

Material Teórico - Módulo de UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO E DE ÁREAS

Unidades de Medida de Comprimento e Primeiros Exercícios

Sexto Ano do Ensino Fundamental

**Prof. Francisco Bruno Holanda
Prof. Antonio Caminha Muniz Neto**

12 de dezembro de 2020



1 Introdução

Nesse módulo, iremos tratar sobre unidades de medida de comprimento e área.

Vamos começar nossa discussão analisando uma situação hipotética na qual uma mulher, grávida de seu primeiro filho, está navegando na Internet em busca de informações sobre o processo de gestação. Ela encontra um site que contém a ilustração e o texto informativo apresentados a seguir:

Ilustração retirada do site:



Texto retirado do site:

“Seu peso é de, aproximadamente, 1 kg e seu tamanho está por volta de 36 cm, o que equivale a um pé de alface. A agitação do bebê dentro da barriga se alterna com períodos de muito sono, nos quais ele chega a dormir quase 12 horas por dia.”

Observe que o site apresenta o tamanho aproximado do bebê, em uma gestação de 28 semanas, de duas formas diferentes: Na primeira, compara o bebê a um “pé de alface”; na segunda, afirma que seu tamanho é por volta de 36 centímetros. Agora perguntamos ao leitor: *em qual das afirmações o tamanho do bebê é informado de maneira mais clara?*

Veja que se você e um amigo tiverem, cada um, uma régua de 40cm, ambas terão o mesmo tamanho. Porém, dois pés de alface podem ter tamanhos bem diferentes.

Isso ocorre pois a medida de comprimento “centímetro” é um tamanho padrão, estabelecido internacionalmente. Essa padronização é que permite que os tamanhos dos objetos sejam compreendidos de maneira clara e uniforme entre as pessoas.

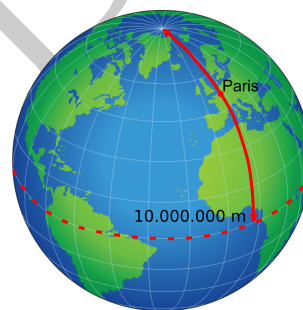
Ao longo desse material, estudaremos as principais medidas de comprimento utilizadas no Brasil e em outros países.

2 O sistema métrico

O sistema métrico é um sistema de medição internacional **decimalizado**, que surgiu pela primeira vez na França, durante a Revolução Francesa, visando a minimizar a dificuldade de funcionamento do comércio e da indústria, devido à existência de diversos padrões de medida.

Esse sistema é ancorado em dois conceitos básicos: uma medida-base, o *metro*, e medidas múltiplas e submúltiplas do metro, as quais são obtidas multiplicando-se a medida-base por potências de dez.

Em 1793, foi definido (por convenção) que a medida-base (o metro) seria a décima milionésima parte da distância da linha do Equador ao polo Norte, ao longo do meridiano passando por Paris. Em outras palavras, a distância entre o polo Norte da Terra e a linha do Equador, ao longo do meridiano passando por Paris, seria de 10 milhões de metros. Veja a figura a seguir:



Observação 1. A importância de especificar que a distância correspondia ao meridiano passando por Paris foi importante, tendo em vista que a Terra tem um formato aproximadamente, mas não exatamente, esférico. Assim, a distância da linha do Equador ao polo Norte, medida ao longo de outros meridianos, pode diferir ligeiramente daquela medida ao longo do meridiano que passa por Paris.

Entretanto, existem situações nas quais o uso exclusivo da unidade-base deixa de ser prático. Isso ocorre quando queremos medir grandes extensões ou objetos muito pequenos.

Por tais razões, emprega-se os múltiplos e submúltiplos do metro, os quais também são chamados de *unidades secundárias* de comprimento. Elas são definidas de acordo com as tabelas a seguir:

Múltiplo	Nome	Símbolo
10^0	metro	m
10^1	decâmetro	dam
10^2	hectômetro	hm
10^3	quilômetro	km
10^6	megametro	Mm
10^9	gigametro	Gm
10^{12}	terametro	Tm
10^{15}	petametro	Pm
10^{18}	exametro	Em
10^{21}	zettametro	Zm
10^{24}	iotametro	Ym

Submúltiplo	Nome	Símbolo
10^0	metro	m
10^{-1}	decímetro	dm
10^{-2}	centímetro	cm
10^{-3}	milímetro	mm
10^{-6}	micrometro	μm
10^{-9}	nanometro	nm
10^{-12}	picometro	pm
10^{-15}	femtômetro	fm
10^{-18}	attometro	am
10^{-21}	zeptômetro	zm
10^{-24}	yoctômetro	ym

As medidas secundárias mais utilizadas são: milímetro, centímetro, decímetro e quilômetro.

Observe que, para somarmos comprimentos de objetos calculados em medidas diferentes, devemos, antes, transformar todos os comprimentos para uma mesma medida. Os exercícios a seguir ilustram esse ponto.

Exercício 2. *Fábio está treinando para uma corrida. Ele dividiu seu treino em três etapas: na primeira correu 2km, na segunda andou 800 metros e na terceira correu 3km. Quantos metros ele percorreu ao todo, durante esse treino?*

Solução. Convertendo quilômetros para metros, temos que $2\text{km}=2000\text{m}$ e $3\text{km}=3000\text{m}$. Somando-se todas as medidas em metros, obtemos:

$$2000 + 800 + 3000 = 5800$$

metros. □

Exercício 3. *Converta a medida 16 cm para hectômetros.*

Solução. O primeiro passo é analisar quantas casas decimais temos de distância, entre o centímetro e o hectômetro. No caso, são 4 casas. Como iremos converter de uma unidade menor para uma maior, dividiremos por 10000 (que corresponde a mover a vírgula 4 casas à esquerda). Portanto, temos que

$$16\text{cm} \div 10000 = 0,0016\text{hm}.$$
□

2.1 Medida Imperial

Além do sistema métrico, um outro sistema (conhecido como sistema imperial ou sistema inglês) ainda é utilizado no Brasil, mas seu uso é restrito a situações específicas. Esse sistema baseia-se na unidades **polegada, pé, jarda e milha**.

Por exemplo, as telas de computadores e celulares (a partir do comprimento da diagonal da tela) são medidas em polegadas, sendo que 1 polegada equivale a 2,54 centímetros.

Porém, esse sistema não é decimalizado. Isso significa que, para passar de uma medida para a outra, não basta multiplicar por uma potência de dez. A seguir, veja como converter entre as principais medidas desse sistema:

- 1 Polegada (in) = 2,54 cm.
- 1 Pé (ft) = 12 in = 30,48 cm.
- 1 Jarda (yd) = 3 ft = 36 in = 91,44 cm.
- 1 Rod (rd) = 5,5 yd = 16,5 ft = 198 in = 5,0292 m.
- 1 Corrente (ch) = 4 rd = 22 yd = 66 ft = 792 in = 20,1168 m.
- 1 Furlong (fur) = 10 ch = 40 rd = 220 yd = 660 ft = 7 920 in = 201,168 m.
- 1 Milha (mi) = 8 fur = 80 ch = 320 rd = 1 760 yd = 5280 ft = 63 360 in = 1 609,344 m = 1,609344 km.
- 1 Léguas = 3 mi = 24 fur = 240 ch = 960 rd = 5 280 yd = 15 840 ft = 190 080 in = 4 828,032 m = 4,828032 km.

Devido à óbvia pouca praticidade dos cálculos acima, esse sistema vem caindo em desuso em diversos países do mundo.

3 Exercícios

Uma aplicação comum das unidades de medida está do cálculo do **perímetro** de figuras geométricas planas. Ele é definido como a *medida do contorno* da figura.

Quando esse contorno é formado por uma quantidade finita de segmentos de reta, o perímetro é calculado como a soma das medidas desses segmentos.

Conforme você verá a seguir, a maior parte dos exercícios propostos serão sobre o cálculo de perímetros.

Exercício 4. *O lado de um triângulo equilátero é 6cm. Qual é a medida do seu perímetro?*

Solução. Um triângulo equilátero possui três lados iguais. Assim, se um lado mede 6cm, seu perímetro será $3 \times 6 = 18\text{cm}$. □

Exercício 5. Um pentágono é formado da seguinte maneira: dado o lado com a menor medida, o próximo lado mede o dobro do seu comprimento, o seguinte mede o triplo, e o quarto e o quinto medem o quádruplo do de menor medida. Sabendo que o perímetro desse pentágono é igual a 280 cm, qual é a medida do seu maior lado?

- (a) 10 cm.
- (b) 50 cm.
- (c) 80 cm.
- (d) 100 cm.
- (e) 20 cm.

Solução. Seja x a medida do menor lado. Os demais lados terão medidas $2x$, $3x$, $4x$ e $4x$. Assim,

$$x + 2x + 3x + 4x + 4x = 280.$$

$$14x = 280$$

$$x = 20$$

Portanto, o maior lado terá medida $4x = 80$. **Letra C.** \square

Exercício 6. Quatro retângulos idênticos foram utilizados para construir duas figuras. O perímetro da primeira é 42 e o da segunda é 48. Qual é o perímetro de cada um dos quatro retângulos idênticos?

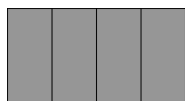


Figura 1: Perímetro 42.



Figura 2: Perímetro 48.

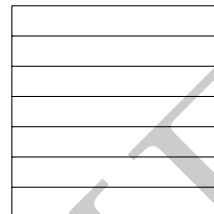
Solução. Sejam x e y as dimensões dos quatro retângulos idênticos, sendo x a menor.

As dimensões da primeira figura são y (a menor) e $4x$ (a maior), de forma que seu perímetro vale $8x + 2y$. Assim, $8x + 2y = 42$. As dimensões da segunda figura são x (a menor) e $4y$ (a maior), de forma que seu perímetro é $2x + 8y$. Assim $2x + 8y = 48$.

Somando-se as duas equações, temos que $10x + 10y = 90$. Dividindo ambos os lados por 5, chegamos a $2x + 2y = 18$, e este é o perímetro dos quatro retângulos iguais. \square

Observação 7. Veja que utilizamos as incógnitas na resolução anterior apenas para facilitar a explicação, não tendo sido necessário resolver o sistema de equações.

Exercício 8. Um quadrado é dividido em sete retângulos, como mostrado na figura abaixo. Se o perímetro de cada um desses retângulos é 32cm, quanto mede o perímetro do quadrado?



Solução. Seja x a medida do menor lado de um dos sete retângulos. Como o lado vertical do quadrado é formado por sete destes lados menores dos retângulos, o lado do quadrado será $7x$.

Portanto, pela figura, podemos concluir que o outro lado do retângulo será $7x$. Assim, como o perímetro do retângulo é 32, temos que

$$x + 7x + x + 7x = 32 \Rightarrow 16x = 32 \Rightarrow x = 2.$$

Então, o perímetro do quadrado será $4 \cdot 7x = 56$. \square

4 Sugestões ao professores

Separe dois encontros de 50 minutos cada para apresentar o conteúdo desse material.

Na primeira parte, promova um debate no qual a turma perceba as vantagens de um sistema de medida decimalizado em relação ao sistema imperial. Apresente os múltiplos e submúltiplos do metro e resolva alguns problemas simples de conversão de uma medida em outras. Permita que os alunos pesquisem as tabelas apresentadas durante os exercícios. Lembre-se de que o mais importante é que os alunos aprendam a fazer as conversões e não que eles decorem as potências de dez que fazem as conversões.

Na segunda parte, resolva os exercícios sobre perímetros. Se possível, dê tempo aos alunos para pensarem nas questões propostas. Será mais efetivo para a aprendizagem da turma resolver poucos exercícios de forma ativa do que muitos de forma passiva.

Referências

- [1] Bruno Holanda and Emiliano A. Chagas. *Círculos de Matemática da OBMEP, Volume 2: Primeiros passos em Geometria*. IMPA, 2020.