Robótica (86.15)

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ingeniería
Año 2019 - 2$^{\text{do}}$ cuatrimestre

TRABAJO PRÁCTICO N.º 4
TEMA: Generador de trayectoria
FECHA: 1 de diciembre de 2019

INTEGRANTE:
Nastasi, Franco Gabriel - #100002
fnastasi@fi.uba.ar

Resumen

1. Introducción

Se plantea el problema directo e inverso para un robot SCARA con $a_1 = a_2 = 200\ mm$. Para ello se toman las ternas como se ve en la imagen 1.1 y se obtiene la siguiente tabla de denavit hartenberg, donde las variables articulares son θ_1, θ_2, d_3 y θ_4,

	θ	d	a	α
1	θ_1	0	a_1	0
2	θ_2	0	a_2	0
3	0	d_3	0	0
4	θ_4	0	0	0

Tabla 1.1: Parámetros D-H

A partir de la tabla 1.1 se obtienen las matrices homogéneas que A_i^{i+1} con $i = \{0,1,2,3\}$ y el problema directo del robot SCARA queda resuelto:

$$A_0^4 = \prod_{i=0}^{3} A_i^{i+1} = \left[\begin{array}{ccc|c} C_{124} & -S_{124} & 0 & a_2C_{12} + a_1C_1 \\ S_{124} & C_{124} & 0 & a_2S_{12} + a_1S_1 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \tag{1.1}$$

Donde $C_{124} = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_4)$, $S_{124} = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_4)$, $C_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2)$ y $S_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2)$
Para resolver el problema inverso, se parte de la ecuación 1.1. Sea A_0^4

$$A_0^4 = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & P_x \\ \vec{n} & \vec{s} & \vec{a} & P_y \\ & & & P_z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \tag{1.2}$$

Se tiene que:

$$d_3 = P_z \tag{1.3}$$

$$P_x^2 = (a_2C_{12} + a_1C_1)^2 = a_2C_1C_2 - a_2S_1S_2 + a_1C_1$$

$$P_y^2 = (a_2S_{12} + a_1S_1)^2 = a_2S_1C_2 + a_2C_1S_2 + a_1S_1$$

$$P_x^2 + P_y^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2C_2 \Rightarrow C_2 = \frac{P_x^2 + P_y^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1a_2} \tag{1.4}$$

A partir de la ecuación anterior se puede llegar al valor de θ_2 y se ve que aparece un índice de configuración:

$$\theta_2 = arctan2(\pm\sqrt{1 - C_2^2}, C_2) \tag{1.5}$$

$$g = sign(S_2) \tag{1.6}$$

Para obtener el valor de θ_1, se parte de las ecuaciones de P_x y P_y sabiendo el valor de θ_2:

$$P_x = a_2C_1C_2 - a_2S_1S_2 + a_1C_1 = (a_2C_2 + a_1) \times C_1 - a_2S_2 \times S_1$$

$$P_y = a_2S_1C_2 + a_2C_1S_2 + a_1S_1 = a_2S_2 \times C_1 + (a_2C_2 + a_1) \times S_1$$

De esta forma se llega a un sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2C_2 + a_1 & -a_2S_2 \\ a_2S_2 & a_2C_2 + a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C1 \\ S1 \end{bmatrix} \tag{1.7}$$

$$\begin{bmatrix} C1 \\ S1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2C_2 + a_1 & -a_2S_2 \\ a_2S_2 & a_2C_2 + a_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} \tag{1.8}$$

Donde se observa que el determinante de la matriz es igual a $a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2C_2$. Es decir que no es posible calcular la matriz inversa cuando

$$C2 = -\frac{a_1^2 + a_2^2}{2a_1a_2}\bigg|_{a_1=a_2} = -1; \Rightarrow \theta_2 = \pi$$

Efectivamente, en la condición $\theta_2 = \pi$, el TCP se encuentra sobre el eje 1 y cualquier valor de θ_1 es solución del problema inverso. Debido a los topes mecánicos, no se tiene en cuenta esta situación y siempre es posible obtener un valor de θ_1

$$\theta_1 = arctan2(S1, C1) \tag{1.9}$$

Por último se tiene que

$$tan(\theta_1 + \theta_2 + \theta_4) = \frac{S_{124}}{C_{124}} = \frac{n_y}{n_x} \Rightarrow \theta_4 = arctan2(n_y, n_x) - \theta_1 - \theta_2 \tag{1.10}$$

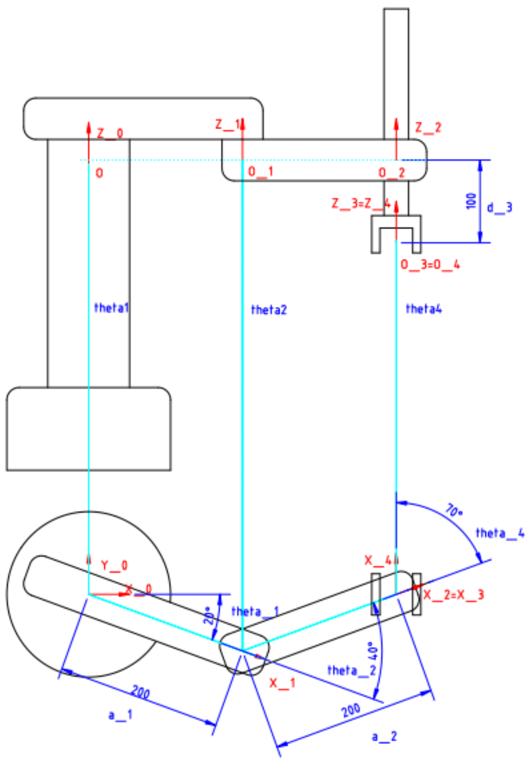

Figura 1.1: Posición y orientación de las ternas para resolver el problema directo del robot SCARA

2. Desarrollo

Se generaron las funciones correspondientes para calcular la evolución en el tiempo de las variables articulares a partir de un movimiento del tipo *joint*. Para ello se utilizaron los resultados de la sección anterior y se utilizaron las ecuaciones de las zonas I y II del movimiento *joint*. Se verificó el resultado para el siguiente movimiento de la TCP :

$$POSE1 \rightarrow POSE2 \rightarrow POSE1 \tag{2.1}$$

Con:

$$POSE1 = \begin{bmatrix} 200 & 200 & -100, 0, 1 \end{bmatrix}$$

$$POSE2 = \begin{bmatrix} 200 & 200 & -200, 0, -1 \end{bmatrix}$$

Donde además se supone que el movimiento empieza y termina con velocidad nula. El resultado obtenido se puede observar en las siguientes imágenes. Se observa que por los valores de velocidad máxima de los ejes, los tiempos deseados de cada movimiento entre las POSEs y tomando un $tacc = 200\,ms$, se obtuvo un tiempo de trayectoria de 1 s. en las figuras se puede observar que durante los tiempos de aceleración el movimiento tiene forma de parábola mientras que fuera de estos, la velocidad es constante. Además se observa que los valores finales de las variables articulares de cada trayectoria entre las POSE coinciden con lo que se obtiene al resolver el problema inverso, aunque para el punto medio no se alcanzan como era de esperarse:

$$POSE1 \rightarrow \theta_1 = 0;\ \theta_2 = 90;\ d_3 = -100;\ \theta_4 = -90; \tag{2.2}$$

$$POSE2 \rightarrow \theta_1 = 90;\ \theta_2 = -90;\ d_3 = -200;\ \theta_4 = 0; \tag{2.3}$$

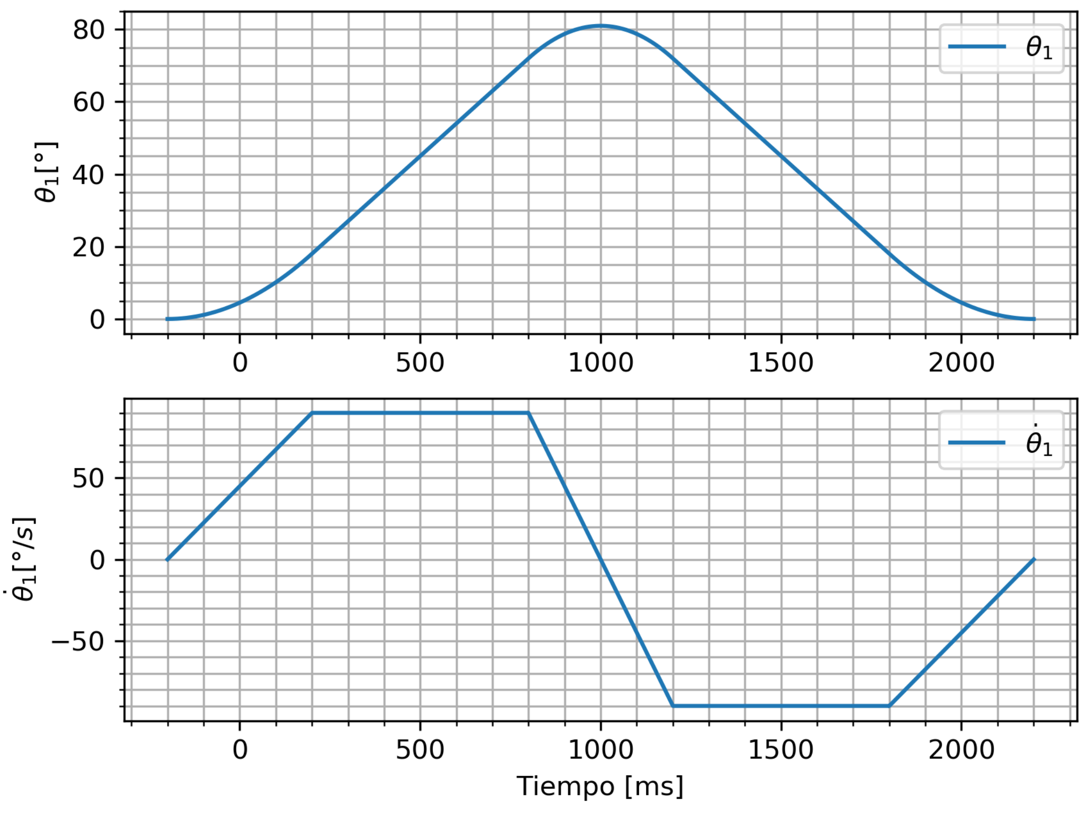

Figura 2.1: Evolución en el tiempo de θ_1 y $\dot{\theta_1}$

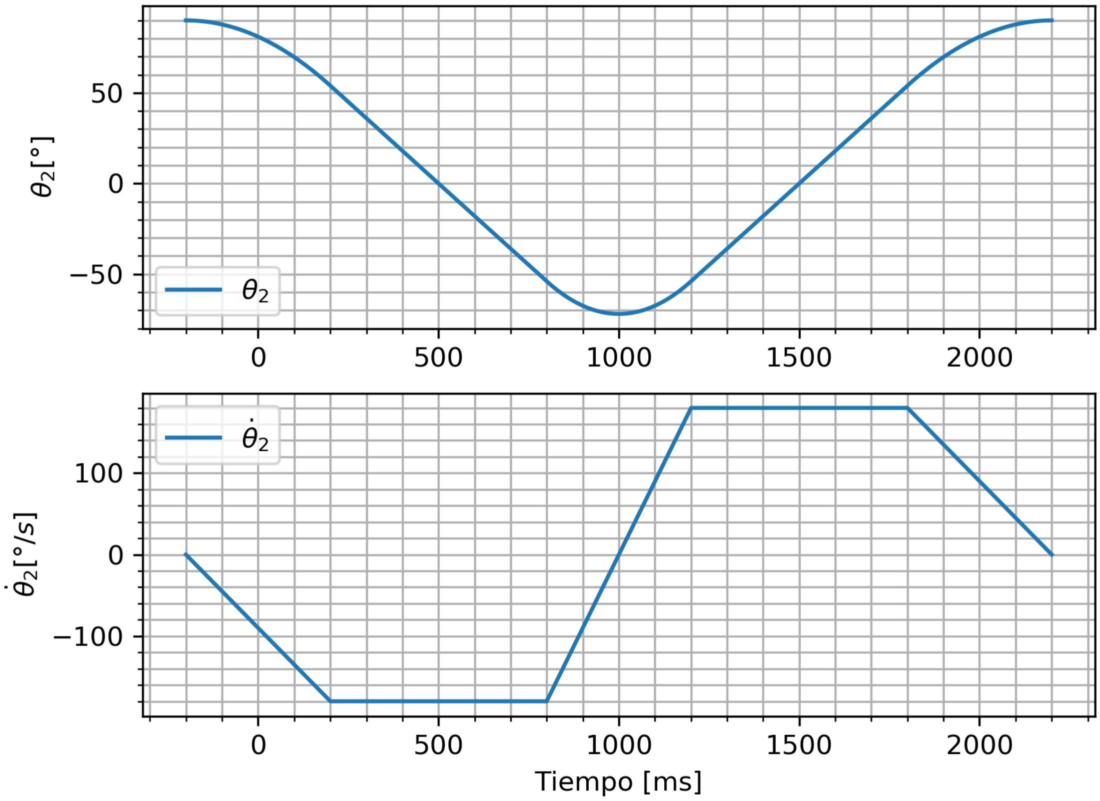

Figura 2.2: Evolución en el tiempo de θ_2 y $\dot{\theta}_2$

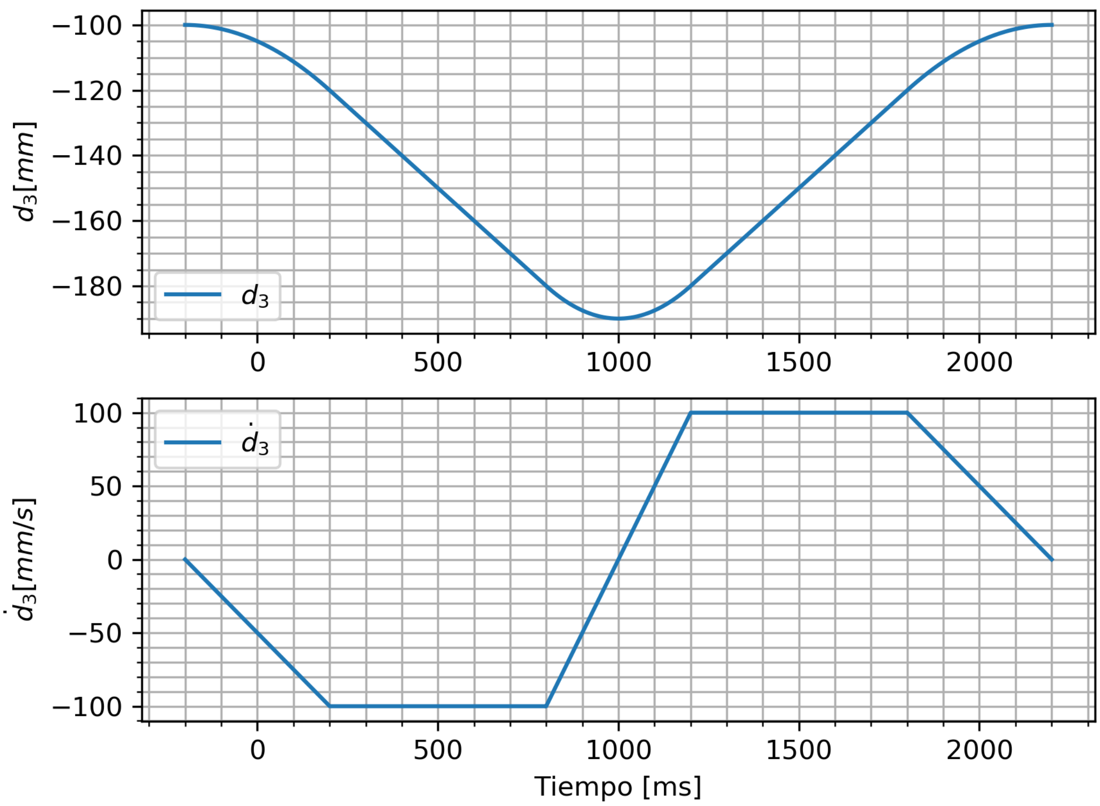

Figura 2.3: Evolución en el tiempo de d_3 y $\dot{d}_3$

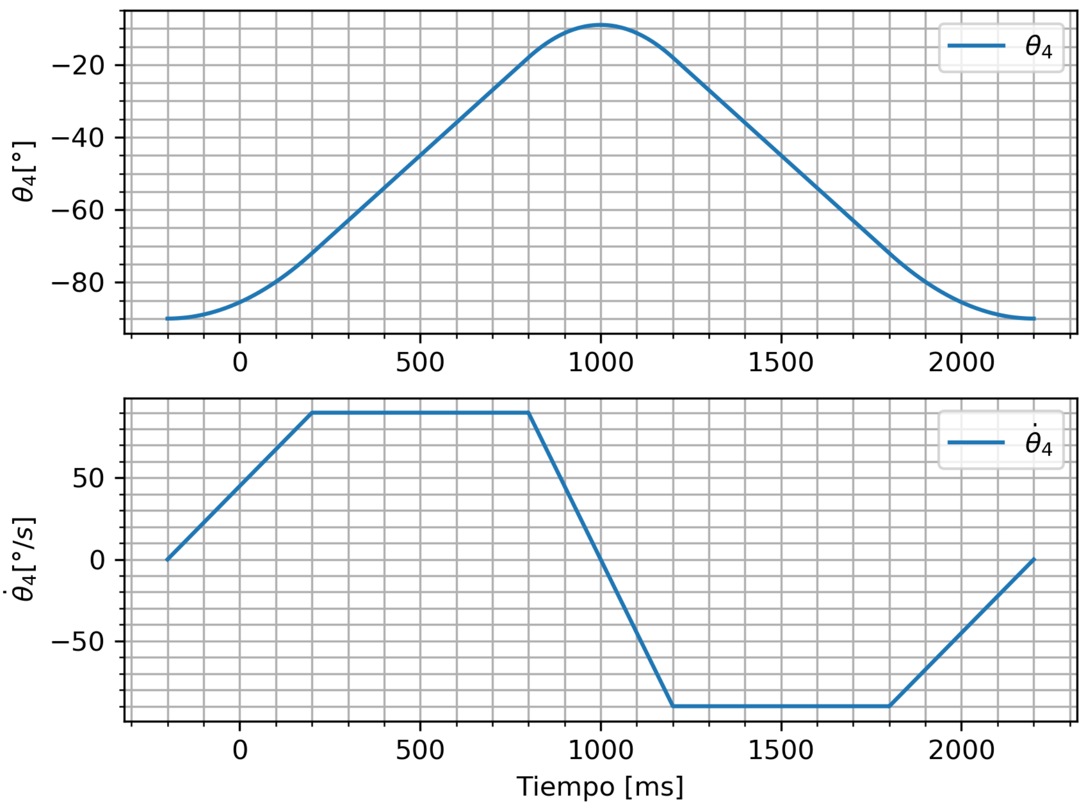

Figura 2.4: Evolución en el tiempo de θ_4 y $\dot{\theta}_4$

También se graficaron todas las curvas juntas, en donde se observa en la figura 2.6, que las velocidades de θ_1 y θ_4 coinciden ya que como se observa en la figura 2.5, estas 2 variables articulares difieren en solo una constante:

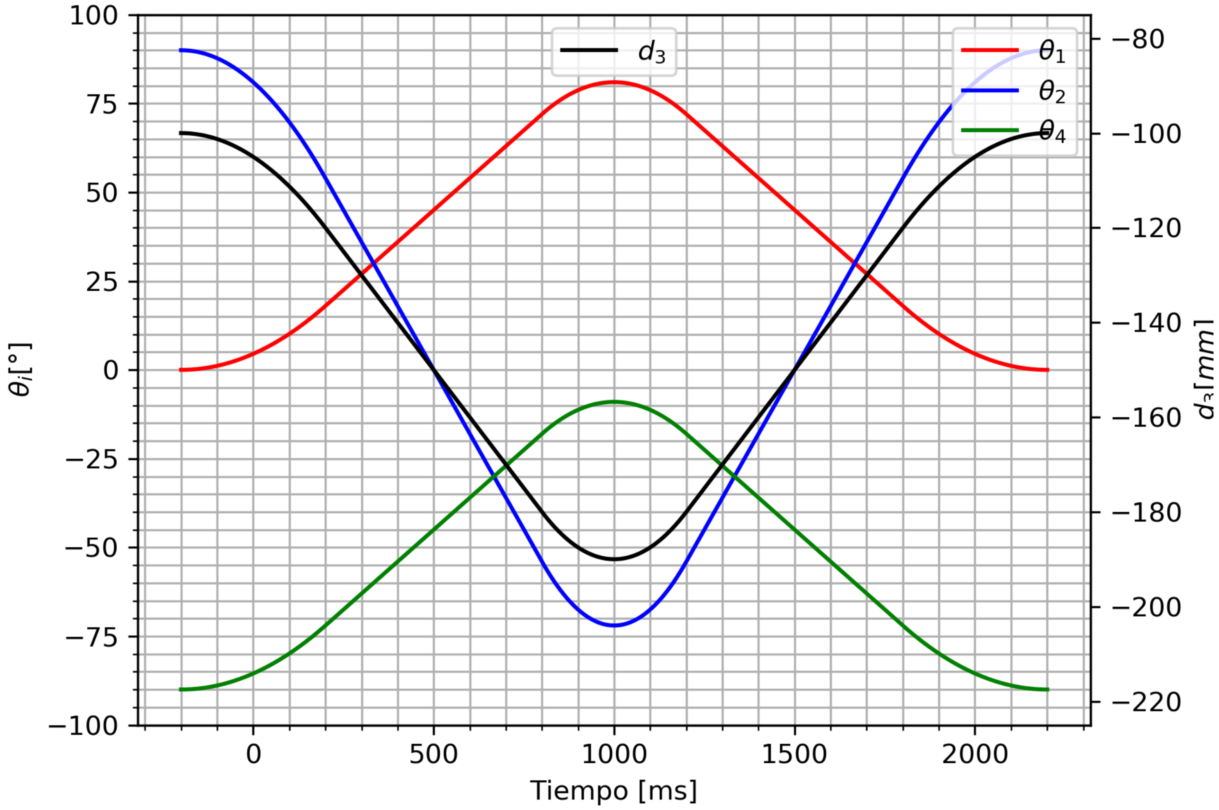

Figura 2.5: Evolución en el tiempo de las variables articulares

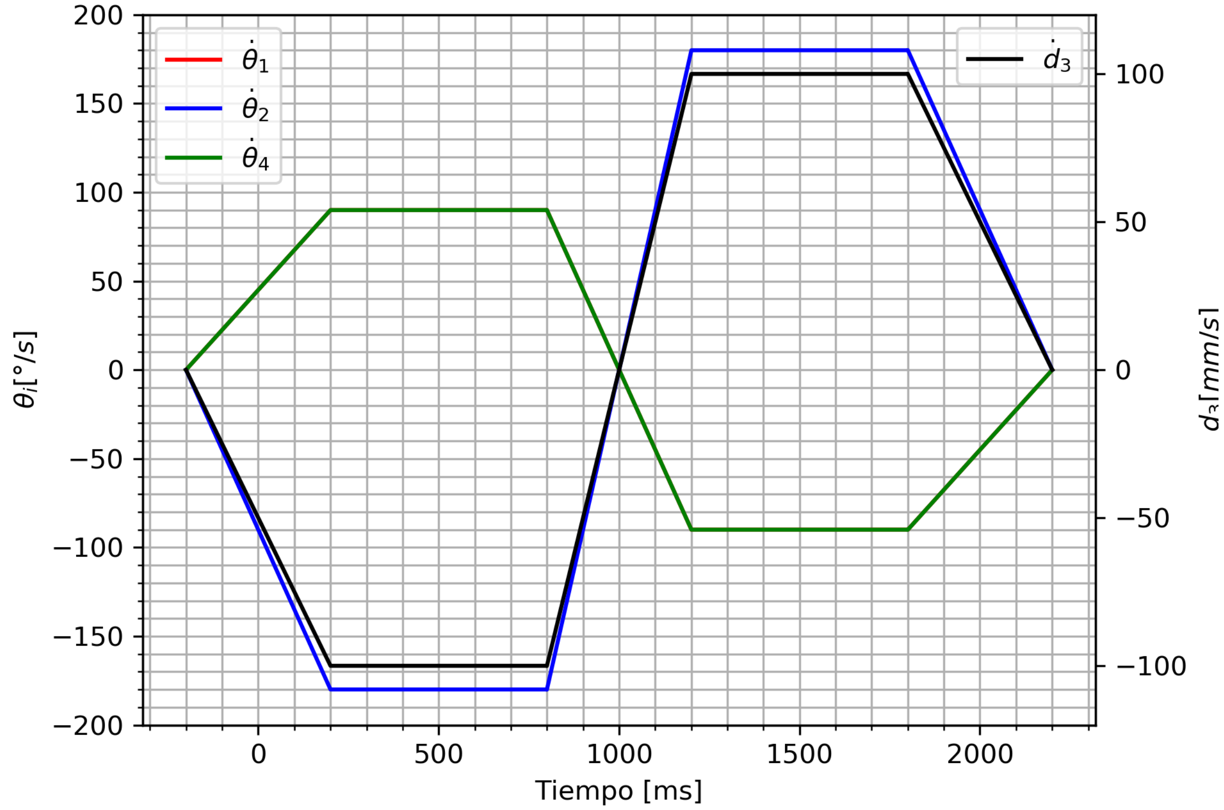

Figura 2.6: Evolución en el tiempo de las derivadas de las variables articulares

Por último se graficó la trayectoria del TCP proyectada en el plano XY. Se observa que si bien ambas POSEs tiene la misma coordenadas en X = Y = 200 mm, durante 2 intervalos de tiempo la trayectoria se mueve de forma lineal desde el punto (X,Y) = (200,200)mm hasta el punto (X,Y) = (283,283)mm. Esto se debe a que la variable articular θ_1 debe cambiar de 0° a 90° mientras que θ_2 debe cambiar de 90° a -90° en el mismo intervalo de tiempo. Esto produce que exista un instante de tiempo donde $\theta_1 = 45$ y $\theta_2 = 0$ generando un triangulo rectángulo desde el origen de la terna base donde la hipotenusa mide $a_1 + a_2 = 400mm$ y está a 45°. Por lo tanto, los catetos que representan las coordenadas X e Y con respecto a la terna base miden $X_c = 400mm \times \cos(45) = 282{,}8mm$ e $Y_c = 400mm \times \sin(45) = 282{,}8mm$

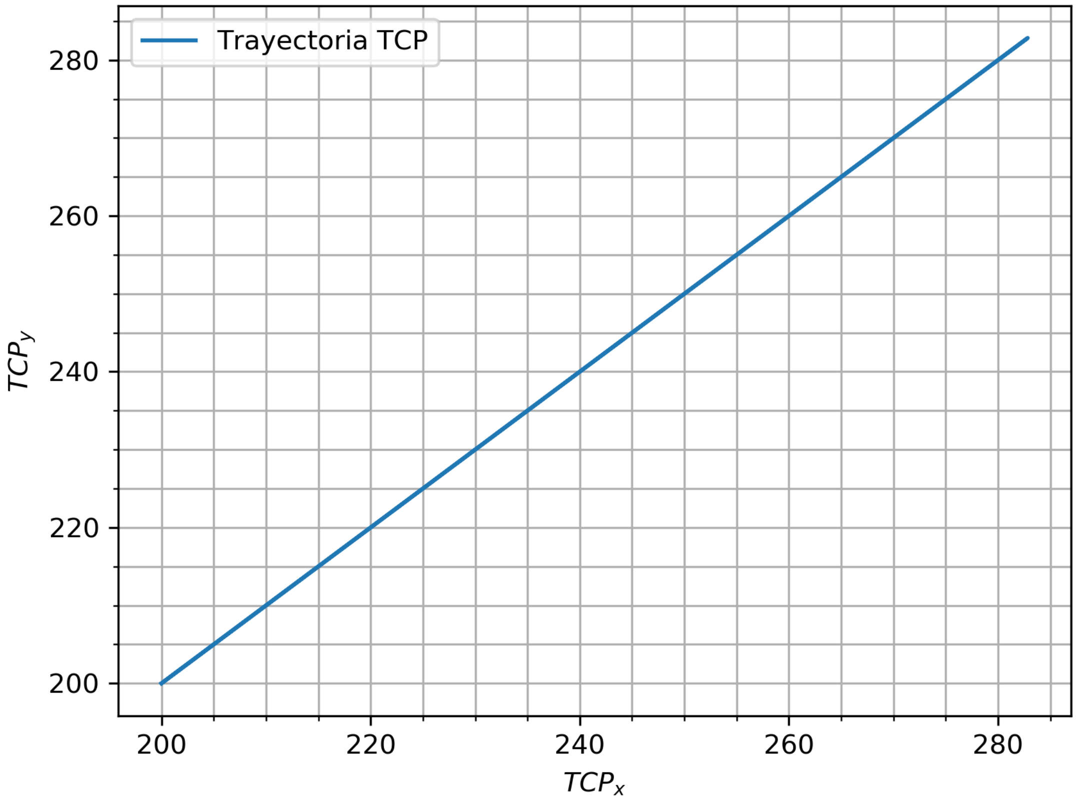

Figura 2.7: Trayectoria del TCP

3. Conclusiones

Se logró resolver e implementar el problema directo e inverso del robot SCARA. Se generó una función capaz de simular el movimiento *joint* de las variables articulares observando su evolución temporal así como también la evolución de sus derivadas. Además se agregó a la función la posibilidad de graficar la trayectoria del TCP