

## SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DEL CONTROL DEL TEMA 4

**Ejercicio.** Un jugador lanza dos monedas. Gana 1€ ó 2 € si aparecen una o dos caras. Por otra parte pierde 5€ si no aparece cara. Determinar la ganancia esperada del juego.

### Solución:

$G = \{\text{GANANCIA DEL JUEGO}\} \Rightarrow$  Se pide  $E(G)$

$\Omega = \{(C,C);(C,X);(X,C);(X,X)\} \Rightarrow CP = VR_{2,2}=2^2=4$

Función de probabilidad de G:

- Para:
  - $G=+1 \Rightarrow \text{UNA CARA} \Rightarrow \{(C,X),(X,C)\} \Rightarrow CF=2$
  - $G=+2 \Rightarrow \text{DOS CARAS} \Rightarrow \{(C,C)\} \Rightarrow CF=1$
  - $G=-5 \Rightarrow \text{NINGUNA CARA} \Rightarrow \{(X,X)\} \Rightarrow CF=1$

G	+1	+2	-5
f(G)=CF/CP	2/4	1/4	1/4

$$E(G) = \sum_i g_i \cdot f(g_i) = 1 \cdot \frac{2}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} + (-5) \cdot \frac{1}{4} = 1 - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$$

**Ejercicio.** Se dispone de 7 huchas, cada una con 10 billetes de 10 euros, 6 billetes de 20 euros, 4 billetes de 50 euros y 1 billete de 100 euros. Nos dan 7 billetes, extraídos aleatoriamente uno de cada hucha. Hallad el valor medio de la cantidad de euros que recibimos.

### Solución:

Llamando X a la cantidad total recibida y, llamando  $X_i$  a la cantidad recibida de la hucha i para  $i = 1, 2, \dots, 7$  se tiene que

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7$$

La media de X es la suma de las medias de cada  $X_i$  que son iguales. Por tanto se halla una de ellas y se multiplica por 7.

De cada hucha se recibe un billete de 10, 20, 50 o 100 euros, de un total de 21 billetes. La función de probabilidad es

$X_i$	10	20	50	100
$f_i$	10/21	6/21	4/21	1/21

$$E(X_i) = 520/21$$

$$E(X) = E(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7) = 520/3$$

**Ejercicio.** Se elige al azar un comité de 2 alumnos de entre 3 delegados de 3º, 2 de 2º y 1 de 1º. Sean  $X = \{\text{número de alumnos de 2º en el comité}\}$  e  $Y = \{\text{número de alumnos de 1º en el comité}\}$ . Hallar la  $\text{Cov}(X, Y)$ .

**Solución:** La función de cuantía conjunta viene dada por la tabla

Y	1	0
X	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$
$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$
0	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$
	0	1
	2	X

y las marginales

X	0	1	2
$f_1$	$\frac{6}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$

Y	0	1
$f_2$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

De las tablas se obtiene

$$E(XY) = \frac{2}{15}, \quad E(X) = \frac{2}{3}, \quad E(Y) = \frac{1}{3}.$$

Por tanto

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = -\frac{4}{45}.$$

**Ejercicio.** La publicidad de ciertos fondos de inversión de alto riesgo afirma que el 40% de los clientes doblan la cantidad invertida; el 10% la triplican, el 35% pierden la mitad y el 15% de los clientes pierden todo lo invertido ¿Cuál es la ganancia esperada si decido invertir 6000 euros?

**Solución:**

Llamando  $G = \text{ganancia}$

se tiene que  $G = 6000$  si se dobla,  $G = 12000$  si se triplica,  $G = -3000$  si se pierde la mitad, y  $G = -6000$  si se pierde todo.

La función de probabilidad es

G	-6000	-3000	6000	12000
f	0'15	0'35	0'4	0'1

La ganancia esperada es

$$E(G) = -6000 \times 0.15 - 3000 \times 0.35 + 6000 \times 0.4 + 12000 \times 0.1 = 1650 \text{ euros.}$$