

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

TEORIA DE CIRCUITOS

TRABAJO PRÁCTICO INDIVIDUAL N°1

Filtros Pasivos y Análisis Computacional

Alumno:

Facundo Nicolas MOLINA 60.526
Grupo 6

Responsables de la cátedra:

Daniel Andres JACOBY
Carlos BELAUSTEGUI GOITIA

Presentado: 25/8/2020 [ENTREGA FUERA DE TERMINO]
Corrección:

1 Filtro notch pasivo

Se conoce como filtro notch o rechaza banda a la configuración de circuito electrico que "elimina" las señales cuyas frecuencias son cercanas a la frecuencia de corte del filtro, dejando pasar en el resto de las frecuencias.

A partir de los resultados obtenidos de la parte grupal del trabajo práctico, se realiza un análisis de la respuesta en frecuencia del circuito planteado y el diseño del circuito en un PCB.

1.1 Cálculo, simulación y medición

Se mantiene el mismo circuito analizado en la parte grupal, con la diferencia que ahora los componentes adoptan los siguientes valores:

- $R_1 = R_2 = 3.3K\Omega$
- $R_3 = 1.5K\Omega$
- $C_1 = C_2 = 18nF$
- $C_3 = 39nF$

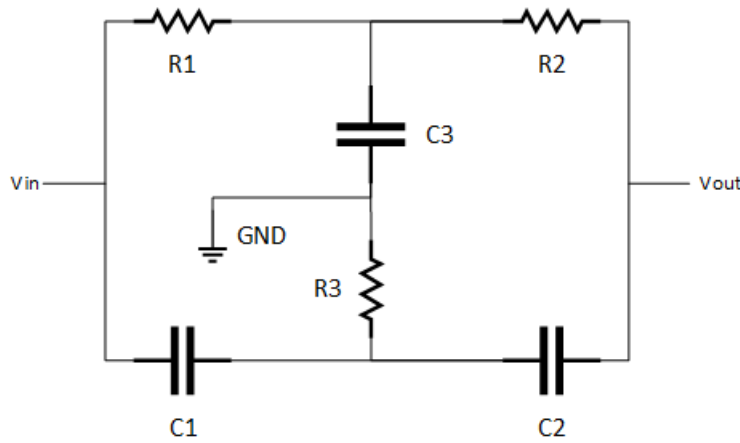


Figura 1: Filtro Notch Pasivo

Debido a que aproximadamente $C_1 = C_2 = 2C_3$ y con un margen un poco mayor $R_1 = R_2 = 2R_3$, se decide emplear la función transferencia obtenida del TP grupal para el análisis:

$$H(s) = \frac{s^2 C^2 R^2 + 1}{s^2 R^2 C^2 + s 4RC + 1}$$

Ya que en el circuito para R_1 y R_2 se usó el valor comercial de resistencias de $3.3k\Omega$, se emplea ese valor junto a $C = 18nF$ en la función transferencia. Reemplazando, se obtiene la función:

$$H(s) = \frac{3.53 \cdot 10^{-9} \cdot s^2 + 1}{3.53 \cdot 10^{-9} \cdot s^2 + 2.38 \cdot 10^{-4} \cdot s + 1}$$

Obteniendo una frecuencia de corte igual a:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \Rightarrow f_0 \approx 2679.38Hz$$

A fin de estudiar la respuesta en frecuencia del circuito, se realizó una simulación en LTSpice estableciendo los parametros para un análisis de Monte Carlo.

Asimismo, se estudió el circuito usando componentes comerciales con el equipo *Digilent electronics explorer*, provisto por la universidad, obteniendo mediciones mediante la plataforma *WaveForms*.

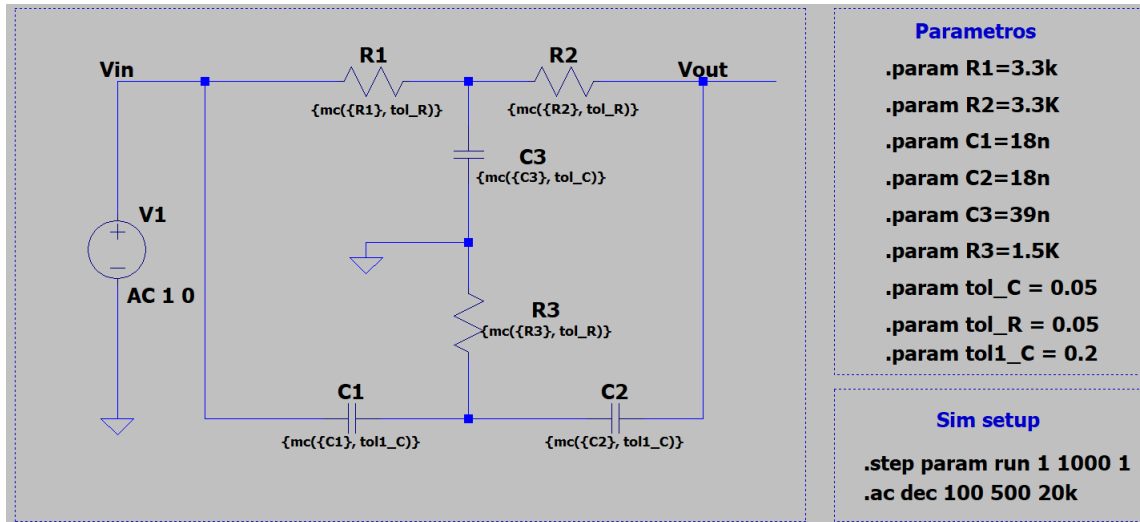


Figura 2: Simulación en LTSpice

Para realizar el circuito, se utilizaron resistores comerciales del valor planteado con una tolerancia del 5%; un capacitor de $39nF$ con una tolerancia nominal del 20%; dos capacitores de $100nF$ y dos de $22nF$, ambos con tolerancia del 5%, dispuestos en serie para obtener una capacitancia aproximada de $18.033nF$, valor sumamente cercano a los requeridos.

En la construcción del circuito en el protoboard se trató de minimizar el uso de cables entre los componentes para evitar sumar resistencias adicionales, aunque mínimas.

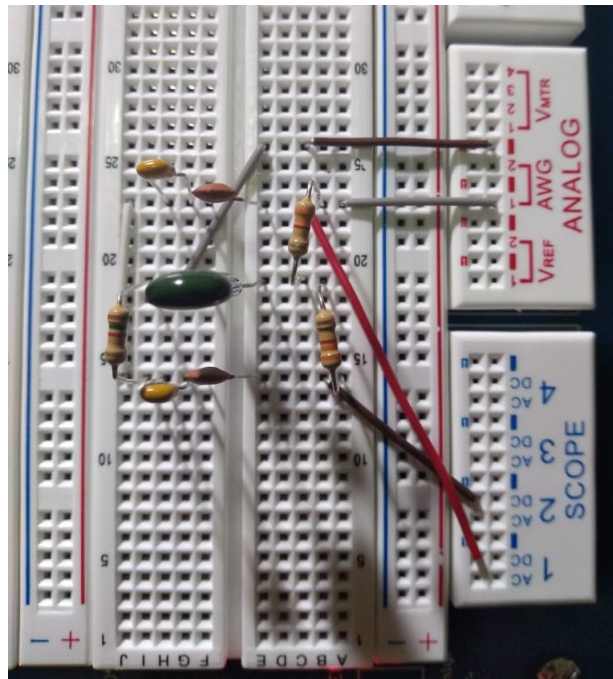


Figura 3: Circuito en protoboard

1.2 Diseño de PCB

Para poder medir realmente el circuito en funcionamiento en la práctica, se requeriría imprimirlo en PCB, conectar sus componentes, alimentarlo con una fuente y relevar los valores con un osciloscopio.

Se diseñó un prototipo del circuito planteado. Se dispusieron pistas de 0,7 mm, con chanfles a 45° .

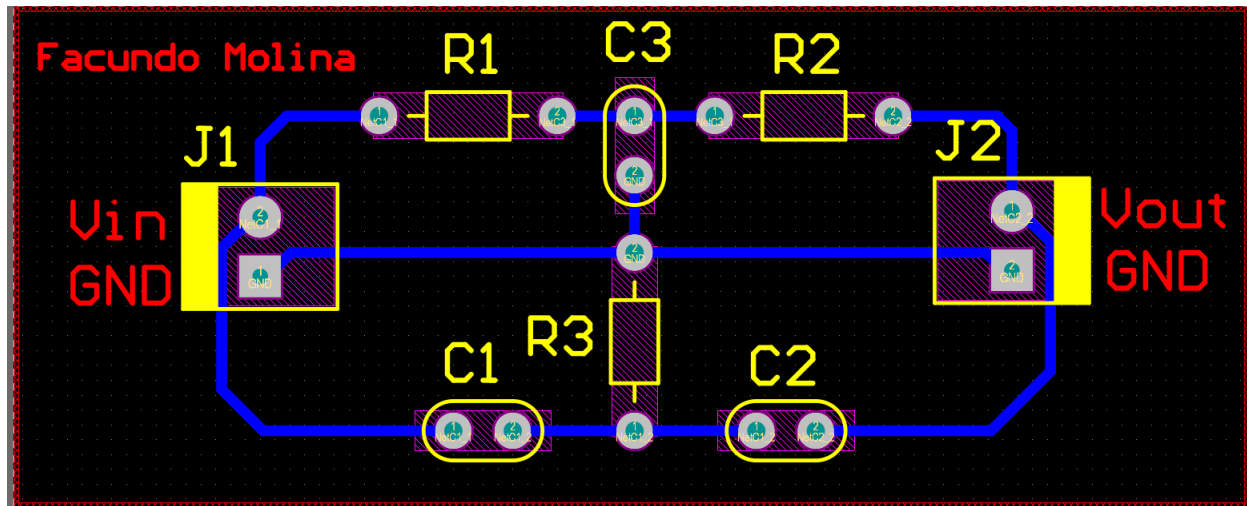


Figura 4: Diseño de PCB en Altium

1.3 Análisis de resultados

Se construyeron las funciones transferencia en escala semilogarítmica a partir de la función teórica, la simulación en LTSpice y de las mediciones relevadas en *WaveForms*. Se las superpuso de modo de realizar un análisis. Del Monte Carlo en LTSpice se representaron 14 mediciones.

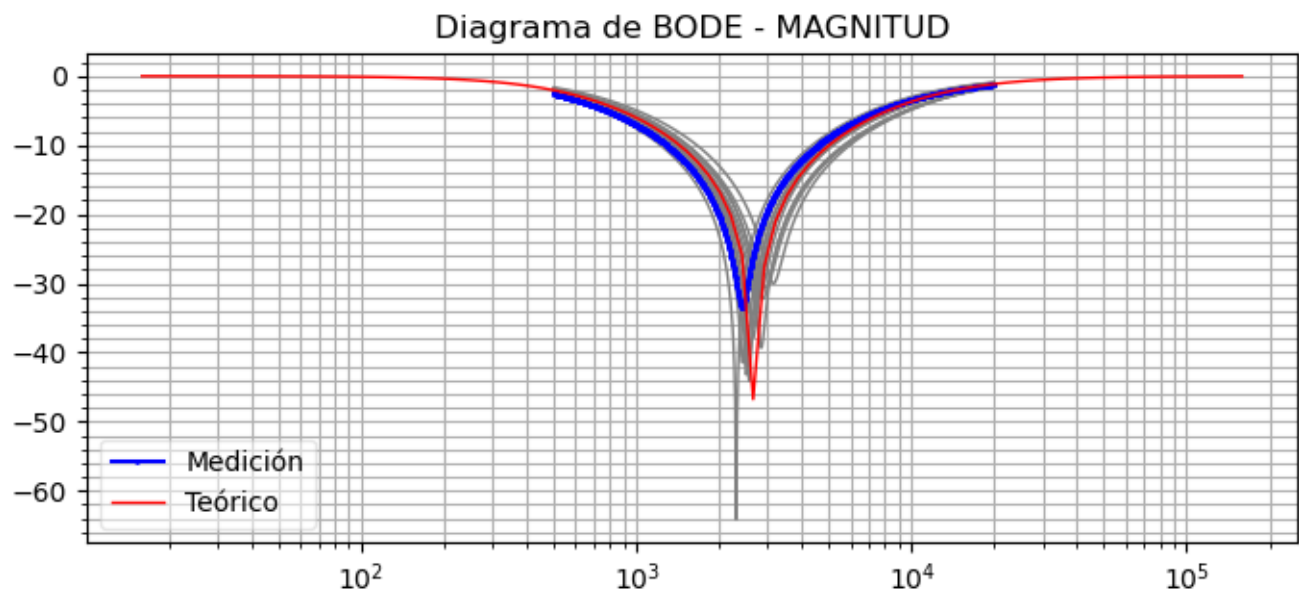


Figura 5: Diagrama de Bode: Ganancia. Superposición ganancia teórica, medida y simulada (gris)

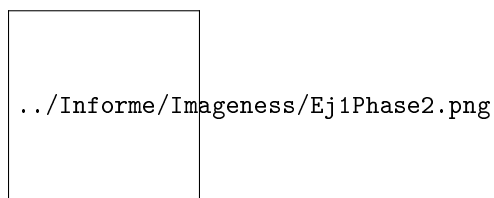


Figura 6: Diagrama de Bode: Fase. Superposición fase teórica, medida y simulada (gris)

Como mayores características de la función transferencia del filtro notch, resalta la pronunciada caída en la ganancia alrededor de la frecuencia de corte y el salto en la fase al pasar por dicho valor. Aunque con discrepancias, se visualiza una similitud entre las curvas, aproximando en la práctica a los valores esperados teóricamente. No obstante, se puede notar que el mínimo de la ganancia medida es menor a lo esperado por la teoría en la frecuencia de corte. Esto último se podría deber a la dificultad que se tiene en medir la señal cuando esta tiene una frecuencia cercana a la de corte y por la diferencia de los valores nominales y reales de los componentes. Por otra parte, los gráficos discrepan en cuanto al valor de la frecuencia de corte teórica, siendo menor en el gráfico de las mediciones. Esto último se puede deber al hecho que para estudiar la función teórica en este informe se empleó una aproximación junto a que los componentes pueden presentar una variación. Aun así, se visualiza que los resultados teóricos y medidos se encuentran dentro de los simulados mediante el Monte Carlo en LTSpice, el cual permite analizar la respuesta del circuito teniendo en cuenta las tolerancias mencionadas de los componentes utilizados.

En cuanto a la fase, el salto en las mediciones y simulación se da en un intervalo y no de forma inmediata como lo que se preveía teóricamente, hecho que se debe a que en la realidad el cambio no es inmediato.

2 Filtro pasa-bajos pasivo

Un filtro pasa-bajos se caracteriza por permitir el paso de señales con frecuencias bajas (relativas a la frecuencia de corte) y atenuar las frecuencias altas. En la siguiente sección se realizará un análisis de su respuesta a señal a distintas frecuencias.

2.1 Cálculo y diseño de circuito

El filtro se compone por un resistor y un capacitor, tomando la salida sobre el último.

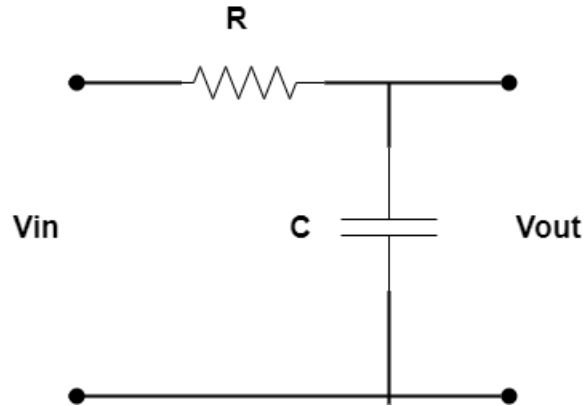


Figura 7: Esquema filtro pasa bajos

Se obtiene la función transferencia del sistema empleando un divisor de tensión en V_0 :

$$H(s) = \frac{1}{sCR + 1}$$

Se utilizaron los siguientes valores para los componentes:

- $R = 1K\Omega$
- $C = 10nF$

Reemplazando los valores, se obtiene la función transferencia:

$$H(s) = \frac{1}{1 \cdot 10^{-5} \cdot s + 1}$$

Cuya frecuencia de corte resulta:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \Rightarrow f_0 \geq 15915,5Hz$$

Se armó el circuito en el protobard (ver Figura 8). Se empleó un resistor con tolerancia del 5% y un capacitor con tolerancia nominal.

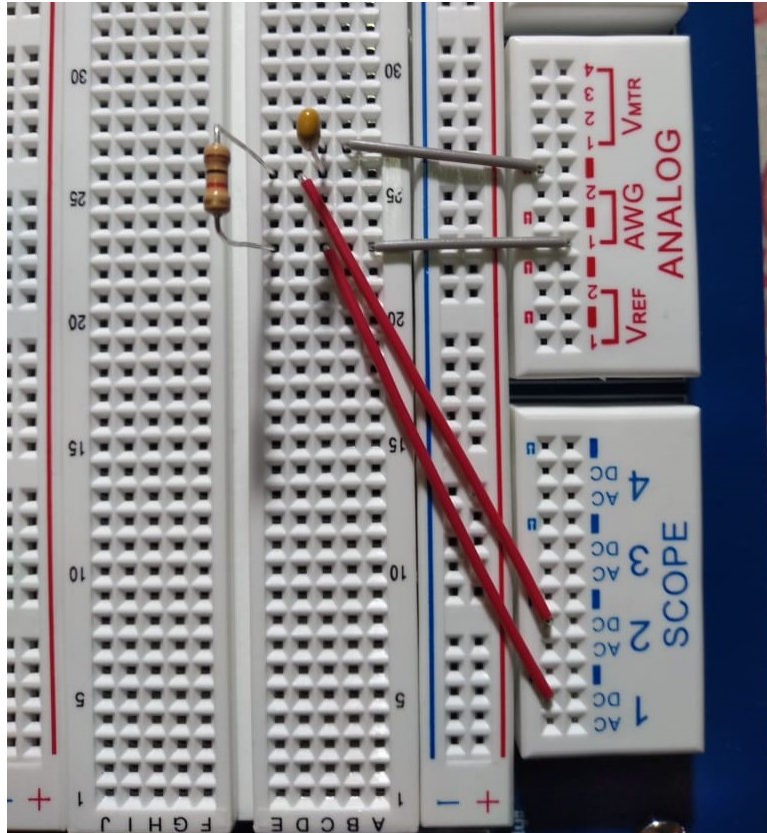


Figura 8: Circuito en protoboard

2.2 Respuesta a señal de entrada y análisis a distintas frecuencias

Se realizó el análisis de la respuesta del circuito a una señal de entrada cuadrada de $6V_p$ a distintas frecuencias.

Al suministrar la señal cuadrada a una frecuencia de $8kHz$, se puede observar la atenuación de la señal de salida (curva azul, Figura 9), la cual pierde la forma cuadrada y muestra intervalos de caídas y subidas entre los valores absolutos de la tensión suministrada. La causa de esto se encuentra en la presencia de un capacitor, el cual tiene intervalos de carga y descarga.

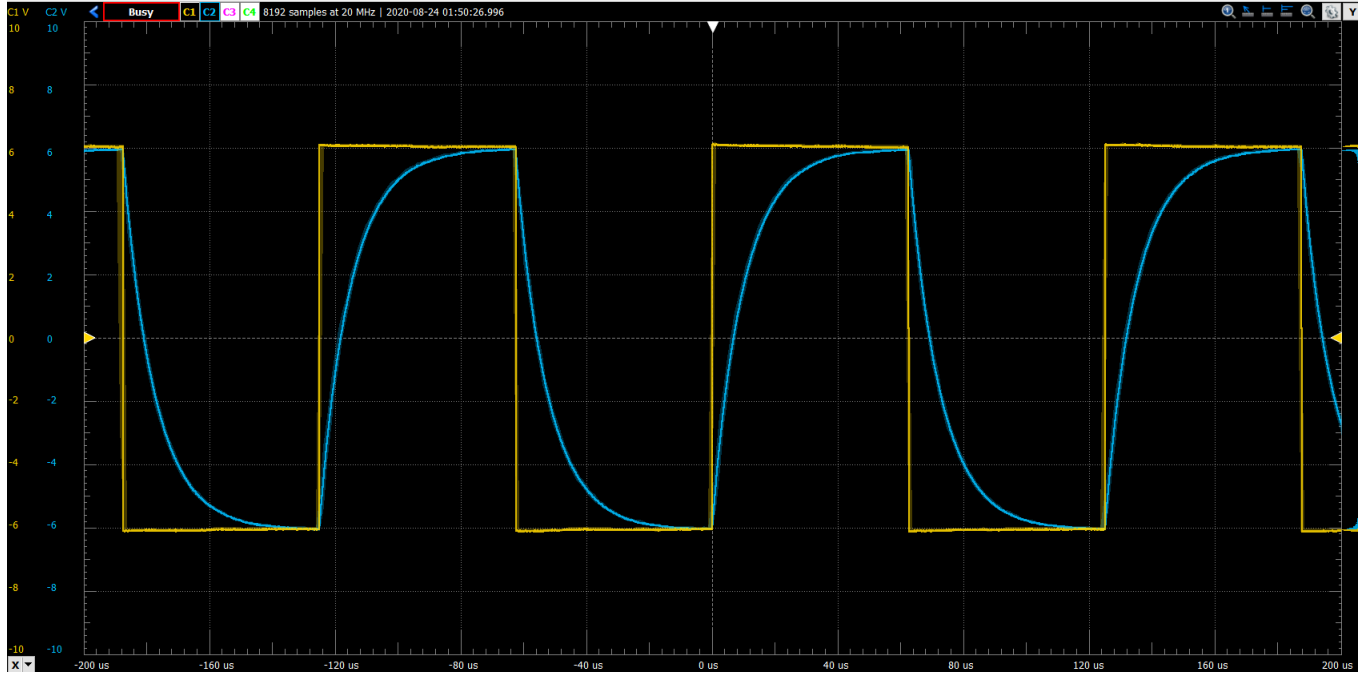


Figura 9: Señal de entrada cuadrada de $6V_{pp}$ a $8kHz$ (amarillo) y señal de salida (azul)

A 160 Hz, la señal de salida es prácticamente igual a la señal de entrada. En este caso, la frecuencia de la señal de entrada está muy alejada de la frecuencia de corte del sistema. Con estas dos situaciones resulta evidente el accionar de un filtro pasa bajos, permitiendo el paso casi sin afectar a bajas frecuencias respecto a la de corte, y atenuada a frecuencias altas.

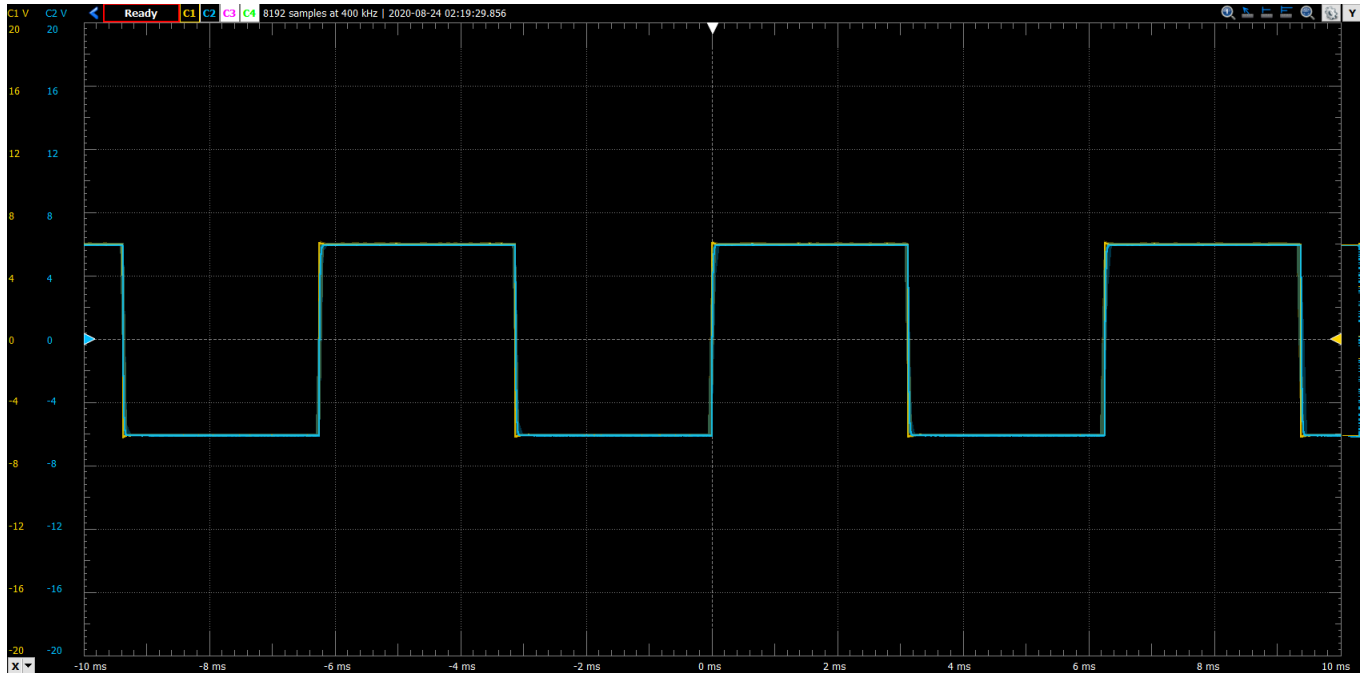


Figura 10: Señal de entrada cuadrada de $6V_{pp}$ a $160Hz$ (amarillo) y señal de salida (azul)

Un análisis de los armónicos (componentes) de la señal de entrada y de salida del sistema permite visualizar las características del mismo.

$$x(t) = \begin{cases} -A & \text{si } \frac{T}{2} \leq t \leq 0 \\ A & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \end{cases} \quad (\text{mod } 2).$$

Si se piensa en su serie trigonométrica de Fourier:

$$x(t) = a_0 + \sum_1^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)$$

Luego, $a_0 = a_n = 0$ por ser función impar. Calculando los coeficientes b_n se obtiene:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} A \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt = -2A \left[\frac{(-1)^n - 1}{n\pi} \right]$$

$$b_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ par} \\ \frac{4A}{n\pi} & \text{si } n \text{ impar} \end{cases} \quad (\text{mod } 2).$$

Teniendo en cuenta la relación entre los coeficientes de la serie exponencial y trigonométrica de Fourier y considerando que $A = 3$, obtengo los coeficientes de la serie exponencial:

$$X_n = \frac{j2A}{(2n+1)\pi} = \frac{j6}{(2n+1)\pi}$$

Dada la relación $Y(f) = H(f)X(f)$, como se trata de un sistema LTI (lo vemos en la $H(s)$) y teniendo en cuenta que $s = j2\pi f$, luego se pueden obtener los coeficientes de la señal de salida como:

$$Y_n = H(f_0(2n+1))X_n$$

Siendo los coeficientes de la serie exponencial de Fourier de la señal de salida:

$$Y_n = \frac{6j}{(j2\pi f_0(2n+1)RC + 1)(j\pi(2n+1))}$$

Considerando los módulos de los coeficientes de la SEF:

$$|X_n| = \frac{6}{(2n+1)\pi}$$

$$|Y_n| = \frac{6j}{\sqrt{(j2\pi^2 f_0(2n+1)^2 RC)^2 + \pi^2(2n+1)^2}}$$

De la expresión del módulo de los coeficientes de la SEF de la señal de salida se puede observar que a mayor frecuencia, el denominador es mayor y el módulo es cada vez menor. Comparando las expresiones de X_n e Y_n se ve que el filtro produce una atenuación de la señal, siendo notorios los efectos al aumentar la frecuencia f_0 .

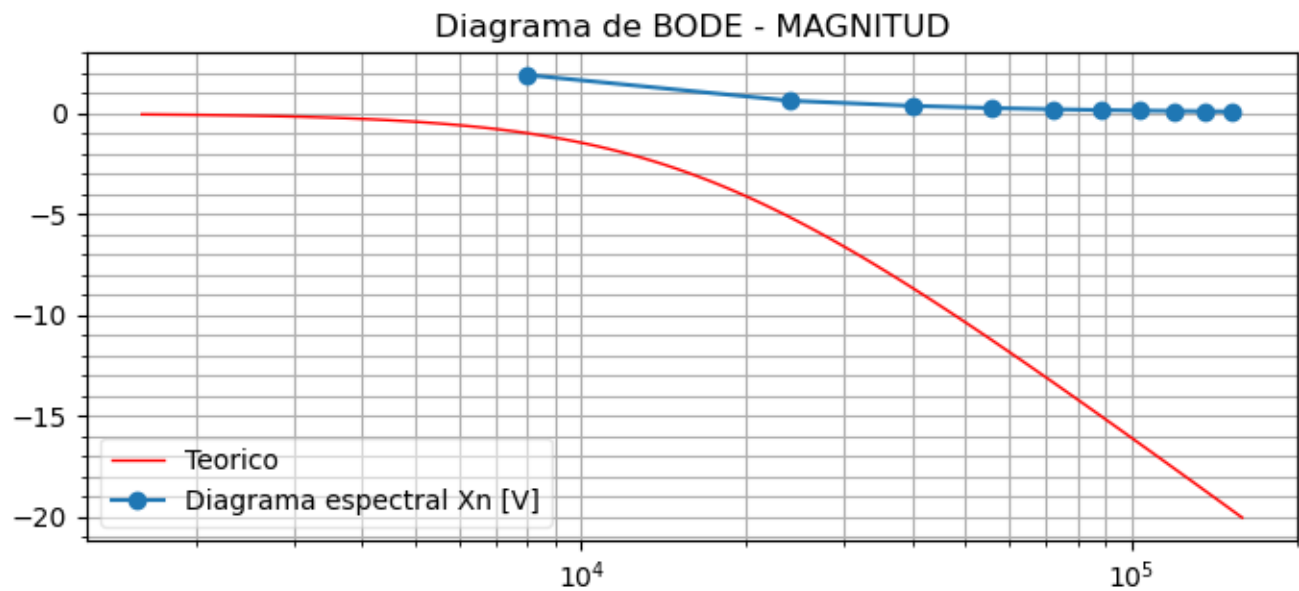


Figura 11: Diagrama de Bode: Ganancia (en dB) superpuesta con diagrama espectral de señal de entrada (en V) $f_0 = 8\text{kHz}$

En la Figura 11 se superpuso el gráfico de ganancia del diagrama de Bode (teorico y medido) con el diagrama espectral en amplitud de la SEF de la señal de entrada (los puntos aparecen unidos). Se puede observar una rápida caída de la amplitud apenas con los primeros armónicos, ubicándose además la mayoría en la zona de mayor atenuación. Al estar los armónicos en la zona de frecuencias por encima de la frecuencia de corte, la señal de salida que se formará difícilmente adopte la forma de una señal cuadrada como la de la entrada (recordemos que al expresar una función como suma de senos y cosenos o exponenciales, a mayor cantidad de términos mas se aproximará a la señal original).

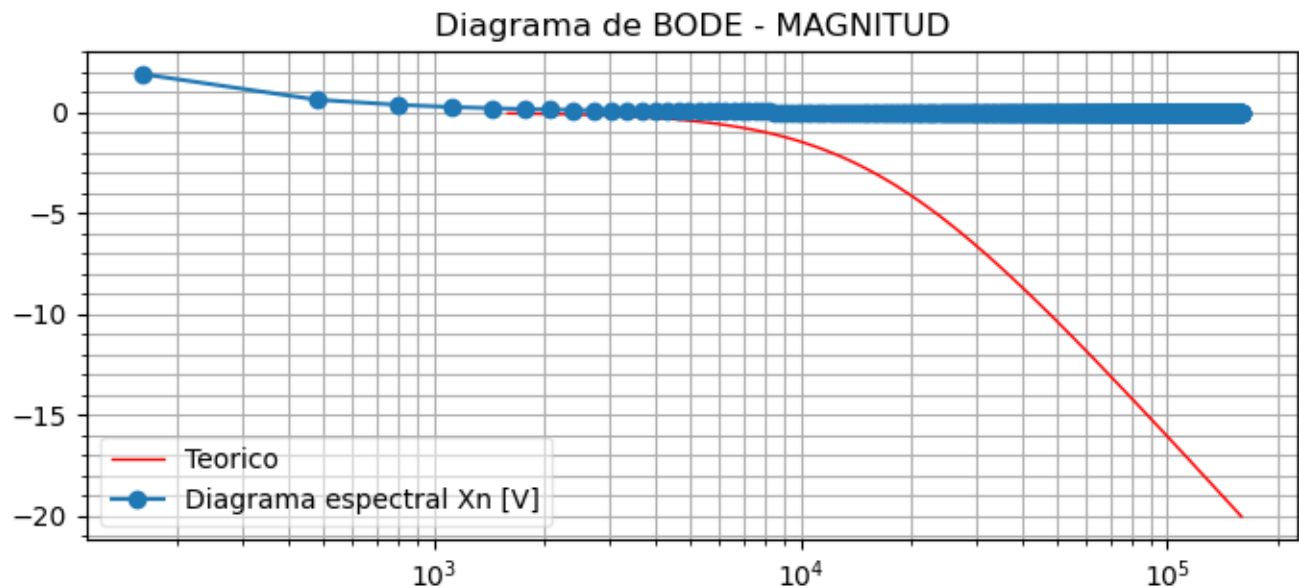


Figura 12: Diagrama de Bode: Ganancia (en dB) superpuesta con diagrama espectral de señal de entrada (en V) a una $f_0 = 160\text{Hz}$

En la Figura 12, en tanto, se observa que a una $f_0 = 160\text{Hz}$ una gran parte de los armónicos se ubican por debajo

de la frecuencia de corte (zona de poca caída en la ganancia), lo que permite que la expresión de la señal de salida tenga mas términos y se aproxime a la señal de entrada. Esto se pudo corroborar al observar la señal de salida a frecuencia. Se verifica de ambas f_0 que las componentes de la señal de entrada de mas alta frecuencia son atenuados por el filtro.

Si se eleva la frecuencia de la señal de entrada muy por encima de la frecuencia de corte, se tiene que el término $sRC \gg 1$ y la función de transferencia del circuito se aproxima a:

$$H(s) = \frac{1}{s}$$

Esta expresión de $H(s)$ podría pensarse como un 'integrador', debido a que al obtener la señal de salida se estaría "integrando", pensando en la transformada de Laplace, la señal de entrada.

Para verificarlo, se sometió al circuito a una señal de entrada de 150kHz, unas 10 veces mas que la frecuencia de corte, observandose en la salida (ver Figura 13) una señal aproximadamente triangular, resultado que corresponde con lo esperado.

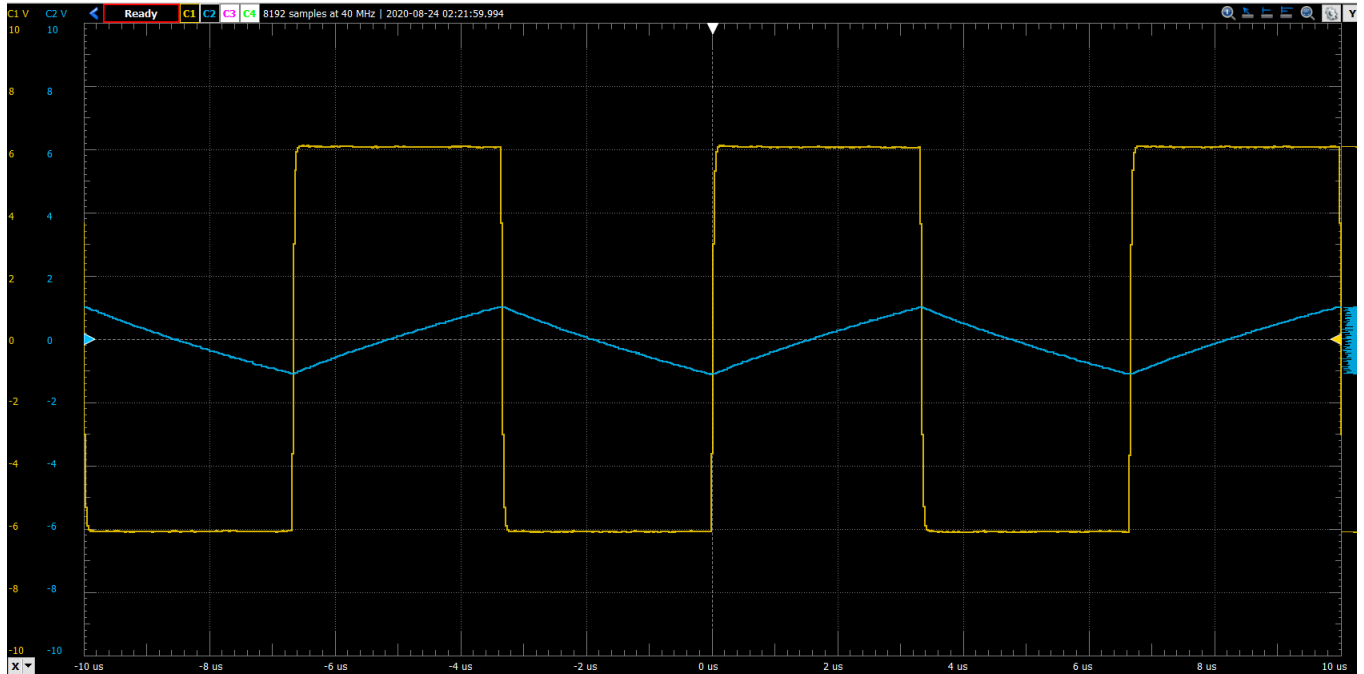


Figura 13: Señal de entrada cuadrada de $6V_{pp}$ a $150kHz$ (amarillo) y señal de salida (azul)