

تم عرض هذه المادة من قناة

أول ثانوي

اضغط للانضمام

رياضيات 1



ماهو التبرير؟

هو فرض أمثلة محددة للوصول الى نتيجة ما .

التبرير الاستقرائي والتخمين

عندما يتم استمرار الأمثلة على نفس النمط
فإن هذه العملية تسمى **تبرير استقرائي**

مثال :

0 , 2 , 4 , 6 , 8 ,
نتيجة التخمين : 10

التخمين : كل حد يزيد بمقدار +2 عن الحد الذي يسبقه

المثال المضاد :

يستخدم لاثبات عدم صحة التخمين التي تم
التوصل اليه بفرض مثال معاكس لذلك
التخمين .

مثال :

اذا كانت مساحة مستطيل تساوي 20 m^2 فإن

طوله 10 m وعرضه 2m ؟

الحل :

تخمين خاطئ يمكن ان يكون الطول 5m و العرض 4m .

العبرة النهائية التي يتم التوصل اليها
باستعمال التبرير تسمى **تخمينا** .

المنطق

عند الاجابة على اسئلة من نوع صح أو خطأ فإنك تستعمل مبدأ أساسي في المنطق

العبارة :

هي جملة خبرية لها حالتان فقط اما تكون صائبة أو خاطئة . ويرمز للعبارة رياضيا بـ P أو q

نفي العبارة

ويفيد معنى مضاد لمعنى العبارة ، وهو عكس قيمة الصواب للعبارة .

مثال:

نفي العبارة p هو $\sim p$ أو " ليس p "

نفي العبارة	
p	$\sim p$
T	F
F	T

العبارة المركبة

عبارة الفصل :

وهي عبارة يتم فيها ربط عبارتين أو أكثر باستعمال اداة الربط (أو) ويرمز لها رياضيا بالرمز \vee وتكتب عبارة الفصل $p \vee q$

قيمة الصواب لعبارة الفصل :

تكون عبارة الفصل صائبة عندما تكون احدى العبارات المكونة لها صائبة . وتكون خاطئة اذا كانت العبارات المكونة لها خاطئة

عبارة الفصل		
p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

عبارة الوصل :

وهي عبارة يتم فيها ربط عبارتين أو أكثر باستعمال اداة الربط (و) ويرمز لها رياضيا بالرمز \wedge وتكتب عبارة الوصل $p \wedge q$

قيمة الصواب لعبارة الوصل :

تكون عبارة الوصل صائبة عندما تكون العبارتين المكونه لها صائبة

عبارة الوصل		
p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

قيمة الصواب للعبارة

خاطئة
False (F)

صائبة
True (T)

العبارات الشرطية

العبارات الشرطية المرتبطة

المعكوس الإيجابي

وهو نفي وتبديل كل من الفرض و النتيجة في العبارة الشرطية .

المعكوس

وهو نفي كل من الفرض و النتيجة في العبارة الشرطية .

العكس

و هو تبديل الفرض مع النتيجة في العبارة الشرطية .

قيمة الصواب في العبارة الشرطية

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

ماهي العبارة الشرطية ؟

هي عبارة يمكن كتابتها على صورة
إذا ... فإن
ويرمز لها رياضيا $p \Rightarrow q$
وتقرأ إذا كان p فإن q

العبارة التي
تكتب بعد كلمة
فإن تسمى
النتيجة

العبارة التي
تكتب بعد كلمة
إذا تسمى
الفرض

تطوير - إنتاج - توليف

التبرير الاستنتاجي

قانون القياس المنطقي

إذا كانت العبارتان الشرطيتان $p \rightarrow q$ ، $q \rightarrow r$ صائبتين
فإن العبارة الشرطية $p \rightarrow r$ صائبة أيضاً .
و ذلك عندما يكون نتيجة العبارة الشرطية الأولى هي
فرض العبارة الشرطية الثانية .

مقارنة بين التبرير الإستنتاجي و التبرير الإستقرائي

التبرير الإستقرائي	التبرير الإستنتاجي
يستعمل أنماط من الأمثلة أو المشاهدات لعمل تخمين .	يستعمل حقائق و قواعد و تعريفات و خصائص من أجل الوصول الى نتيجة منطقية

قوانين التبرير الإستنتاجي

قانون الفصل المنطقي

يتم استعماله لإثبات صحة التخمين .
فإذا كانت $p \rightarrow q$ صائبة و الفرض p صائباً فإن
النتيجة q صائبة أيضاً .
فإنه :
عندما تكون المعطيات صائبة فإن النتائج التي تتوصل إليها
بتطبيق التبرير الإستنتاجي ستكون صائبة .

المسلّمات والبراهين الحرة

نظرية 1.1 نقطة المنتصف

إذا كانت M نقطة منتصف AB ، فإن $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.

أخف إلى طويك

كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.

أي ثلاث نقاط لاتقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

تعريف: هو أحد أنواع البراهين ويتم فيه تفسير اسباب صحة التخمين في موقف معطى

البرهان الحر

المسلّمة:
هي عبارة تقبل على انها صحيحة دون برهان

كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامه واحده

إذا وقعت نقطتين في مستوى فإن المستقيم المار بهما يقع كلياً في هذا المستوى

يتقاطع مستقيمان في نقطة واحدة فقط

يتقاطع مستويان في مستقيم واحد

مفهوم أساسي خطوات كتابة البرهان

الخطوة 1: اكتب المعطيات، وارسم شكلاً يوضحها إن أمكن.

الخطوة 2: اكتب العبارة أو التخمين المطلوب إثباته.

الخطوة 3: استعمل التبرير الاستنتاجي لتكوين سلسلة منطقية من العبارات التي تربط المعطيات بالمطلوب.

الخطوة 4: برّر كل عبارة مستعملًا تعريفات أو خصائص جبرية أو مسلّمات أو نظريات.

الخطوة 5: اكتب العبارة أو التخمين الذي قمت بإثباته.

أخف إلى طويك

المعطيات (الفرض)

العبارة والمبررات

المطلوب (النتيجة)

البرهان

البرهان الهندسي

يستعمل البرهان الهندسي خصائص الاعداد الحقيقية و أيضا

الزاوية	القطع المستقيمة	الخاصية
$m\angle 1 = m\angle 1$	$AB = AB$	الانعكاس
إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فإن $m\angle 2 = m\angle 1$	إذا كان $AB = CD$ ، فإن $CD = AB$	التماثل
إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فإن $m\angle 2 = m\angle 3$ ، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$	إذا كانت $AB = CD$ ، فإن $AB = EF$ ، $CD = EF$	التعدي

البرهان ذو عمودين

هو برهان يكتب على صورة جدول بحيث تكتب العبارات في عمود و المبررات في عمود موازي له

المبررات	العبارات
(1) معطيات	$-4(x-3) + 5x = 24$ (1)
(2) خاصية التوزيع	$-4x + 12 + 5x = 24$ (2)
(3) بالتبسيط	$x + 12 = 24$ (3)
(4) خاصية الطرح للمساواة	$x = 12$ (4)

البرهان الجبري

خصائص الاعداد الحقيقية في كتابة البرهان الجبري
الخصائص التالية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a, b, c

خاصية الجمع للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإن $a + c = b + c$
خاصية الطرح للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإن $a - c = b - c$
خاصية الضرب للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإن $a \cdot c = b \cdot c$
خاصية القسمة للمساواة	إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$ ، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$
خاصية الانعكاس للمساواة	$a = a$
خاصية التماثل للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإن $b = a$
خاصية التعدي للمساواة	إذا كان $a = b$ و $b = c$ ، فإن $a = c$
خاصية التعويض للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإنه يمكننا أن نضع b مكان a في أي معادلة أو عبارة جبرية تحتوي على a
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$

تطوير - إنتاج - توليف

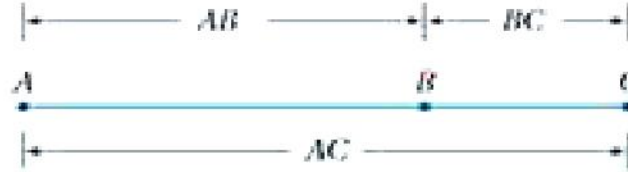
اثبات علاقات بين القطع المستقيمة

تطابق القطع المستقيمة

نظرية 1.2	خصائص تطابق القطع المستقيمة
خاصية الانعكاس للتطابق	$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

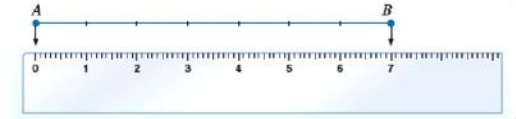
مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة

إذا كانت النقاط A, B, C تقع على استقامة واحدة و كانت النقطة B تقع بين A و C
فإن $AB + BC = AC$

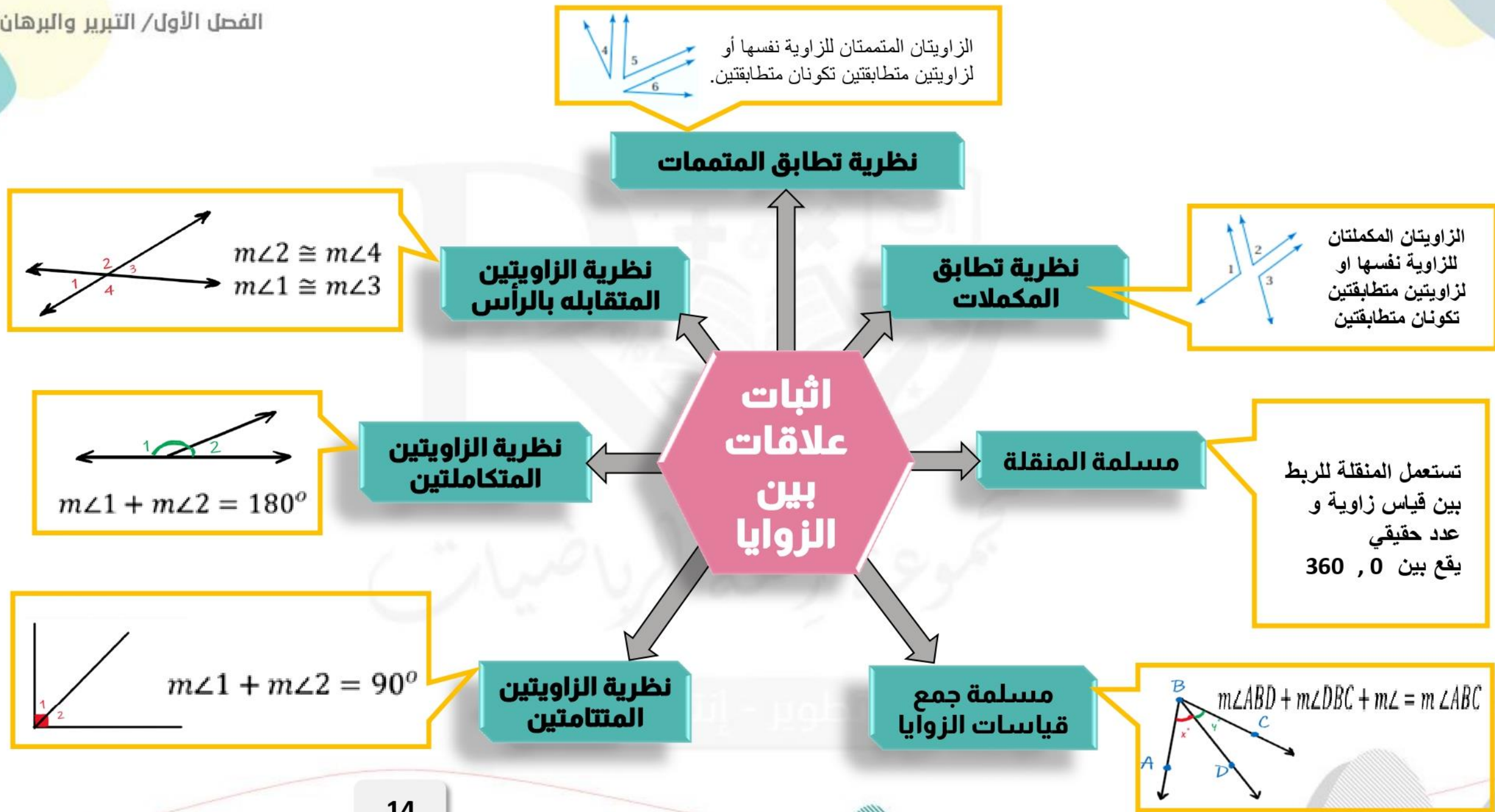


مسلمة أطوال القطع المستقيمة (مسلمة المسطرة)

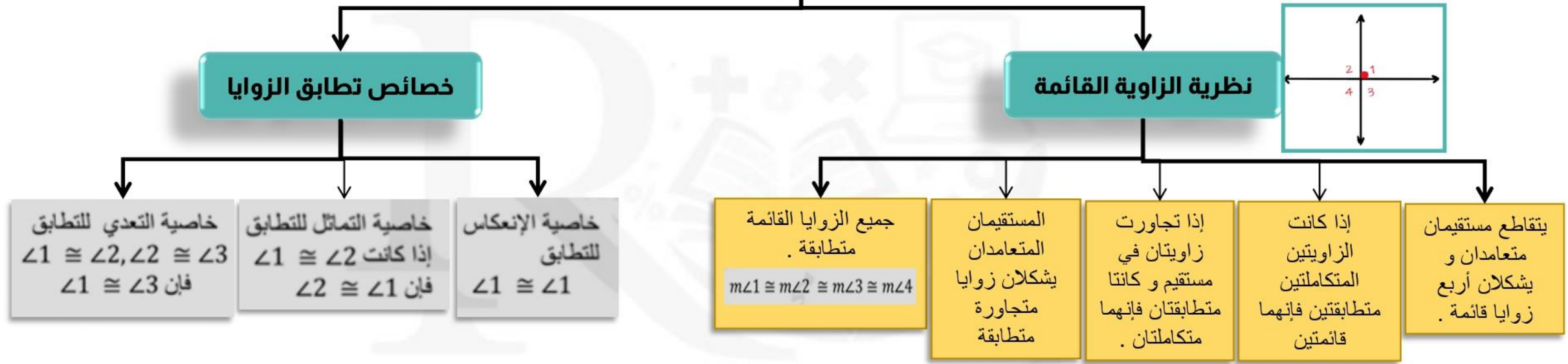
النقاط التي تقع على مستقيم أو قطعة مستقيمة يمكن ربطها بأعداد حقيقية .



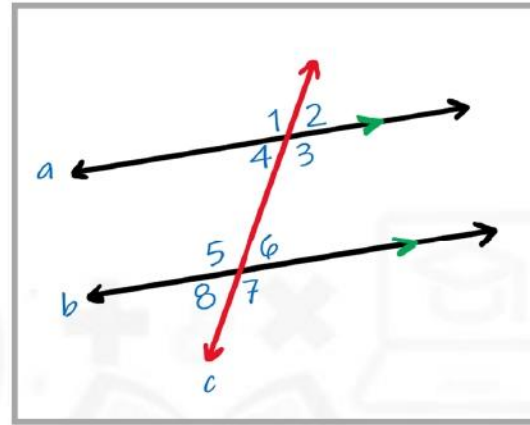
تطوير - إنتاج - توليف



اثبات علاقات بين الزوايا



تطوير - إنتاج - توليف



زوايا متبادله خارجياً

هي زوايا خارجيه تكون في جهتين مختلفه من القاطع
 $\angle 1$ و $\angle 7$
 $\angle 2$ و $\angle 8$

زوايا متبادله داخلياً

هي زوايا داخليه تكون في جهتين مختلفه من القاطع
 $\angle 3$ و $\angle 5$
 $\angle 4$ و $\angle 6$

زوايا متناظره

هي زوايا تكون في جهه واحده من القاطع واحده داخليه و الأخرى خارجيه
 $\angle 3$ و $\angle 7$ ، $\angle 4$ و $\angle 8$ ، $\angle 1$ و $\angle 5$ ، $\angle 2$ و $\angle 6$ ، $\angle 4$

العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمان متوازيان وقاطع

زوايا داخليه هي زوايا تكون في المنطقه داخل المستقيمين المتوازيين
 $\angle 3$ و $\angle 4$ و $\angle 5$ و $\angle 6$

زوايا خارجيه

هي زوايا تكون في منطقتين خارج المستقيمين المتوازيين
 $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 7$ و $\angle 8$

زوايا المتخالفه هي زوايا داخليه تكون في جهه واحده من القاطع
 $\angle 4$ و $\angle 5$
 $\angle 3$ و $\angle 6$

المستقيمان والقاطع

المستقيمان المتوازيان

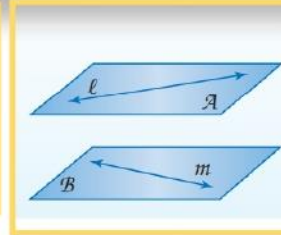
هما مستقيمان لا يتقاطعان و يقعان في المستوى نفسه



العلاقة بين المستقيمتين والمستويات

المستويان المتوازيان

هما مستويان غير متقاطعين

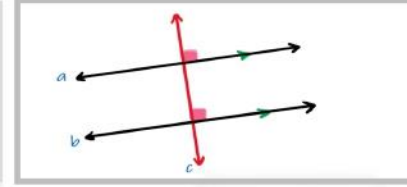


المستقيمان المتخالفان

هما مستقيمان لا يتقاطعان و لا يقعان في المستوى نفسه

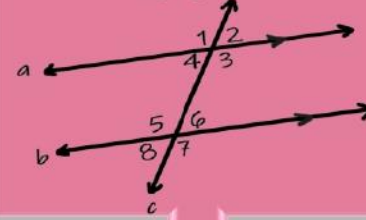
تطوير - إنتاج - توليف

نظرية القاطع العمودي
إذا كان $a \parallel b$ و $c \perp a$
فإن $c \perp b$



نظرية الزاويتين المتحالفتين
إذا كان $a \parallel b$ فإن
 $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$
 $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$
متكاملتين

الزوايا والمستقيمات المتوازية

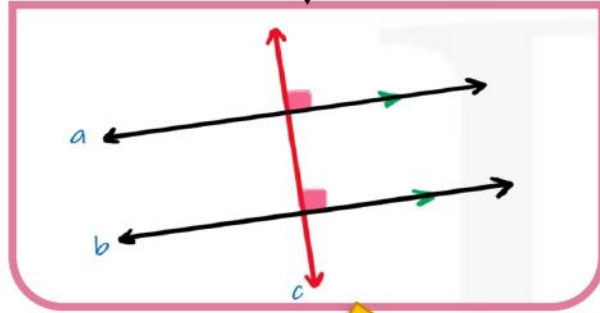


نظرية الزاويتين المتبادلة داخلياً
إذا كان $a \parallel b$ فإن $\angle 3 \cong \angle 5$ ، $\angle 4 \cong \angle 6$

نظرية الزاويتين المتبادلة خارجياً
إذا كان $a \parallel b$ فإن
 $\angle 1 \cong \angle 7$ ، $\angle 2 \cong \angle 8$

مسلمة الزاويتين المتناظرتين
إذا كان $a \parallel b$ فإن.
 $\angle 1 \cong \angle 5$ ، $\angle 2$
 $\cong \angle 6$ ، $\angle 4 \cong \angle 8$ ، $\angle 3$
 $\cong \angle 7$

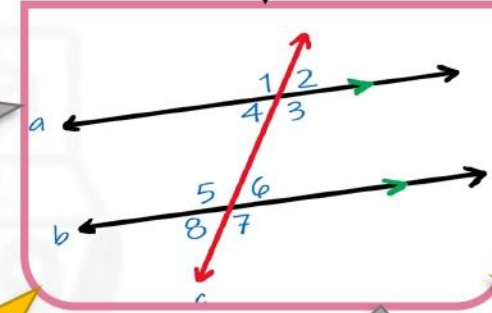
اثبات توازي مستقيمين



**عكس نظرية القاطع
العامودي**

إذا كان $c \perp a, c \perp b$
فإن $a \parallel b$

عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً
إذا كان
 $\angle 2 \cong \angle 8, \angle 1 \cong \angle 7$
فإن $a \parallel b$



**عكس نظرية الزاويتين
المتحالفتين**
إذا كان

$\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$
 $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$
فإن $a \parallel b$

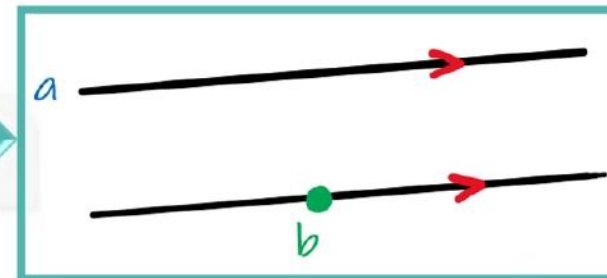
**عكس مسلمة الزاويتين
المتناظرتين**
إذا كان

$\angle 1 \cong \angle 5, \angle 2 \cong \angle 6, \angle 4 \cong \angle 8, \angle 3 \cong \angle 7$
فإن $a \parallel b$

عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً
إذا كان
 $\angle 4 \cong \angle 6, \angle 3 \cong \angle 5$
فإن $a \parallel b$

مسلمة التوازي

إذا علم مستقيم و نقطه لاتقع عليه فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر
بتلك النقطه و يوازي المستقيم المعلوم .



ميل المستقيم

تحديد المستقيمات المتوازية
و المتعامده من خلال الميل :

المستقيمين المتوازيين
غير الرأسيين :
يكون لهما الميل نفسه .

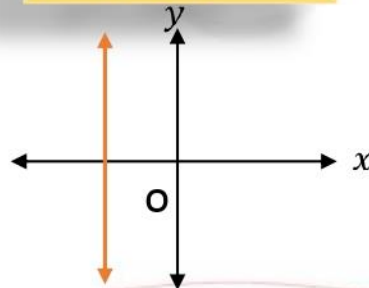
المستقيمين المتعامدين
غير الرأسيين :
إذا كان حاصل ضرب
ميليها يساوي - ١ .

حالات الميل

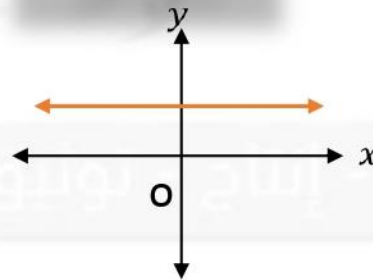
قانون ايجاد الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, x_1 \neq x_2$$

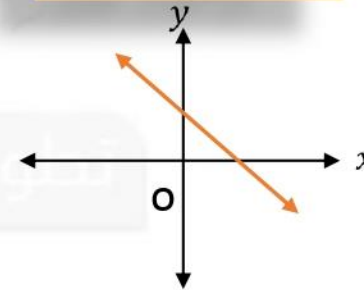
الميل غير معرف
مستقيم رأسي



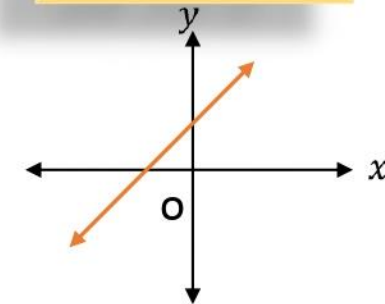
الميل = صفر
مستقيم أفقي



الميل السالب
إتجاه المستقيم لأسفل
من اليسار لليمين



الميل الموجب
إتجاه المستقيم لأعلى
من اليسار لليمين



صيغ معادلة المستقيم

معادلات المستقيمين الرأسيين و الأفقيين

معادلة المستقيم الأفقي

$$X = a$$

حيث a مقطع المحور x

معادلة المستقيم الرأسي

$$y = b$$

حيث b مقطع المحور y

معادلات المستقيمين غير الرأسيين

صيغة الميل و نقطة

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

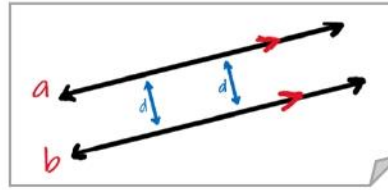
حيث (x_1, y_1) أي نقطه على المستقيم

صيغة الميل و المقطع

$$y = m x + b$$

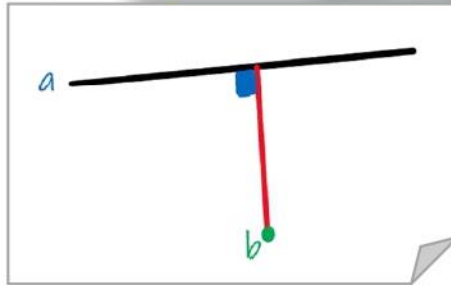
حيث b مقطع المحور y

تطوير - إنتاج - توليف



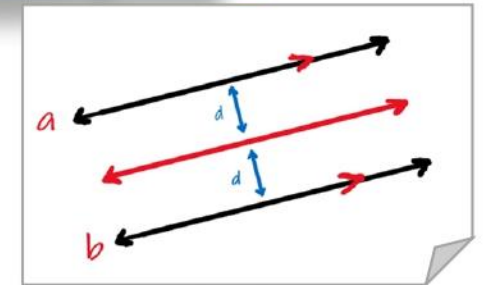
البعد بين مستقيمين متوازيين
 البعد بين مستقيمين متوازيين هو المسافة
 العمودية بين احد المستقيمين و أي نقطة على
 المستقيم الآخر .

البعد بين نقطة و مستقيم
 يكون البعد هو المسافة العمودية التي تصل
 بين نقطة و مستقيم

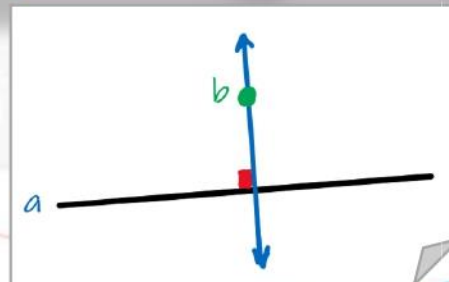


**الاعمدة
والمسافة**

المستقيما المتساويا البعد عن مستقيم ثالث
 إذا كان المستقيمان في المستوى متساويي البعد
 عن مستقيم ثالث فإنهما متوازيان.



مسلمة التعامد
 لأي مستقيم ونقطة لاتقع عليه مستقيم
 واحد فقط يمر في النقطة و يكون عمودياً
 عليه .



من حيث الاضلاع

تصنيف الزوايا

من حيث الزوايا

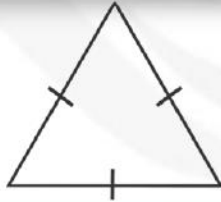
مثلث مختلف الأضلاع
جميع قياسات أضلاعه مختلفه



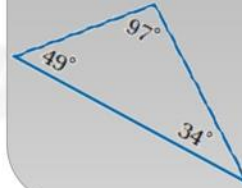
مثلث متطابق الضلعين
فيه ضلعين فقط متطابقين



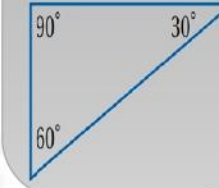
مثلث متطابق الأضلاع
جميع قياسات أضلاعه متطابقه



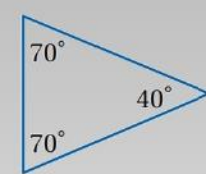
مثلث منفرج الزاوية
قياس إحدى زواياه أكبر 90°



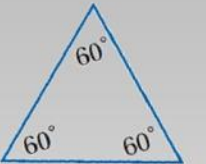
مثلث قائم الزاوية
قياس إحدى زواياه يساوي 90°



مثلث حاد الزوايا
جميع زواياه أقل من 90°



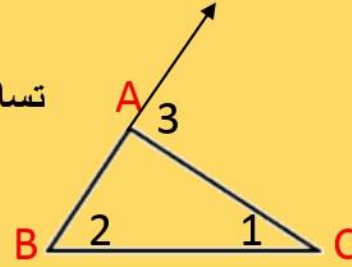
مثلث متطابق
الزوايا: هو مثلث حاد
قياس جميع زواياه يساوي 60°



تطوير - إنتاج - توليف

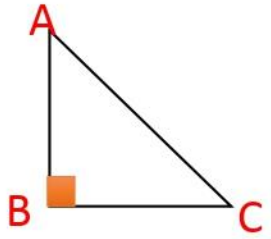
الزاوية الخارجية في المثلث
تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعديتين
عنها

$$m\angle 3 = m\angle 1 + m\angle 2$$



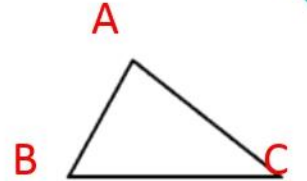
الزاويتان الحادتان في
أي مثلث قائم الزاوية
متتامتان. (أي
مجموعهم 90°)

$$m\angle A + m\angle C = 90^\circ$$



مجموع زوايا المثلث
مجموع زوايا المثلث
 $180^\circ =$

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$



زوايا المثلثات

توجد زاوية قائمة واحدة أو
زاوية منفرجة على الأكثر في أي
مثلث

المثلثات المتطابقة

خصائص تطابق المثلثات

خاصية التعدي
للتطابق

إذا كان $\triangle EFG \cong \triangle JKL$
 $\triangle ABC \cong \triangle EFG$
فإن $\triangle ABC \cong \triangle JKL$

خاصية الإنعكاس
للتطابق

$\triangle ABC \cong \triangle ABC$

خاصية التماثل
للتطابق

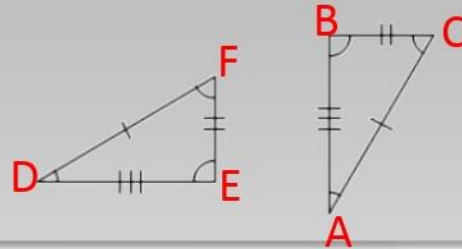
إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG$
فإن $\triangle EFG \cong \triangle ABC$

نظرية الزاوية الثالثة

إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في
مثلث آخر فإن الزاوية الثالثة في المثلث الأول
تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني .

إذا كانت الزاويتان

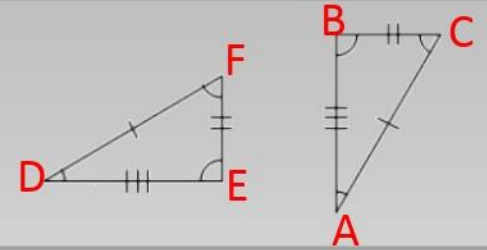
$\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$,
فإن $\angle C \cong \angle F$



تطابق المضلعات

تكون المضلعات بشكل عام متطابقة
إذا وفقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة .

$\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$, $\angle C \cong \angle F$
 $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\overline{CA} \cong \overline{FD}$

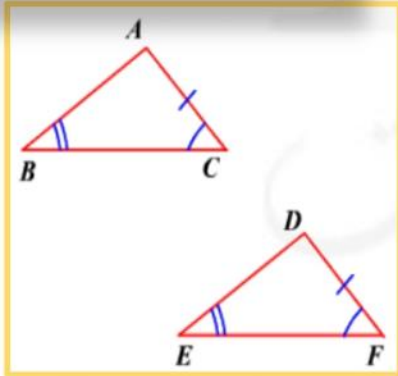


تطوير - إنتاج - توليف

حالات تطابق المثلثات

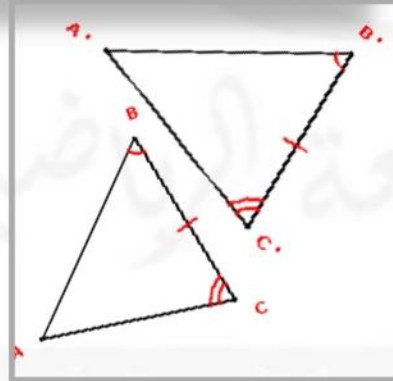
AAS

إذا تطابقت زاويتان و ضلع غير محصور بينهما في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



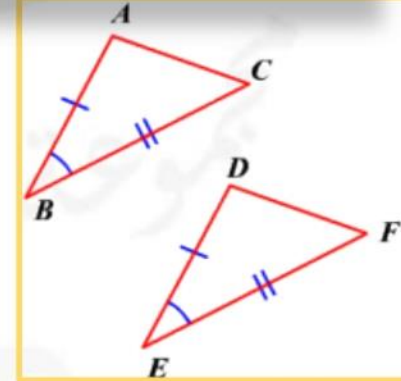
ASA

إذا تطابقت زاويتان و ضلع محصور بينهما في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين .



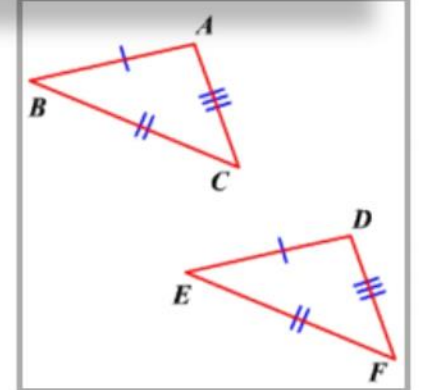
SAS

إذا تطابق ضلعان و زاوية محصورة بينهما في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



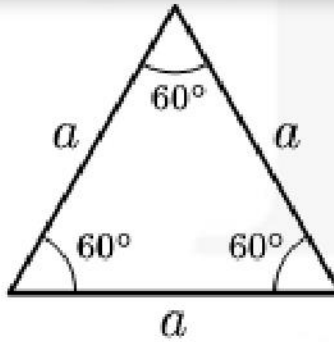
SSS

إذا تطابقت ثلثه أضلاع في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

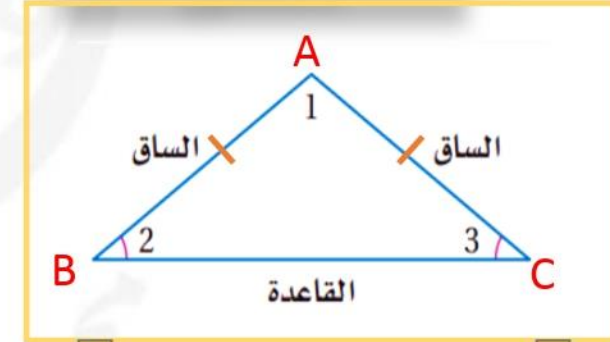
المثلث المتطابق الأضلاع



قياس كل زاوية في
المثلث المتطابق
الأضلاع يساوي 60°

يكون المثلث متطابق
الأضلاع إذا و فقط إذا
كان متطابق الزوايا

المثلث المتطابق الضلعين



عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابقت زاويتين في مثلث مع
نظائرهما في مثلث فإن الضلعين
المقابلين لهما متطابقان

$$\overline{AB} \cong \overline{AC}$$

نظرية المثلث المتطابق الضلعين

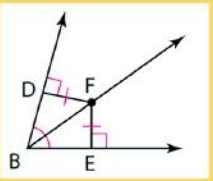
إذا تطابق ضلعان في مثلث مع
نظائرهما في مثلث فإن
الزاويتين المقابلتين لهما
متطابقتان

$$\angle B \cong \angle C$$

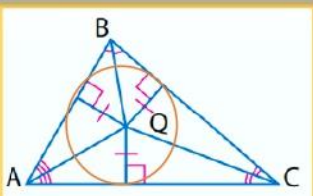
قطع مستقيمة خاصة في المثلث

منصف الزاوية

هو قطعة مستقيمة تنصف الزاوية الى زاويتين متطابقتين .
أي نقطة تقع على منصف الزاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعي الزاوية



نقطة تلاقي منصفات الزوايا :
تلتقي عند مركز الدائرة الداخلية للمثلث ، تبعد بمساافات متساوية عن أضلاع المثلث .

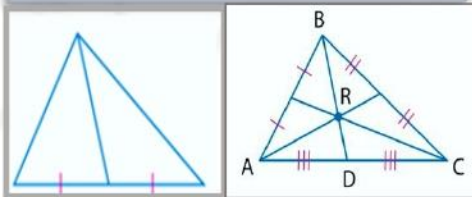


القطع المتوسطة

هي قطعة مستقيمة طرفها أحد رؤوس المثلث و الطرف الآخر منتصف الضلع المقابل .

نقطة تلاقي القطع المتوسطة :
تلتقي في مركز المثلث .
و البعد بين المركز و كل رأس من رؤوس المثلث

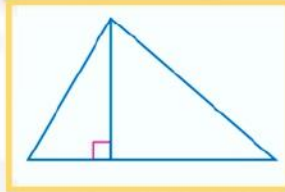
ثلثي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين رأس المثلث و منتصف الضلع المقابل له .



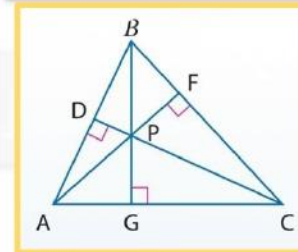
الارتفاع

هو قطعة مستقيمة عمودية نازله من أحد رؤوس المثلث إلى الضلع المقابل لهذا الرأس .

نقطة تلاقي الإرتفاعات :
في نقطة تسمى ملتقى الإرتفاعات

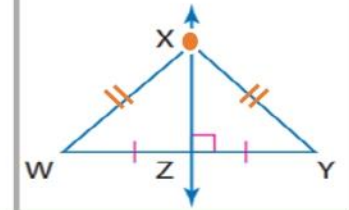


ملتقى الارتفاعات

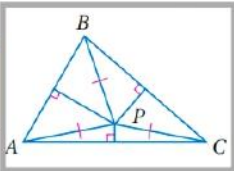


الأعمدة المنصفة

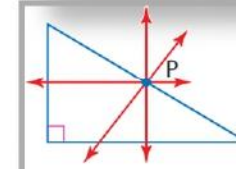
الاعمدة المنصفة هي قطعة مستقيمة تنصف مستقيم آخر و تكون عمودية عليه و أي نقطة تقع على العمود المنصف تبعد بمسافة متساوية عن طرفي القطعة المستقيمة .



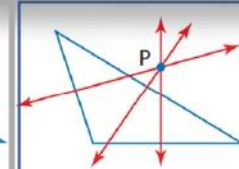
نقطة تلاقي الاعمدة المنصفة للمثلث
مركز الدائرة الخارجية للمثلث ،



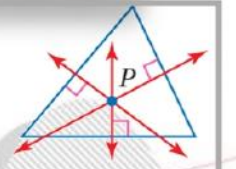
موقع مركز الدائرة الخارجيه للمثلث



مثلث قائم الزاوية



مثلث منفرج الزاوية

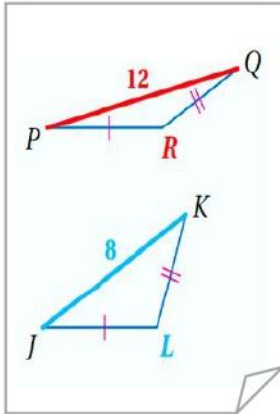


مثلث حاد الزوايا

المتباينات في المثلثات

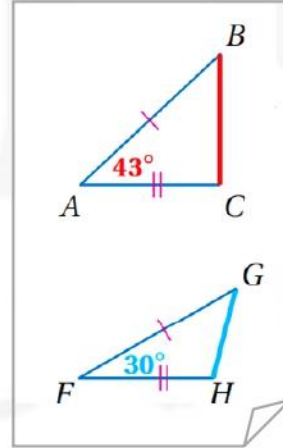
المتباينة في مثلثين

متباينة SSS



إذا كان: $\overline{PQ} > \overline{JK}$, $\overline{QR} > \overline{KL}$, $\overline{PR} > \overline{JL}$,
فإن $m\angle R > m\angle L$.

متباينة SAS



إذا كان: $\overline{AB} > \overline{FG}$, $\overline{AC} > \overline{FH}$, $m\angle A > m\angle F$,
فإن $\overline{BC} > \overline{GH}$.

المتباينة في مثلث

متباينة المثلث

مجموع طولي أي ضلعين
في مثلث يكون أكبر من
طول الضلع الثالث.

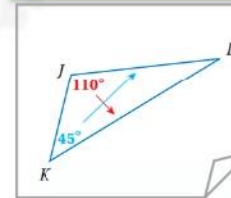
$$\begin{aligned} PQ + QR &> PR \\ QR + PR &> PQ \\ PR + PQ &> QR \end{aligned}$$



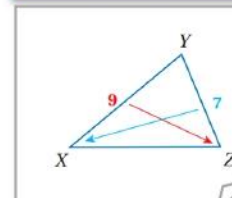
بما أن $m\angle J > m\angle K$, فإن $\overline{KL} > \overline{JL}$.

العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه

متباينة زاوية - ضلع



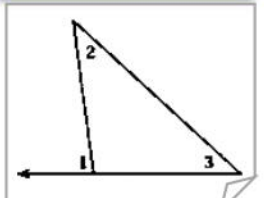
متباينة ضلع - زاوية



بما أن $\overline{XY} > \overline{YZ}$, فإن $m\angle Z > m\angle X$.

متباينة الزاوية الخارجية

الزاوية الخارجية
في المثلث أكبر
من الزاويتين
الداخليتين
البعيدتين عنها



$m\angle 1 > m\angle 2$
 $m\angle 1 > m\angle 3$