y 2) de los autovalores de B

1) $\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots \lambda_n = \text{traza}(B)$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$\lambda_1 + \lambda_2 = 0 + 2.2 = 4$

$\text{traza}(B) = 3 + \quad 1 = 4$

$\lambda_1 = 0;\ ma(\lambda_1) = 1$

$\lambda_2 = 2;\ ma(\lambda_2) = 2$

2) $\lambda_1 \,.\, \lambda_2 \ldots . \lambda_n = \det(A)$

$\lambda_1 \,.\lambda_2 = 0.2.2 = 0$

$\det(B) = 0 - 2 + 4 + 4 - 6 - 0 = 0$

Propiedades de los AUTOVALORES

Comprobamos propiedad 3) de los autovalores de C y D

3) Los valores propios de una ***matriz triangular*** *son los elementos de su* ***diagonal****. Su multiplicidad es el nº de veces que aparecen en la diagonal.*

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -8 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$\det(C - \lambda I) = (3 - \lambda)\,(- \lambda)\,(2 - \lambda) \rightarrow$
$\lambda 1=3;\ \lambda 2=0;\ \lambda 3=2;$

Diagonal de C : 3, 0, 2,
ma(3)=ma(0)=ma(2)=1

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$\det(D - \lambda I) = (4 - \lambda)^2(1 - \lambda) \rightarrow$
$\lambda 1=4;\ \lambda 2=1;$

Diagonal de D : 4, 1, 4;
ma(4)=2, ma(1)=1

Si en $q_A(\lambda)$ sustituimos λ por A tenemos

Teorema 8.2 (Cayley-Hamilton): Si A es una matriz cuadrada, entonces $q_(A) = O$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad q_A(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda - 3 \quad >> q_A(A) = A^2 - 2A - 3I =$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Este resultado se usa para **calcular la inversa:**

$A^2 - 2A - 3I = O \quad =>$

$A(A - 2I) = 3I \quad =>$

$A(1/3(A - 2I)) = I \quad =>$

$$\boxed{A^{-1} = \frac{1}{3}(A - 2I)).}$$

CÁLCULO de AUTOVECTORES

>> Un autovector está **asociado** a un **sólo** autovalor

- Cada λ_i se reemplaza en **$(A - \lambda_i I)\, x = 0$** (SCI)
- Las soluciones del SH son los **autovectores asociados** a un **mismo autovalor** λ

>> Un autovalor tiene asociados **infinitos** autovectores

SUBESPACIO PROPIO ASOCIADO A UN AUTOVALOR

Soluciones de **$(A-\lambda I)x = 0$**l

espacio nulo de la matriz **$(A-\lambda I)$**

SubEspacio propio de A asociado a λ

$$E_A(\lambda) = \mathrm{Nul}(A-\lambda I)$$

$E_A(\lambda)$ es subespacio de R^n

Dimensión (**$E_A(\lambda)$**) >> **multiplicidad geométrica** de **λ** **mg(λ)** .

$E_A(\lambda)$ contiene los **vectores cero** y los **vectores propios** asociados a **λ**

Ej-1 (cont) (H6)

CÁLCULO de AUTOVALORES /AUTOVECTORES

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Autovalores

$\boldsymbol{\lambda_1 = -5}$, $m_a(5) = 1$

$\boldsymbol{\lambda_2 = 5}$, $m_a(-5) = 1$

Autovectores

$\mathbf{(A - \lambda I)\, x = 0}$

$\lambda_1 = -5$ >> $\mathbf{(A - \lambda_1 I)\, x = 0}$ $\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ rref(A) =[1 -0,33; 0 0]

Solución del SH >> vectores $\mathbf{x} = (-1/3x_2, x_2)^T$.

Subespacio generado por vectores asociados a λ_1

$\mathbf{E_A(\lambda_1)} = \text{Env}\{ (-1/3x_2, x_2)^T, x_2 \in R\}$

Un autovector asociado a $\boldsymbol{\lambda_1 = -5}$ es, p. ej, $\mathbf{x_2 = 3}$, $\mathbf{x} = \mathbf{(-1, 3)^T}$

Multiplicidad geométrica del subespacio $\mathbf{E_A(\lambda_1)}$: $\mathbf{m_g(\lambda_1) = 1}$

Ej-4 (cont) (hoja 6)

CÁLCULO de AUTOVALORES /AUTOVECTORES

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Autovalores

$\lambda_1 = -5$, $m_a(5) = 1$

$\lambda_2 = 5$, $m_a(-5) = 1$

Autovectores

$(A - \lambda I)\, x = 0$

Para $\lambda_2 = 5$ >> $(A - \lambda_2 I)\, x = 0$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Solución del SH >> vectores $\mathbf{x} = (3x_2, x_2)^T$.

Subespacio generado por vectores asociados a λ_2

$E_A(\lambda_1) = \mathrm{Env}\{(3x_2, x_2)^T, x_1 \in R\}$

Un autovector asociado a $\lambda_2 = 5$ es, p. ej, $v_2 = (3, 1)^T$

Multiplicidad geométrica del subespacio $E_A(\lambda_2)$: $m_g(\lambda_2) = 1$

CÁLCULAR AUTOVALORES / AUTOVECTORES

1º.- Formar matriz **$(A - \lambda I)$**

2º.- **Resolver** la ecuación del polinomio característico: **$q_A(\lambda) = \det(A - \lambda) = 0$** para obtener los **valores de λ y su multiplicidad**.

3º.- **Resolver** el SL: **$Ax = \lambda x$** para cada autovalor λ obtenido en 2)

!CUIDADITO!: No calcular los autovalores de una matriz en su reducida ya que no siempre son iguales.

Ejemplo Los valores propios de A = [1,1; -2,4] son $\lambda_1=2$, $\lambda_2=3$

Los valores propios de rref(A) = [1,0; 0,1] son $\lambda_1=1$, $\lambda_2=1$

Ejercicio

Calcula los autovectores de la matriz C

$$C = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

1º.- Se calculan los valores propios.

$\boldsymbol{\lambda_1 = -1;}$ $m_a(\lambda_1) = 1$

$\boldsymbol{\lambda_2 = 2;}$ $m_a(\lambda_2) = 1$

2º.- Se calculan los autovectores para cada autovalor

λ_1 **= -1 >> Ax =** λ_1**x → (A -** $\lambda_1 I$**)x = 0**

$$(A - \lambda_1 I)x = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - (-1)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Solución del SH >> vectores **x = $(x_1, x_1)^T$ >> SCI**

Subespacio generado por vectores asociados a λ_1
$E_A(\lambda_1) = Env\{(x_1, x_1)^T, x_1 \in R\}$

Un autovector asociado a $\lambda_1 = -1$ es, p. ej, $v_2 = (1, 1)^T$

Multiplicidad geométrica del subespacio $E_A(\lambda_1)$: $m_g(\lambda_1) = 1$

2º.- Se calculan los autovectores para cada autovalor

$\lambda_2 = 2$ >> $Ax = \lambda_2 x \rightarrow (A - \lambda_2 I)x = 0$

$$(A - \lambda_2 I)x = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Solución del SH >> vectores $\mathbf{x = (x_1, 0, 4x_1)^T}$ **>> SCI**

Subespacio generado por vectores asociados a λ_2

$\mathbf{E_A(\lambda_2)} = Env\{(x_1, 0, 4x_1)^T, x_1 \in R\}$

Un autovector asociado a $\mathbf{\lambda_2 = 2}$ es, p. ej, $\mathbf{v_2} = \mathbf{(1, 0, 4)^T}$

Multiplicidad geométrica del subespacio $\mathbf{E_A(\lambda_2)}$: $\mathbf{m_g(\lambda_2) = 1}$

Ej-4 (H6)

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Calcula los autovalores de B (3x3) e indica su multiplicidad algebraica.

Para calcular los autovectores encuentra el subespacio propio generado por cada autovalor e indica su multiplicidad geométrica

Autovalores

$$\mathbf{q_B(\lambda) = det(B - \lambda I) = 0}$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \lambda_1 = \mathbf{0}, & m_a(0) = 1 \\ \lambda_2 = \mathbf{2} \text{ (doble)}, & m_a(2) = 2 \end{array}}$$

Ej-4
(cont)
(H6)

Subespacio propio para $\lambda_1 = 0$

$$(B - \lambda_1 I)x = 0$$

$$(B - \lambda_1 I) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{reff}(B - \lambda_1 I) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$x = (x_1, x_2, x_3)^T$ / $x_1 = \alpha \quad x_2 = -2\alpha; \quad x_3 = \alpha$

$x = \alpha\,(1, -2, 1)^T$

$\mathbf{E_B(\lambda_1)} = \text{Env}\{\alpha\,(1, -2, 1)^T\ \alpha \in R\ \}$

Multiplicidad geométrica: $\mathbf{mg(\lambda_1) = 1}$

Un autovector asociado a $\lambda_1 = 0$ es, por ej, $\mathbf{v_1 = (1, -2, 1)^T}$ $\quad \alpha = 1$

Ej-4
(cont)
(H6)

Subespacio propio para $\lambda_2 = 2$

$$(B - \lambda_2 I) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{rref}(B - \lambda_2 I) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$x = (x_1, x_2, x_3)^T \,/\; x_1 = \mathbf{0} \quad x_2 = \boldsymbol{\alpha}; \quad x_3 = \boldsymbol{\alpha}$

$x = \alpha\, (0, 1, 1)^T$

$\mathbf{E_B(\lambda_2)} = \mathrm{Env}\{\alpha\, (0, 1, 1)^T\ \alpha \in R\ \}$

Multiplicidad geométrica: **$mg(\lambda_2) = 1$**

Un autovector asociado a $\lambda_2 = 0$ es, por ej, $\mathbf{v_2} = (0, 2, 2)^T \qquad \alpha = 1$

Ej-4
(cont)
(H6)

CÁLCULO de AUTOVALORES /AUTOVECTORES

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Autovalores	Multiplicidad algebraica ma(λ)	Multiplicidad geométrica mg(λ)
0	1	1
2	2	1

CÁLCULO del SUBESPACIO PROPIO asociado a un AUTOVALOR

Ej-5
(H6)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

Los autovalores de A son: $\boldsymbol{\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = 3}$ encontrar el **subespacio** propio asociado a cada autovalor y un autovector para cada uno de ellos

Para $\lambda_1 = \mathbf{1}$

$$\mathbf{(A - \lambda_1 I)x = 0}$$

$$(A - \lambda_1 I) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathrm{rref}(A - \lambda_1 I) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & -1/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

SCI → $x = (x_1, x_2, x_3)^T \,/\, x_1 = -\alpha\mathbf{/2};\quad x_2 = \alpha\mathbf{/2};\quad x_3 = \alpha$

$$x = \alpha\,(-1/2,\ 1/2,\ 1)^T$$

$\mathbf{E_A(\lambda_1)} = \mathrm{Env}\{\alpha\,(-1/2,\ 1/2,\ 1)^T\ \alpha \in R\ \mathbf{\}}$

Multiplicidad geométrica: $\mathbf{mg(\lambda_1) = 1}$

Un autovector asociado a $\lambda_1 = 1$ es, por ej, $\mathbf{v_1} = (-1, 1, 2)^T$

CÁLCULO del SUBESPACIO PROPIO asociado a un AUTOVALOR

Ej-5 (cont) (H6)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{Para } \lambda_2 = \mathbf{2}}$ $\quad$ $\mathbf{(A - \lambda_2 I)x = 0}$

$$(A - \lambda_2 I) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 4 & -4 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{rref}(A - \lambda_2 I) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & -1/4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

SCI → $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ / $x_1 = \mathbf{-\alpha/2;}$ $\quad x_2 = \mathbf{\alpha/4;}$ $\quad x_3 = \alpha$

$$x = \alpha\,(-1/2, 1/4, 1)^T$$

$\mathbf{E_A(\lambda_2)} = \mathrm{Env}\{\alpha\,(-1/2, 1/4, 1)^T\ \alpha \in R\ \mathbf{\}}$

Multiplicidad geométrica: $\mathbf{mg(\lambda_2) = 1}$

Un autovector asociado a $\lambda_2 = 2$ es, por ej, $\mathbf{v_2} = (-2, 1, 4)^T$

CÁLCULO del SUBESPACIO PROPIO asociado a un AUTOVALOR

Ej-5 (cont) (H6)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

Para $\lambda_3 = 3$ $\quad$ $(\mathbf{A} - \lambda_3\mathbf{I})\mathbf{x} = \mathbf{0}$

$$(A - \lambda_3 I) = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 4 & -4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{rref}(A - \lambda_3 I) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1 & -1/4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

SCI → $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ / $x_1 = -\alpha/4$; $x_2 = \alpha/4$; $x_3 = \alpha$

$$x = \alpha\,(-1/4, 1/4, 1)^T$$

$\mathbf{E_A(\lambda_2)} = \text{Env}\{\alpha\,(-1/4, 1/4, 1)^T\ \alpha \in R\ \}$

Multiplicidad geométrica: $\mathbf{mg(\lambda_3) = 1}$

Un autovector asociado a $\lambda_3 = 3$ es, por ej, $\mathbf{v_3} = (-1, 1, 4)^T$

LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS-1 OS DESEAMOS

FELIZ NAVIDAD

Y un Año 2018 lleno de ...

APROBADOS

Ej-1
(H6)

CÁLCULO de AUTOVALORES

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$$

Ecuación característica

$$q_A(\lambda) = \det(A - \lambda I) = (2 - \lambda)(-6 - \lambda) - 6 = \lambda^2 + 4\lambda - 6 = 0$$

>> Autovalores

$\lambda_1 = -7$

$\lambda_2 = 3$

Ej-1 (cont)
(H6)

CÁLCULO de AUTOVALORES

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$$

>> Autovalores

$\lambda_1 = -7$

$\lambda_2 = 3$

Autovectores
$(A - \lambda_1 I)\, x = 0$

Para λ_1**=-7**

$$\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

La solución del SH está dada por vectores de la forma **$x = (x_1, -3x_1)^T$.**

$$\mathbf{E_A(\lambda_1)} = \mathrm{Env}\{(x_1, -3x_1)^T,\ x_1 \in R\}$$

Un autovector asociado a **$\lambda_1 = -5$** es, por ej, **$v_1 = (1, -3)^T$**

Multiplicidad geométrica: **$mg(\lambda_1) = 1$**