Comparando listas e rankings

Fernando Náufel

15/02/2024 18:42

Índice

Apresentação

???

1 Listas e *rankings*

1.1 Problema

Vamos trabalhar com listas e *rankings* sujeitos às seguintes condições:

- A lista tem k elementos, $k > 0$, não ordenados.
- O *ranking* tem p elementos, $p \geq k$, ordenados, sem empates.
- Todos os elementos da lista também pertencem ao *ranking*.
- O último elemento do *ranking* sempre pertence à lista.
- As identidades dos elementos do *ranking* não importam — i.e., eles são indistinguíveis, a não ser por pertencerem ou não à lista (e pela ordem que ocupam no *ranking*, claro).

1.2 Criando *rankings*

1.2.1 Representação

Considere naturais $k > 0$ e $p \geq k$.

Podemos representar um *ranking* através de um *string* contendo k caracteres "`x`" e $p - k$ caracteres "`-`".

"`x`" representa uma posição ocupada por um elemento da lista.

"`-`" representa uma posição ocupada por um elemento que não está na lista.

Você pode usar a função `rk()` para criar um *ranking*, passando um *string* da forma acima:

```
rk('xx--x')
```

```
ranking: [xx--x] (p = 5, k = 3)
```

R vai mostrar o *ranking* com os valores de k e p. Se quiser ver o *ranking* com caracteres Unicode, use a função `print` com o argumento `unicode = TRUE`:

```
print(rk('xx--x'), unicode = TRUE)
```

```
ranking: [ •• ] (p = 5, k = 3)
```

1.2.2 Quantidade de *rankings*

Dados $k > 0$ e $p \geq k$ fixos, quantos *rankings* existem?

Para montar um *ranking*:

1. Sabemos que a última posição é ocupada por alguém da lista.
2. Só resta escolher as posições dos $k-1$ elementos restantes da lista dentre as $p-1$ posições restantes no *ranking*, o que dá $\binom{p-1}{k-1}$ escolhas.

Assim, a quantidade total de *rankings* para k e p dados é

$$\binom{p-1}{k-1}$$

Por exemplo, para $k = 3, p = 5$, os $\binom{4}{2} = 6$ *rankings* possíveis são

- `xx--x`
- `x-x-x`
- `x--xx`
- `-xx-x`
- `-x-xx`
- `--xxx`

A tabela a seguir (na verdade, um pedaço do triângulo de Pascal) mostra as quantidades de *rankings* possíveis para alguns valores de k e p:

	k									
p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1									
2	1	1								
3	1	2	1							
4	1	3	3	1						
5	1	4	6	4	1					

6	1	5	10	10	5	1				
7	1	6	15	20	15	6	1			
8	1	7	21	35	35	21	7	1		
9	1	8	28	56	70	56	28	8	1	
10	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1
11	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10
12	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55
13	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220
14	1	13	78	286	715	1.287	1.716	1.716	1.287	715
15	1	14	91	364	1.001	2.002	3.003	3.432	3.003	2.002
16	1	15	105	455	1.365	3.003	5.005	6.435	6.435	5.005
17	1	16	120	560	1.820	4.368	8.008	11.440	12.870	11.440
18	1	17	136	680	2.380	6.188	12.376	19.448	24.310	24.310
19	1	18	153	816	3.060	8.568	18.564	31.824	43.758	48.620
20	1	19	171	969	3.876	11.628	27.132	50.388	75.582	92.378
21	1	20	190	1.140	4.845	15.504	38.760	77.520	125.970	167.960
22	1	21	210	1.330	5.985	20.349	54.264	116.280	203.490	293.930
23	1	22	231	1.540	7.315	26.334	74.613	170.544	319.770	497.420
24	1	23	253	1.771	8.855	33.649	100.947	245.157	490.314	817.190
25	1	24	276	2.024	10.626	42.504	134.596	346.104	735.471	1.307.504
26	1	25	300	2.300	12.650	53.130	177.100	480.700	1.081.575	2.042.975
27	1	26	325	2.600	14.950	65.780	230.230	657.800	1.562.275	3.124.550
28	1	27	351	2.925	17.550	80.730	296.010	888.030	2.220.075	4.686.825
29	1	28	378	3.276	20.475	98.280	376.740	1.184.040	3.108.105	6.906.900
30	1	29	406	3.654	23.751	118.755	475.020	1.560.780	4.292.145	10.015.005

1.2.3 Criando um *ranking* a partir de um vetor

Em vez de especificar as p posições do *ranking*, pode ser mais compacto especificar as k posições do *ranking* que são ocupadas por elementos da lista.

Para isso, a função `rk()` também aceita um vetor numérico com k elementos.

```
rk(c(1, 3, 5, 7))
```

```
ranking: [x-x-x-x] (p = 7, k = 4)
```

Observe que as posições não precisam ser passadas em ordem:

```
rk(c(3, 7, 5, 1))
```

```
ranking: [x-x-x-x] (p = 7, k = 4)
```

A função detecta vetores que não podem representar *rankings*:

```
rk(c(3, 7, 3, 1))
```

```
Error in validate_rk(x):
Valores precisam ser inteiros positivos, sem repetições.
```

```
rk(c(5, 7, 3, 1.5))
```

```
Error in validate_rk(x):
Valores precisam ser inteiros positivos, sem repetições.
```

```
rk(c(5, -7, 3, 1))
```

```
Error in validate_rk(x):
Valores precisam ser inteiros positivos, sem repetições.
```

1.3 Outras funções

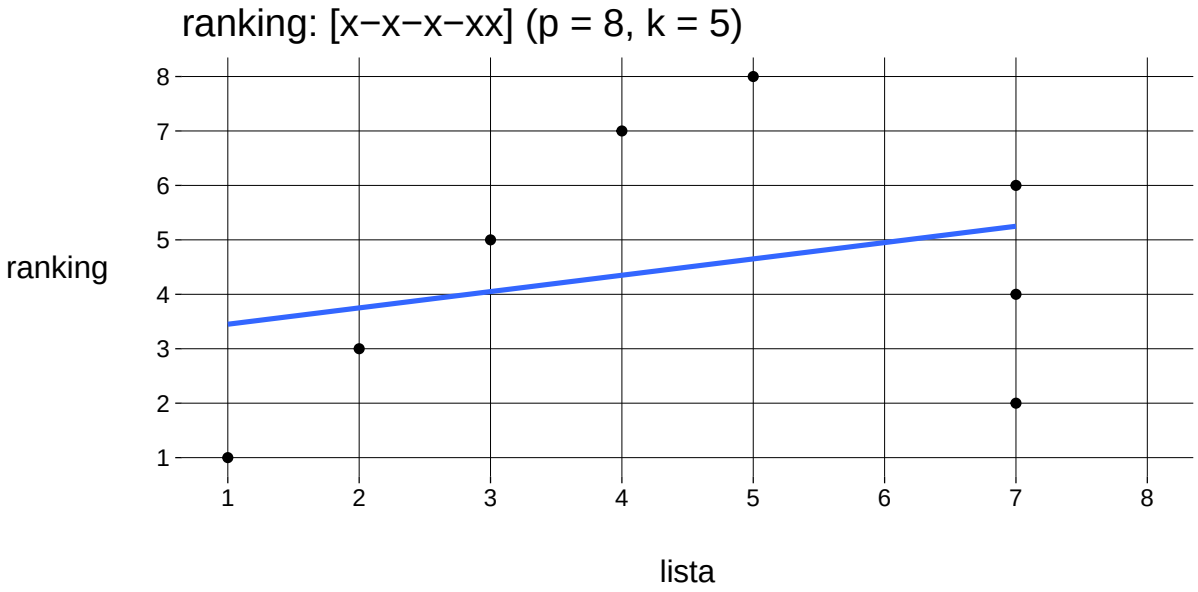
1.3.1 Mostrando um *ranking* graficamente

A função `plot` recebe um *ranking* e gera um gráfico de pontos, com um ponto para cada elemento.

No eixo x, a posição do elemento na lista.

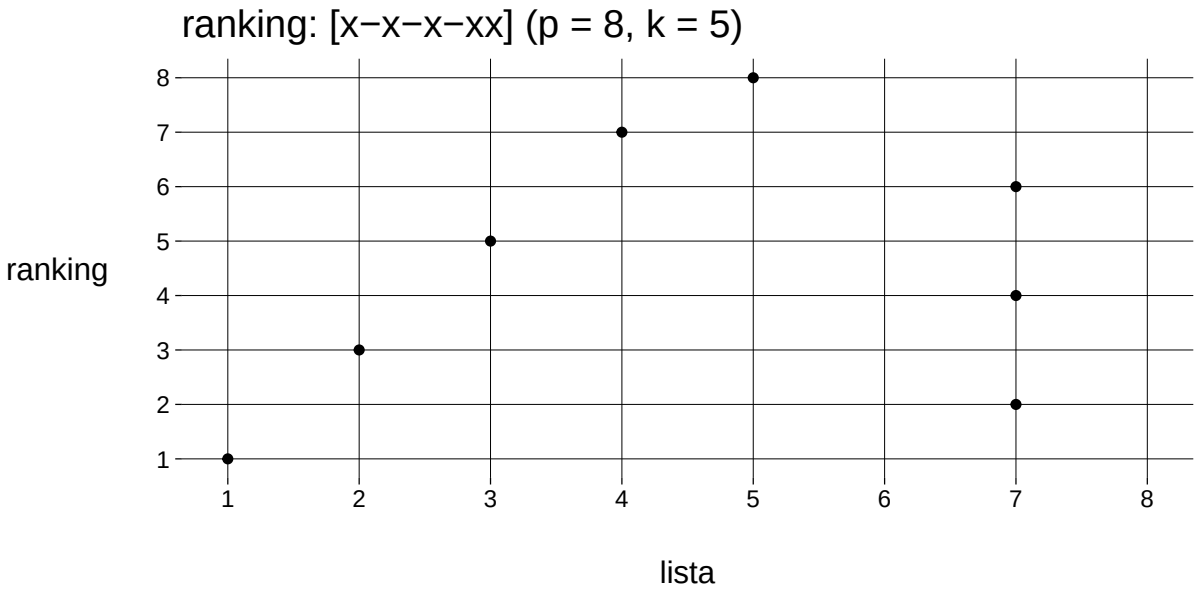
No eixo y, a posição do elemento no *ranking*.

```
r <- rk('x-x-x-xx')
plot(r)
```



O argumento `reta`, opcional, especifica se deve ser incluída uma reta de regressão linear via mínimos quadrados. O *default* é `TRUE`.

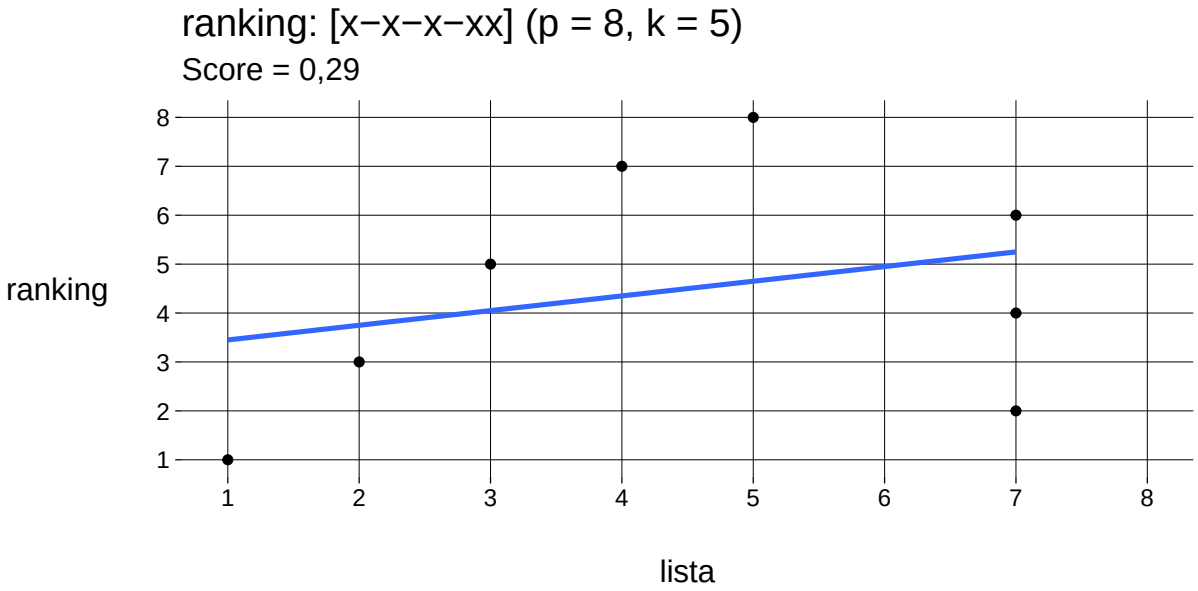
```
plot(r, reta = FALSE)
```



A função `plot` pode receber um argumento `fun`, opcional, especificando uma função para calcular o *score* deste *ranking* (i.e., alguma forma de correlação entre o *ranking* e a lista). O *score* vai ser mostrado no título do gráfico.

A função passada em `fun` deve receber um objeto `rk` e retornar o *score* numérico.

```
plot(
  r,
  fun = \(r) {
    df <- as_tibble(r)
    cor(df$pos_lista, df$pos_ranking) %>% round(2)
  }
)
```



1.3.2 Criando uma *tibble* com todos os *rankings*

Dados valores de p e k (nesta ordem), a função `criar_df_rankings()` retorna uma *tibble* com todos os $\binom{p-1}{k-1}$ *rankings* possíveis, como objetos (S3) e como *strings*.

Todos os *rankings* com $p = 8$ e $k = 5$:

```
criar_df_rankings(8, 5)
```

```
# A tibble: 35 x 2
   ranking ranking_str
   <list>  <chr>
 1 <rk>    xxxx---x
 2 <rk>    xxx-x--x
```

```
 3 <rk>    xxx--x-x
 4 <rk>    xxx---xx
 5 <rk>    xx-xx--x
 6 <rk>    xx-x-x-x
 7 <rk>    xx-x--xx
 8 <rk>    xx--xx-x
 9 <rk>    xx--x-xx
10 <rk>    xx---xxx
11 <rk>    x-xxx--x
12 <rk>    x-xx-x-x
13 <rk>    x-xx--xx
14 <rk>    x-x-xx-x
15 <rk>    x-x-x-xx
16 <rk>    x-x--xxx
17 <rk>    x--xxx-x
18 <rk>    x--xx-xx
19 <rk>    x--x-xxx
20 <rk>    x---xxxx
21 <rk>    -xxxx--x
22 <rk>    -xxx-x-x
23 <rk>    -xxx--xx
24 <rk>    -xx-xx-x
25 <rk>    -xx-x-xx
26 <rk>    -xx--xxx
27 <rk>    -x-xxx-x
28 <rk>    -x-xx-xx
29 <rk>    -x-x-xxx
30 <rk>    -x--xxxx
31 <rk>    --xxxx-x
32 <rk>    --xxx-xx
33 <rk>    --xx-xxx
34 <rk>    --x-xxxx
35 <rk>    ---xxxxx
```

Se for passado apenas o valor de p, a função retorna uma *tibble* com todos os *rankings* possíveis de comprimento p (com k variando de 1 até p). Exercício: quantos são?

Todos os *rankings* com $p = 5$:

```
criar_df_rankings(5)
```

```
# A tibble: 16 x 2
```

```
   ranking ranking_str
   <list>  <chr>
 1 <rk>    ----x
 2 <rk>    x---x
 3 <rk>    -x--x
 4 <rk>    --x-x
 5 <rk>    ---xx
 6 <rk>    xx--x
 7 <rk>    x-x-x
 8 <rk>    x--xx
 9 <rk>    -xx-x
10 <rk>    -x-xx
11 <rk>    --xxx
12 <rk>    xxx-x
13 <rk>    xx-xx
14 <rk>    x-xxx
15 <rk>    -xxxx
16 <rk>    xxxxx
```

Se você quiser a representação em *string* usando unicode, basta passar o argumento `unicode = TRUE`:

```
criar_df_rankings(5, unicode = TRUE)
```

```
# A tibble: 16 x 2
   ranking ranking_str
   <list>  <chr>
 1 <rk>    ••••
 2 <rk>     •••
 3 <rk>    • ••
 4 <rk>    •• •
 5 <rk>    •••
 6 <rk>     ••
 7 <rk>     • •
 8 <rk>     ••
 9 <rk>    • •
10 <rk>    • •
11 <rk>    ••
12 <rk>      •
13 <rk>     •
14 <rk>     •
15 <rk>    •
```

```
16 <rk>
```

2 O *ranking* concorda com a lista? Posições

2.1 Usando p como medida de concordância

Imagine que a lista de k elementos foi definida por uma autoridade, usando critérios que não conhecemos.

Em uma tentativa de descobrir esses critérios, construímos um modelo para avaliar todos os elementos da população (que incluem os k elementos da lista).

Nosso modelo produz um *ranking* de todos os elementos. Para facilitar, vamos supor que não há empates no *ranking*.

Uma pergunta natural sobre a qualidade do *ranking* produzido é

> Quantas posições do *ranking* são necessárias para incluir todos os k elementos da lista?

A resposta é p, a posição, no *ranking*, do elemento da lista com pior classificação.

Aliás, é por isso que convencionamos, no capítulo anterior, que nossos *rankings* sempre terminam com um elemento da lista.

Um exemplo:

- A lista contém $k = 5$ elementos.
- O *ranking* r_1 é `xx-x-xx`, com $p = 7$.
- O *ranking* r_2 é `-xxxxx`, com $p = 6$.

Segundo a medida proposta aqui, r_2 é melhor que r_1.

Ou seja, quanto menor o valor de p, melhor o *ranking*.

Embora comparar *rankings* através de seus valores de p seja simples, podemos examinar medidas alternativas, que sejam mais finas que esta.

Por exemplo, é discutível se os dois rankings `xx---x` e `---xxx` devem ser considerados igualmente bons; no entanto, ambos têm $p = 6$.

2.2 Usando p e as posições dos elementos da lista

2.2.1 Contando posições –

Dado um *ranking* r com k e p, queremos definir uma função $s(r)$ — s de *score* — com as seguintes características:

- Se r não contiver "`-`", então $s(r) = 1$. Neste caso, r é um *ranking* perfeito, que coincide com a lista (por exemplo, `xxxxx`). Em casos assim, $k = p$. Vamos definir s como sendo da forma

  $$s(r) = \frac{k}{p} + \cdots$$

  onde as reticências representam uma parcela que ainda vamos definir. Se r for um *ranking* perfeito, a parcela k/p será 1, e vamos definir a parcela restante para que seja igual a zero.

- A parcela restante deve ter valor maior quanto melhor for o *ranking*. Quanto mais próximos do fim do *ranking* estiverem os caracteres "`-`", melhor ele será. Uma quantidade natural seria

  $$\frac{\text{soma\_}}{\sum_{i=1,p} i} \quad = \quad \frac{\text{soma\_}}{p(p+1)/2} \quad = \quad \frac{2\,\text{soma\_}}{p(p+1)}$$

  onde soma_ é a soma das posições ocupadas por "`_`" em r.

  Como queríamos, quando r for um *ranking* perfeito, soma_ $= 0$, e então $s(r) = 1$.

- Mas também queremos que somente *rankings* perfeitos tenham $s(r) = 1$. Para isso, considere que um *ranking* mais próximo do perfeito é da forma

  `x...x-x`

  Ou seja, $k = p - 1$ e soma_ $= p - 1$.

  Vamos multiplicar a segunda parcela por α de forma que $s(r) < 1$ para este *ranking* quase perfeito:

  $$s(r) = \frac{p-1}{p} + \frac{2(p-1)}{p(p+1)} \cdot \alpha$$

  Então

$$
\begin{aligned}
s(r) < 1 &\iff \frac{2(p-1)}{p(p+1)} \cdot \alpha < \frac{1}{p} \\
&\iff 2\alpha(p-1) < p+1 \\
&\iff \alpha < \frac{1}{2} \cdot \frac{p+1}{p-1} \\
&\iff \alpha = \frac{1}{m} \cdot \frac{p+1}{p-1} \qquad (m > 2)
\end{aligned}
$$

o que dá

$$
\begin{aligned}
s(r) &= \frac{k}{p} + \frac{2\,\text{soma\_}}{p(p+1)} \cdot \alpha \\
&= \frac{k}{p} + \frac{2\,\text{soma\_}}{p(p+1)} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{p+1}{p-1} \qquad (m > 2) \\
&= \frac{k}{p} + \frac{2\,\text{soma\_}}{p(p-1)} \cdot \frac{1}{m} \qquad (m > 2) \\
&= \frac{k}{p} + \frac{\text{soma\_}}{p(p-1)} \cdot \frac{2}{m} \qquad (m > 2)
\end{aligned}
$$

Dependendo do valor de $m > 2$ escolhido, teremos medidas diferentes.

A função que implementamos usa o *default* de $m = 10$, mas valores diferentes podem ser passados.

```
r <- rk('xxx-x')
s(r)
```

```
[1] 0,84
```

Para $p = 8$, alguns exemplos:

```
s(
  list(
    rk('xxxxxxxx'),
    rk('xxxxxx-x'),
    rk('-xxxxxxx')
  )
)
```

```
[1] 1,0000000 0,9000000 0,8785714
```

Eis todos os *rankings* de comprimento 8, com suas pontuações:

ranking_str	s
xxxxxxxx	1,0000000
xxxxxx-x	0,9000000
xxxxx-xx	0,8964286
xxxx-xxx	0,8928571
xxx-xxxx	0,8892857
xx-xxxxx	0,8857143
x-xxxxxx	0,8821429
-xxxxxxx	0,8785714
xxxxx–x	0,7964286
xxxx-x-x	0,7928571
xxxx–xx	0,7892857
xxx-xx-x	0,7892857
xxx-x-xx	0,7857143
xx-xxx-x	0,7857143
xxx–xxx	0,7821429
xx-xx-xx	0,7821429
x-xxxx-x	0,7821429
xx-x-xxx	0,7785714
x-xxx-xx	0,7785714
-xxxxx-x	0,7785714
xx–xxxx	0,7750000
x-xx-xxx	0,7750000
-xxxx-xx	0,7750000
x-x-xxxx	0,7714286
-xxx-xxx	0,7714286
x–xxxxx	0,7678571
-xx-xxxx	0,7678571
-x-xxxxx	0,7642857
–xxxxxx	0,7607143
xxxx—x	0,6892857
xxx-x–x	0,6857143
xxx–x-x	0,6821429
xx-xx–x	0,6821429
xxx—xx	0,6785714
xx-x-x-x	0,6785714
x-xxx–x	0,6785714
xx-x–xx	0,6750000
xx–xx-x	0,6750000
x-xx-x-x	0,6750000

-xxxx–x	0,6750000
xx–x-xx	0,6714286
x-xx–xx	0,6714286
x-x-xx-x	0,6714286
-xxx-x-x	0,6714286
xx—xxx	0,6678571
x-x-x-xx	0,6678571
x–xxx-x	0,6678571
-xxx–xx	0,6678571
-xx-xx-x	0,6678571
x-x–xxx	0,6642857
x–xx-xx	0,6642857
-xx-x-xx	0,6642857
-x-xxx-x	0,6642857
x–x-xxx	0,6607143
-xx–xxx	0,6607143
-x-xx-xx	0,6607143
–xxxx-x	0,6607143
x—xxxx	0,6571429
-x-x-xxx	0,6571429
–xxx-xx	0,6571429
-x–xxxx	0,6535714
–xx-xxx	0,6535714
–x-xxxx	0,6500000
—xxxxx	0,6464286
xxx—-x	0,5785714
xx-x—x	0,5750000
xx–x–x	0,5714286
x-xx—x	0,5714286
xx—x-x	0,5678571
x-x-x–x	0,5678571
-xxx—x	0,5678571
xx—-xx	0,5642857
x-x–x-x	0,5642857
x–xx–x	0,5642857
-xx-x–x	0,5642857
x-x—xx	0,5607143
x–x-x-x	0,5607143
-xx–x-x	0,5607143
-x-xx–x	0,5607143
x–x–xx	0,5571429
x—xx-x	0,5571429
-xx—xx	0,5571429

-x-x-x-x	0,5571429
–xxx–x	0,5571429
x—x-xx	0,5535714
-x-x–xx	0,5535714
-x–xx-x	0,5535714
–xx-x-x	0,5535714
x—-xxx	0,5500000
-x–x-xx	0,5500000
–xx–xx	0,5500000
–x-xx-x	0,5500000
-x—xxx	0,5464286
–x-x-xx	0,5464286
—xxx-x	0,5464286
–x–xxx	0,5428571
—xx-xx	0,5428571
—x-xxx	0,5392857
—-xxxx	0,5357143
xx——x	0,4642857
x-x—-x	0,4607143
x–x—x	0,4571429
-xx—-x	0,4571429
x—x–x	0,4535714
-x-x—x	0,4535714
x—-x-x	0,4500000
-x–x–x	0,4500000
–xx—x	0,4500000
x——xx	0,4464286
-x—x-x	0,4464286
–x-x–x	0,4464286
-x—-xx	0,4428571
–x–x-x	0,4428571
—xx–x	0,4428571
–x—xx	0,4392857
—x-x-x	0,4392857
—x–xx	0,4357143
—-xx-x	0,4357143
—-x-xx	0,4321429
——xxx	0,4285714
x———x	0,3464286
-x——x	0,3428571
–x—-x	0,3392857
—x—x	0,3357143
—-x–x	0,3321429

——x-x	0,3285714
———xx	0,3250000
———-x	0,2250000

Perceba que pode haver empates: `xxxx--xx` e `xxx-xx-x` têm o mesmo valor de s. É razoável achar que estes dois *rankings* têm a mesma qualidade.

2.2.2 Comparando *rankings* com valores diferentes de p

Como a lista é dada e fixa, só faz sentido, na prática, comparar *rankings* com o mesmo valor de k.

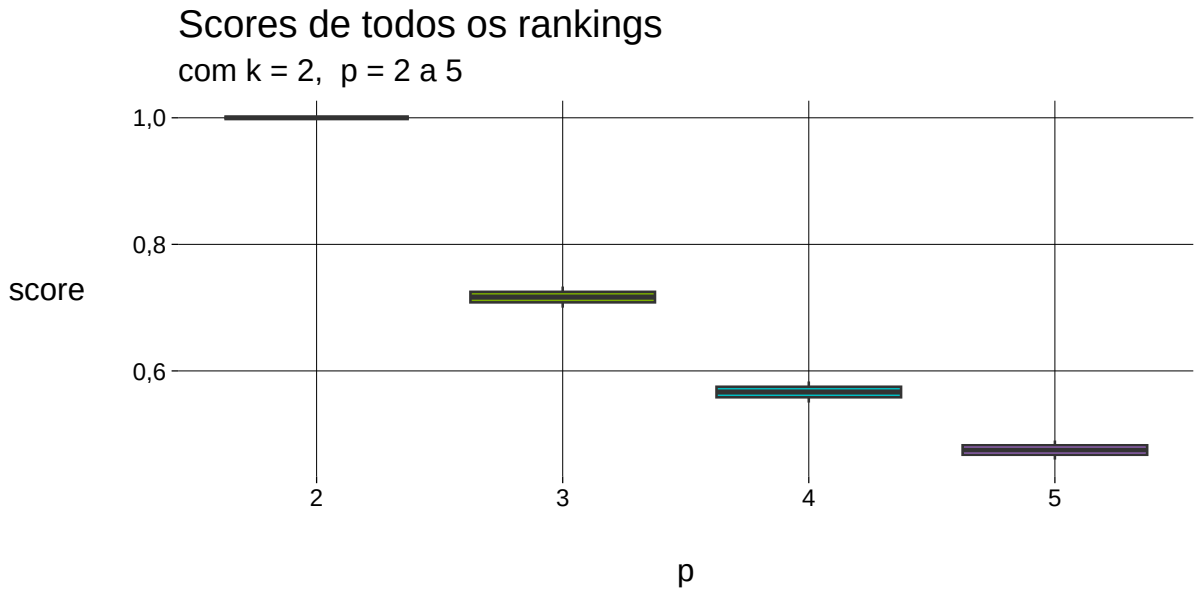
Vamos examinar, para uma lista com $k = 2$, os *rankings* possíveis com p variando de 2 a 10.

São 45 *rankings*:

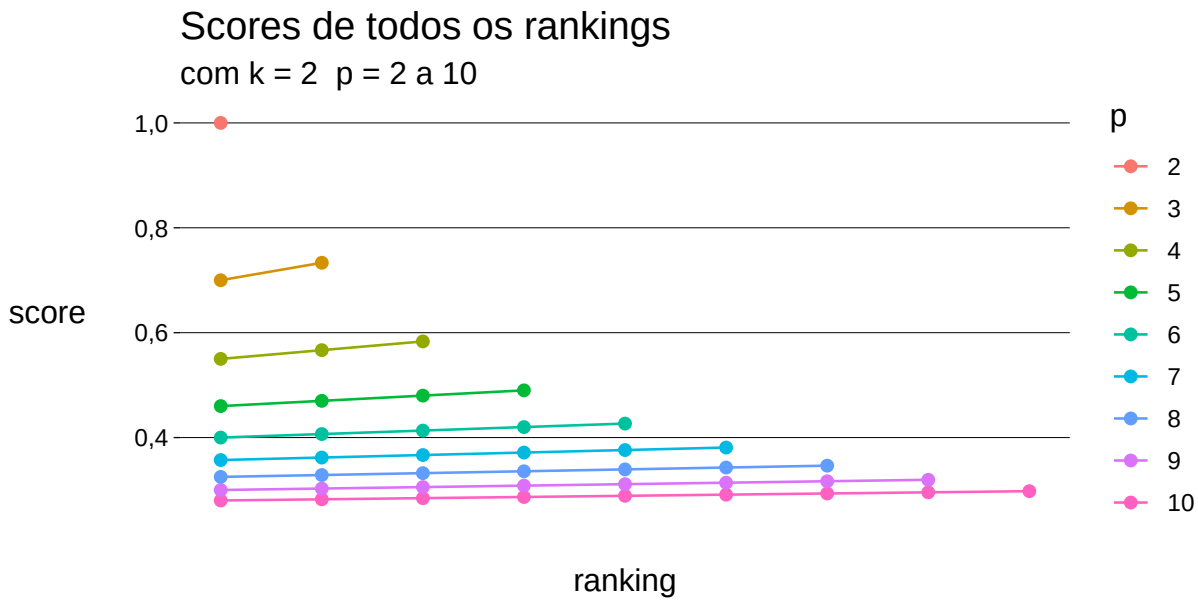
ranking_str	p	s
xx	2	1,0000000
x-x	3	0,7333333
-xx	3	0,7000000
x–x	4	0,5833333
-x-x	4	0,5666667
–xx	4	0,5500000
x—x	5	0,4900000
-x–x	5	0,4800000
–x-x	5	0,4700000
—xx	5	0,4600000
x—-x	6	0,4266667
-x—x	6	0,4200000
–x–x	6	0,4133333
—x-x	6	0,4066667
—-xx	6	0,4000000
x——x	7	0,3809524
-x—-x	7	0,3761905
–x—x	7	0,3714286
—x–x	7	0,3666667
—-x-x	7	0,3619048
——xx	7	0,3571429
x———x	8	0,3464286
-x——x	8	0,3428571
–x—-x	8	0,3392857
—x—x	8	0,3357143

—-x–x	8	0,3321429
——x-x	8	0,3285714
———xx	8	0,3250000
x———-x	9	0,3194444
-x———x	9	0,3166667
–x——x	9	0,3138889
—x—-x	9	0,3111111
—-x—x	9	0,3083333
——x–x	9	0,3055556
———x-x	9	0,3027778
———-xx	9	0,3000000
x————x	10	0,2977778
-x———-x	10	0,2955556
–x———x	10	0,2933333
—x——x	10	0,2911111
—-x—-x	10	0,2888889
——x—x	10	0,2866667
———x–x	10	0,2844444
———-x-x	10	0,2822222
———xx	10	0,2800000

Os gráficos abaixo mostram os *scores* atribuídos para todos os *rankings* com $k = 2$ e p variando de 2 a 10, separados por valores de p:




Scores de todos os rankings
com k = 2, p = 6 a 10
score
0,40
0,36
0,32
0,28
6
7
8
9
10
p


Scores de todos os rankings
com k = 2 p = 2 a 10
score
1,0
0,8
0,6
0,4
ranking
p
2
3
4
5
6
7
8
9
10

3 O *ranking* concorda com a lista? Correlações

3.1 Spearman

Uma idéia seria ???

Como são dois vetores de *ranks*, o coeficiente de correlação de Spearman é igual ao de Pearson.

Definimos a função $s()$ para calcular este valor como *score* de um *ranking*.

Como a lista é dada e fixa, só faz sentido, na prática, comparar *rankings* com o mesmo valor de k.

A tabela abaixo mostra que usar correlação não faz sentido. Por exemplo, `-xx` recebe um *score* muito pior ($-0{,}5$) do que `-x-------x` ($-0{,}01$):

ranking_str	s
xx	1,00000000
x-x	0,50000000
x–x	0,31622777
x—x	0,22360680
x—-x	0,16903085
x——x	0,13363062
x———x	0,10910895
x———-x	0,09128709
x————x	0,07784989
-x———-x	-0,01729998
-x———x	-0,02282177
-x——x	-0,03117398
-x—-x	-0,04454354
-x—x	-0,06761234
-x–x	-0,11180340
–x———x	-0,11244985
–x——x	-0,13693064
–x—-x	-0,17145691
—x——x	-0,20759972
-x-x	-0,21081851

–x—x	-0,22271770
—x—-x	-0,25103951
—-x—-x	-0,30274959
–x–x	-0,30425553
—x—x	-0,31173984
—-x—x	-0,36514837
——x—x	-0,39789946
—x–x	-0,40089186
–x-x	-0,44721360
—-x–x	-0,45202277
——x–x	-0,47925724
———x–x	-0,49304933
-xx	-0,50000000
—x-x	-0,54089872
—-x-x	-0,57906602
———-x-x	-0,58819920
——x-x	-0,59230570
———x-x	-0,59336610
————xx	-0,68334907
———-xx	-0,70747497
———xx	-0,73258863
–xx	-0,73786479
——xx	-0,75724019
—-xx	-0,77754191
—xx	-0,78262379

Devemos abandonar Spearman como medida da qualidade de um *ranking*?

3.1.1 Tentativa de salvar Spearman

Talvez possamos salvar a situação se colocarmos os elementos do *ranking* que não aparecem na lista como todos empatados na posição $p + 1$, e não na posição $k + 1$.

ranking_str	s
xx	1,00000000
x-x	0,50000000
x–x	0,31622777
x—x	0,22360680
x—-x	0,16903085
x——x	0,13363062
x———x	0,10910895

x———-x	0,09128709
x———x	0,07784989
-x———-x	-0,01729998
-x———x	-0,02282177
-x——x	-0,03117398
-x—-x	-0,04454354
-x—x	-0,06761234
-x–x	-0,11180340
–x———x	-0,11244985
–x——x	-0,13693064
–x—-x	-0,17145691
—x——x	-0,20759972
-x-x	-0,21081851
–x—x	-0,22271770
—x—-x	-0,25103951
—-x—-x	-0,30274959
–x–x	-0,30425553
—x—x	-0,31173984
—-x—x	-0,36514837
——x—x	-0,39789946
—x–x	-0,40089186
–x-x	-0,44721360
—-x–x	-0,45202277
——x–x	-0,47925724
———x–x	-0,49304933
-xx	-0,50000000
—x-x	-0,54089872
—-x-x	-0,57906602
———-x-x	-0,58819920
——x-x	-0,59230570
———x-x	-0,59336610
———xx	-0,68334907
———-xx	-0,70747497
———xx	-0,73258863
–xx	-0,73786479
——xx	-0,75724019
—-xx	-0,77754191
—xx	-0,78262379

Nada mudou. As duas funções ordenam os *rankings* da mesma maneira, com os mesmos *scores* (!):

```
identical(df1$s, df2$s)
```

```
[1] TRUE
```

3.2 Kendall

O coeficiente de correlação ordinal de Kendall... ???

No R: *When there are ties, Kendall's τ_b is computed, as proposed by Kendall (1945).*

ranking_str	s
xx	1,00000000
x-x	0,33333333
x–x	0,18257419
x—x	0,11952286
x—-x	0,08606630
x——x	0,06579517
x———x	0,05241424
x———-x	0,04303315
x————x	0,03615508
-x———-x	-0,03615508
-x———x	-0,04303315
-x——x	-0,05241424
-x—-x	-0,06579517
-x—x	-0,08606630
–x———x	-0,10846523
-x–x	-0,11952286
–x——x	-0,12909944
–x—-x	-0,15724273
—x——x	-0,18077538
-x-x	-0,18257419
–x—x	-0,19738551
—x—-x	-0,21516574
—-x—-x	-0,25308553
–x–x	-0,25819889
—x—x	-0,26207121
—-x—x	-0,30123204
——x—x	-0,32539569
—x–x	-0,32897585
-xx	-0,33333333

–x-x	-0,35856858
—-x–x	-0,36689969
——x–x	-0,38729833
———x–x	-0,39770584
—x-x	-0,43033148
—-x-x	-0,46056619
———-x-x	-0,47001599
——x-x	-0,47172818
———x-x	-0,47336463
————xx	-0,54232614
–xx	-0,54772256
———-xx	-0,55943093
———xx	-0,57655666
——xx	-0,59215653
—xx	-0,59761430
—-xx	-0,60246408

Existem diferenças em relação a Spearman, mas as incoerências persistem.

3.3 Gama

https://rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com/274882_577e32945b27447a98b1c2ac1dd02adf.html

ranking_str	s
xx	1,00000000
x-x	0,33333333
x–x	0,20000000
x—x	0,14285714
x—-x	0,11111111
x——x	0,09090909
x———x	0,07692308
x———-x	0,06666667
x————x	0,05882353
-x———-x	-0,05882353
-x———x	-0,06666667
-x——x	-0,07692308
-x—-x	-0,09090909
-x—x	-0,11111111
-x–x	-0,14285714

–x——x	-0,17647059
-x-x	-0,20000000
–x——x	-0,20000000
–x—-x	-0,23076923
–x—x	-0,27272727
—x——x	-0,29411765
-xx	-0,33333333
–x–x	-0,33333333
—x—-x	-0,33333333
—x—x	-0,38461538
—-x—-x	-0,41176471
–x-x	-0,42857143
—x–x	-0,45454545
—-x—x	-0,46666667
——x—x	-0,52941176
—-x–x	-0,53846154
—x-x	-0,55555556
–xx	-0,60000000
——x–x	-0,60000000
—-x-x	-0,63636364
———x–x	-0,64705882
——x-x	-0,69230769
—xx	-0,71428571
———x-x	-0,73333333
———-x-x	-0,76470588
—-xx	-0,77777778
——xx	-0,81818182
———xx	-0,84615385
———-xx	-0,86666667
———xx	-0,88235294

Nada feito.

3.4 Covariância das posições

Não divide pelo produto dos desvios-padrão.

ranking_str	s
xx	0,5000000
x-x	0,5000000

x–x	0,5000000
x—x	0,5000000
x—-x	0,5000000
x——x	0,5000000
x———x	0,5000000
x———-x	0,5000000
x————x	0,5000000
-x———-x	-0,1111111
-x———x	-0,1250000
-x——x	-0,1428571
-x—-x	-0,1666667
-x—x	-0,2000000
-x–x	-0,2500000
-x-x	-0,3333333
-xx	-0,5000000
–x———x	-0,7222222
–x——x	-0,7500000
–x—-x	-0,7857143
–x—x	-0,8333333
–x–x	-0,9000000
–x-x	-1,0000000
–xx	-1,1666667
—x——x	-1,3333333
—x—-x	-1,3750000
—x—x	-1,4285714
—x–x	-1,5000000
—x-x	-1,6000000
—xx	-1,7500000
—-x—-x	-1,9444444
—-x—x	-2,0000000
—-x–x	-2,0714286
—-x-x	-2,1666667
—-xx	-2,3000000
——x—x	-2,5555556
——x–x	-2,6250000
——x-x	-2,7142857
——xx	-2,8333333
———x–x	-3,1666667
———x-x	-3,2500000
———xx	-3,3571429
————-x-x	-3,7777778
————-xx	-3,8750000

———xx	-4,3888889

Nada feito também.

3.5 Covariância, com empates mais para trás

ranking_str	s
xx	0,5000000
x-x	0,5000000
x–x	0,5000000
x—x	0,5000000
x—-x	0,5000000
x——x	0,5000000
x———x	0,5000000
x———-x	0,5000000
x————x	0,5000000
-x———-x	-0,1111111
-x———x	-0,1250000
-x——x	-0,1428571
-x—-x	-0,1666667
-x—x	-0,2000000
-x–x	-0,2500000
-x-x	-0,3333333
-xx	-0,5000000
–x———x	-0,7222222
–x——x	-0,7500000
–x—-x	-0,7857143
–x—x	-0,8333333
–x–x	-0,9000000
–x-x	-1,0000000
–xx	-1,1666667
—x——x	-1,3333333
—x—-x	-1,3750000
—x—x	-1,4285714
—x–x	-1,5000000
—x-x	-1,6000000
—xx	-1,7500000
—-x—-x	-1,9444444
—-x—x	-2,0000000

—-x–x	-2,0714286
—-x-x	-2,1666667
—-xx	-2,3000000
——x—x	-2,5555556
——x–x	-2,6250000
——x-x	-2,7142857
——xx	-2,8333333
———x–x	-3,1666667
———x-x	-3,2500000
———xx	-3,3571429
———-x-x	-3,7777778
———-xx	-3,8750000
————xx	-4,3888889

Também não.

3.6 Conclusão (?)

Talvez o problema esteja na maneira como estou acomodando os elementos no final da lista. Pensar a respeito.