

# Trabajo Práctico 1er Cuatrimestre 2024

## Métodos Matemáticos y Numéricos

FACULTAD DE INGENIERÍA  
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Integrantes:

Nombre	Padron
Florencia Pratto	110416
Maria Galindez	105741
Agustina Germinario	109095

## 1 Introducción

Últimamente se han registrado grandes inundaciones en distintos puntos del país y alrededores, incluyendo el Noreste Argentino y el Sur de Brasil. El agua caída en el rango de pocos días supera los 500 mm superando el 30% de la media histórica para todo un año.

El presente trabajo práctico consiste en simular una inundación provocada por una lluvia intensa, analizar las consecuencias en un edificio residencial con cocheras subterráneas y evaluar las alternativas para mitigar los efectos de un evento climático.

## 2 Modelado

Las precipitaciones se miden con pluviómetros, instrumentos que registran el volumen de agua caída por unidad de superficie durante un lapso de tiempo dado. Los valores que se registran corresponden a la altura de la película de agua, medida en mm, caída en una superficie de 1 m<sup>2</sup>, siendo 1 mm de agua de lluvia equivalente a 1 litro/m<sup>2</sup>. En un terreno se encuentra emplazado un edificio con un sótano. En el mismo, se dispone una bomba de desagote de una capacidad dada, de acuerdo al siguiente esquema:

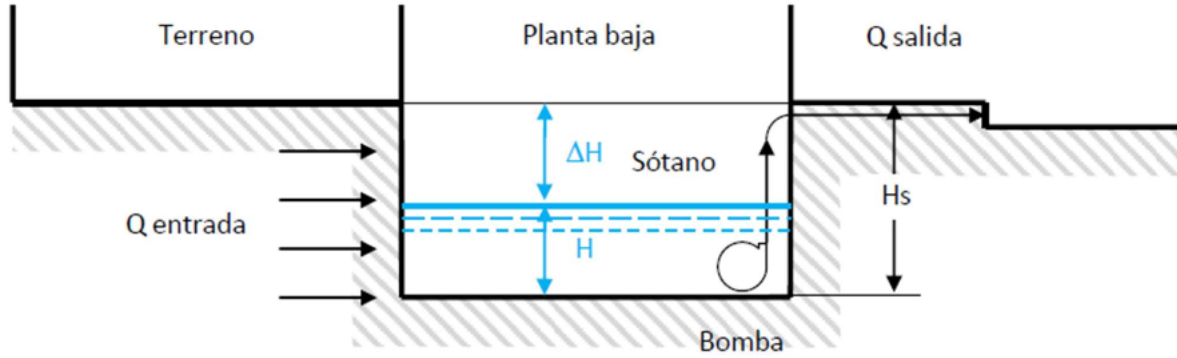


Figure 1: Esquema.

Este trabajo tiene como objetivos modelar numéricamente el fenómeno físico analizado, dimensionar la bomba para mitigar el efecto de inundaciones producidas por lluvias y experimentar en la resolución numérica del sistema con varios esquemas.

La ecuación de conservación de masa tomando al sótano como volumen de control es:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_{out} \quad (1)$$

Con condición inicial  $V_{(t=0)} = 0$ , y donde

Variable	Description	Units
$V$	volumen de agua (variable)	$m^3$
$t$	tiempo	$h$
$Q_{in}$	caudal de entrada al sótano	$m^3/h$
$Q_{out}$	caudal de salida del sótano	$m^3/h$

Table 1: Unidades y descripción de las variables en ec(1).

El caudal de entrada viene dado por precipitaciones. La determinación del mismo se hace mediante el “método racional”, el cual establece que:

$$Q_{in} = CIA_{terr} \quad (2)$$

donde

Variable	Units	Description
$C$	[adim]	coeficiente de infiltración
$I$	[mm/h]	intensidad de la precipitación (dato, de tabla de recurrencia)
$A_{terr}$	[ha]	área del terreno (dato)

Table 2: Unidades y descripción de las variables en ec(2).

El caudal de salida viene dado por la bomba de desagote, la cual responde a una curva característica con la siguiente forma:

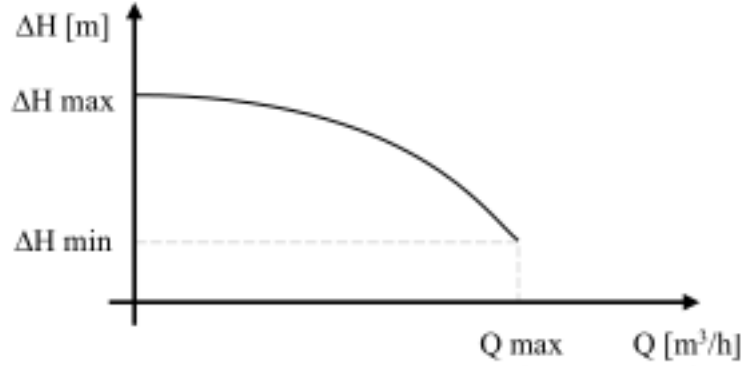


Figure 2: Esquema.

de la cual puede extraerse el caudal en función de la altura de agua en el sótano:

$$Q_{\text{out}} = Q_{\text{max}} \sqrt{\frac{\Delta H_{\text{max}} - \Delta H}{\Delta H_{\text{max}} - \Delta H_{\text{min}}}} \quad (3)$$

Variable	Units	Description
$Q_{\text{max}}$	$[\text{m}^3/\text{h}]$	caudal máximo que puede extraer la bomba
$\Delta H_{\text{max}}$	$[\text{m}]$	máximo desnivel que puede extraer la bomba, entre la superficie del agua y el desagote
$\Delta H_{\text{min}}$	$[\text{m}]$	mínimo desnivel que puede extraer la bomba, entre la superficie del agua y el desagote
$\Delta H$	$[\text{m}]$	desnivel entre la superficie del agua y el desagote, el cual viene dado por:

Table 3: Unidades y descripción de las variables en ec(3).

$$\Delta H = H - H_S \quad (4)$$

Donde

Variable	Units	Description
$H$	$[\text{m}]$	altura del sótano (dato)
$H_S$	$[\text{m}]$	altura de agua por encima del fondo del pozo (variable)

Table 4: Unidades y descripción de las variables en ec(4).

El  $\Delta H$  debe mantenerse en todo momento dentro de los límites mínimo y máximo que puede extraer la bomba. A su vez, las variables altura y volumen se encuentran relacionadas mediante:

$$H = \frac{V}{A_{\text{sot}}} \quad (5)$$

Donde

Variable	Units	Description
$V$	$m^3$	volumen de agua (variable)
$A_{\text{sot}}$	$m^2$	superficie del sótano, en planta (dato)

Table 5: Unidades y descripción de las variables en ec(5).

El coeficiente de infiltración presente en la ec. 2 varía teóricamente entre 0 (suelo permeable) y 1 (suelo impermeable), y depende a su vez del volumen de agua almacenado en el sótano, puesto que, a mayor volumen, el suelo se satura y disminuye su capacidad de absorber agua. Asumimos que este fenómeno puede aproximarse con la siguiente expresión:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{V}{V_{\text{sot}} t_k} (C_{\text{saturado}} - C) \quad (6)$$

con condición inicial  $C_{(t_0)} = C_0$ , coeficiente de infiltración con el suelo seco, y donde

Donde

Variable	Units	Description
$V_{\text{sot}}$	$m^3$	volumen del sótano (dato)
$t_k$	$h$	tiempo característico (dato)
$C_{\text{saturado}}$	adim	coeficiente de infiltración con el suelo saturado de agua (dato)

Table 6: Unidades y descripción de las variables en ec(6).

Por último, la intensidad de la precipitación presente en la ec. 2 se extrae de la siguiente tabla, en la que figuran duración e intensidad de una tormenta promedio con intervalo de recurrencia de 50 años, comparable a la vida útil de la obra:

Duración	Intensidad [mm/h]
5 min	241.4
10 min	190.7
15 min	162.6
30 min	119.6
60 min	85.0
3h	41.7
6h	26.4
12h	16.7
24h	10.9
72h	5.2

Table 7: Duración e Intensidad de la precipitación

Tener en cuenta que 1 mm = 10 m<sup>3</sup> de agua/hectárea de terreno.

### 3 Datos

Datos proporcionados ajustados con Padrón: 110416

\* Área de Terreno

$$A_{\text{terr}} = 17.32 \times \left( \frac{NP}{3000} \right) \text{ m}^2]$$

$$A_{\text{terr}} = 17.32 \times \left( \frac{110416}{3000} \right) \approx 637.64 \text{ m}^2$$

\* Área del Sótano

$$A_{\text{so}} = 8.66 \text{ m} \times 8.66 \text{ m} = 75 \text{ m}^2$$

\* Caudal máximo de la bomba ( $Q_{\text{max}}$ ): 8 m<sup>3</sup>/h para la bomba existente

\* Desnivel máximo de la bomba ( $\Delta H_{\text{max}}$ ): 4 m

\* Desnivel mínimo de la bomba ( $\Delta H_{\text{min}}$ ): 1 m

\* Altura del sótano ( $H_s$ ): 3.5 m

\* Coeficiente de infiltración con el suelo saturado ( $C_{\text{sat}}$ ): 0.90

\* Coeficiente de infiltración inicial ( $C_0$ ): 0.60

\* Tiempo Característico

$$t_k = \left( 1 - \frac{NP}{140000} \right) \text{ h}$$

$$t_k = \left( 1 - \frac{110416}{140000} \right) \approx 0.21 \text{ h}$$

## 4 A) Modelación del sistema

### 4.1 A.1) Discretización de la ecuación 1 con el método de Euler.

Tenemos 2 ecuaciones diferenciales (la ec.(10)) y la ec.(6)), donde tenemos 2 incógnitas, el volumen y el coeficiente. En este primer punto como definimos la C constante, no nos va importar la ec.(6). Pero vamos a discreparla igual ya que nos sirve para los siguientes incisos. Entonces planteamos diferentes lluvias y simulamos,

Dada la ecuación número 10:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_{out}$$

Discrepamos la ecuación número 1 con el método de Euler como:

$$V_{i+1} = V_i + \Delta t \cdot (Q_{in,i} - Q_{out,i})$$

Que podemos escribir también como

$$\Delta V = (Q_{in} - Q_{out}) \cdot \Delta t \quad (7)$$

donde  $\Delta V$  es la diferencia del Volumen en  $\Delta t$ .

Y en la ecuación 6:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{V}{V_{sotano} t_k} (C_{saturado} - C)$$

Discrepamos como:

$$\Delta C = \frac{V}{V_{sotano} \cdot t_k} (C_{saturado} - C) \cdot \Delta t \quad (8)$$

donde  $\Delta C$  es el cambio en el coeficiente de infiltración.

Sabiendo que la intensidad de precipitación (I) para una tormenta de 60 minutos es de 85.0 mm/h, y dado que también conocemos el área del terreno,  $A_{terr} = 637.64 \text{ m}^2$  y por enunciado fijamos el  $C=1$ , podemos calcular  $Q_{in}$  utilizando la fórmula  $Q_{in} = CIA_{terr}$ .

$$Q_{in} = (1 * 85.0 \text{ mm/h} * 637.64 \text{ m}^2) / 1000 \approx 54199,4$$

Para realizar este cálculo convertimos la intensidad de la precipitación de mm/h a metros/h, y luego multiplicamos por el área del terreno en metros cuadrados para obtener el caudal de entrada en  $\text{m}^3/\text{h}$ . Este caudal de entrada representa la cantidad de agua que entra al sótano debido a la lluvia durante un período de tiempo dado.

Siguiendo con la resolución, utilizamos la fórmula del método de Euler para actualizar el volumen en cada paso de tiempo hasta que se alcance el tiempo total de la tormenta (60 minutos en este caso). Al finalizar la simulación, verificamos si el volumen de agua almacenado coincide con el volumen de lluvia.

*Ver código adjuntado al trabajo para ver la implementación de la simulación*

Los resultados dados por la simulación son:

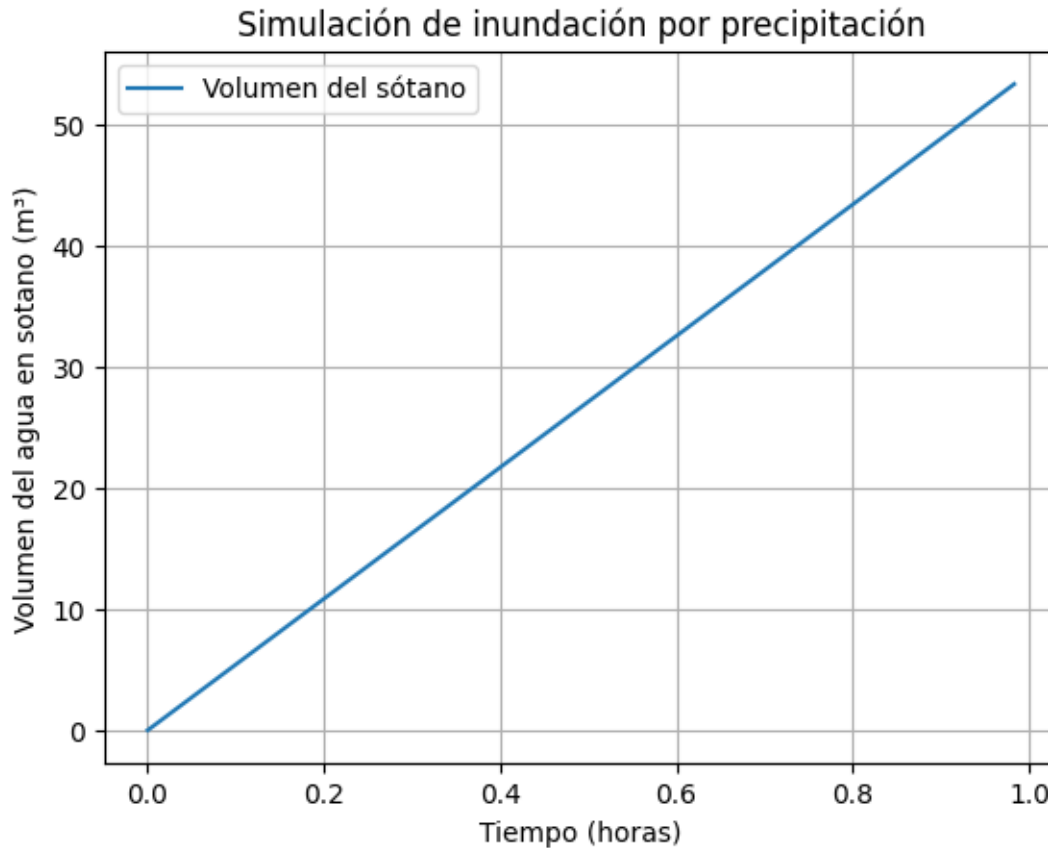


Figure 3: Gráfico resultante de la simulación A.1.

Donde el volumen de agua almacenado en el sótano es  $54.18 \text{ m}^3$ . Lo cual tiene sentido, ya que coincide con el volumen de lluvia para la precipitación de 60 minutos que es de  $54.18 \text{ m}^3/\text{hora}$

#### 4.2 A.2) Discretización de las ecuaciones 1 y 6 con el método de Euler

Para este punto utilizamos las ecuaciones discretizadas previamente en el punto A.1), pero considerando  $C$  y  $Q_{\text{out}}$  variables. Para determinar un lapso suficiente para que se vacíe el sótano, graficamos la evolución del volumen de agua en el sótano en función del tiempo.

Esto nos permitió visualizar cómo varía el volumen de agua a lo largo del tiempo. Para lograr ver el correcto funcionamiento de la bomba, tomamos un tiempo de desagote suficiente para que el volumen de agua en el sótano sea cero, por ende el tiempo será variable.

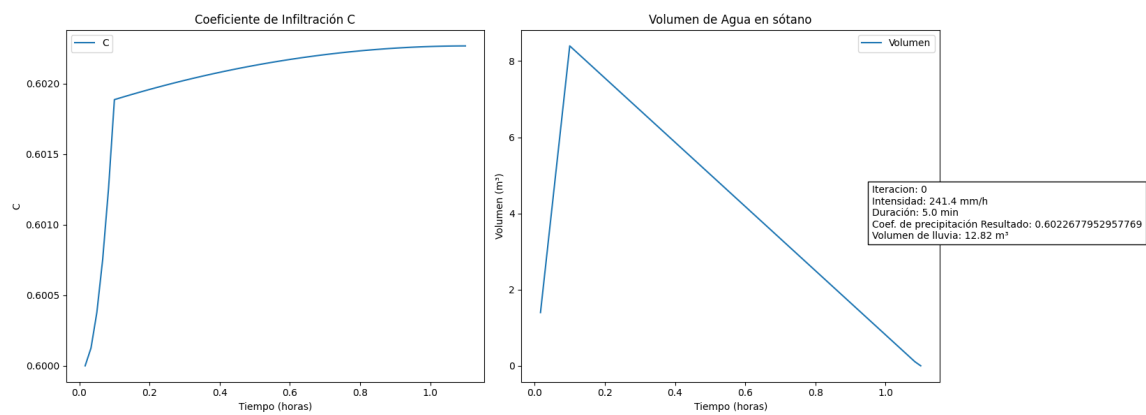


Figure 4: Gráfico resultante de la simulación para la 1ra. precipitación.

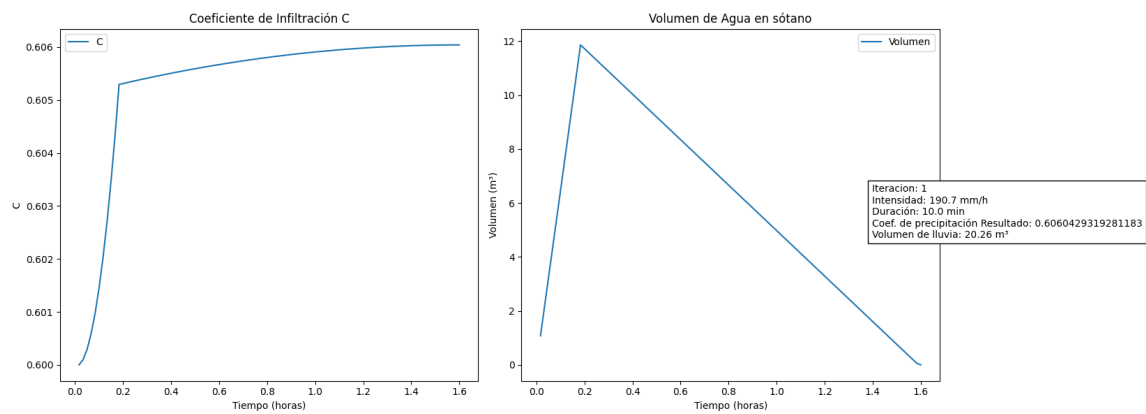


Figure 5: Gráfico resultante de la simulación para la 2da. precipitación.



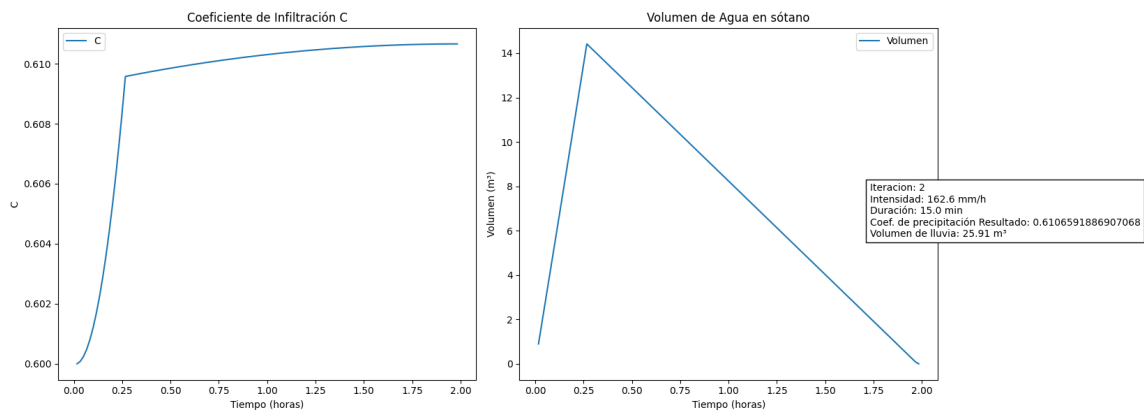


Figure 6: Gráfico resultante de la simulación para la 3ra. precipitación.

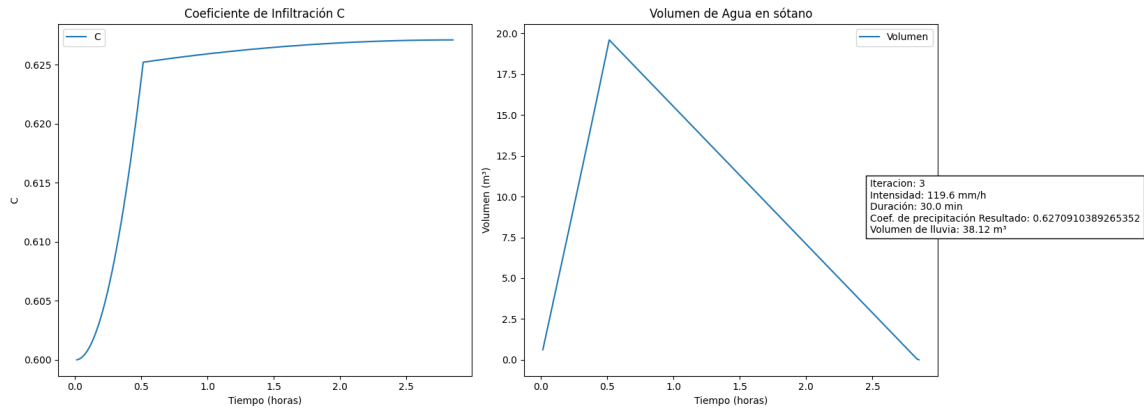


Figure 7: Gráfico resultante de la simulación para la 4ta. precipitación.

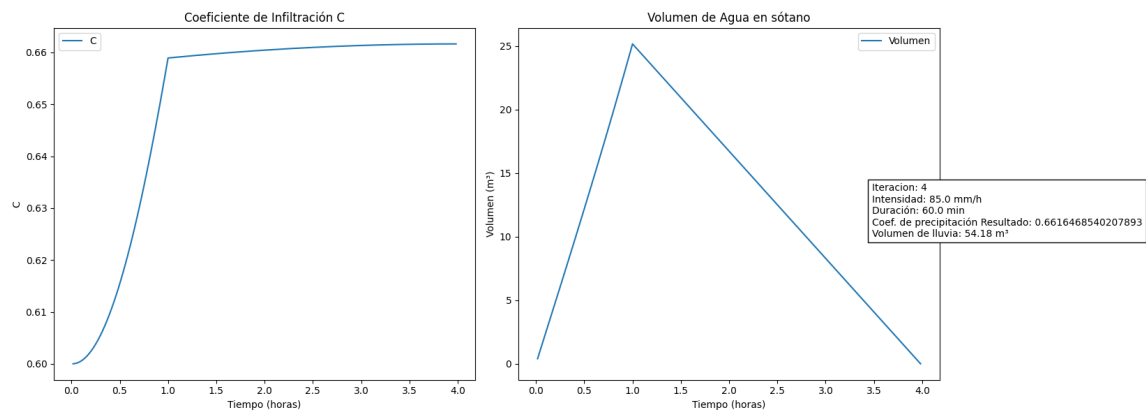


Figure 8: Gráfico resultante de la simulación para la 5ta. precipitación.

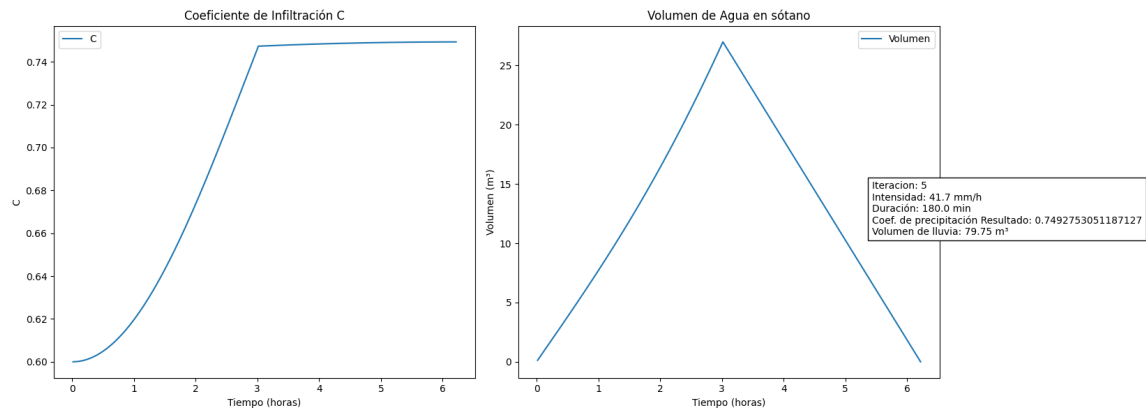


Figure 9: Gráfico resultante de la simulación para la 6ta. precipitación.

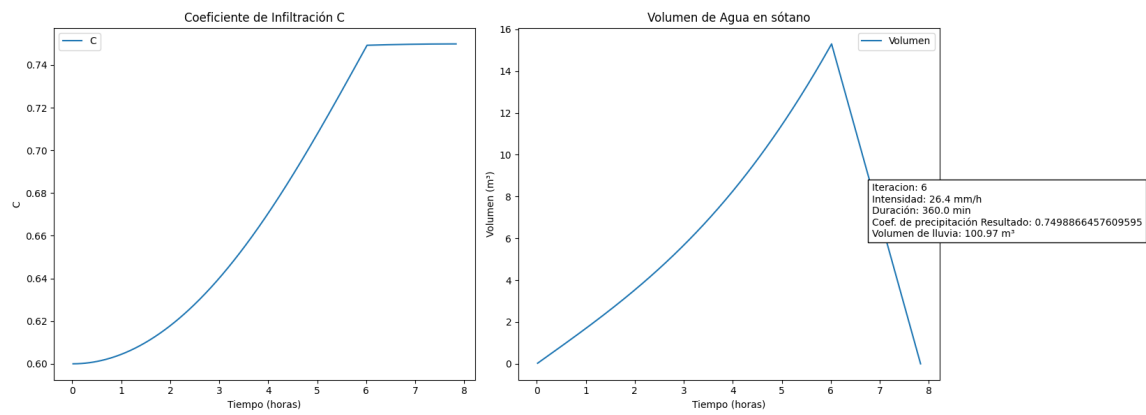


Figure 10: Gráfico resultante de la simulación para la 7ma. precipitación.

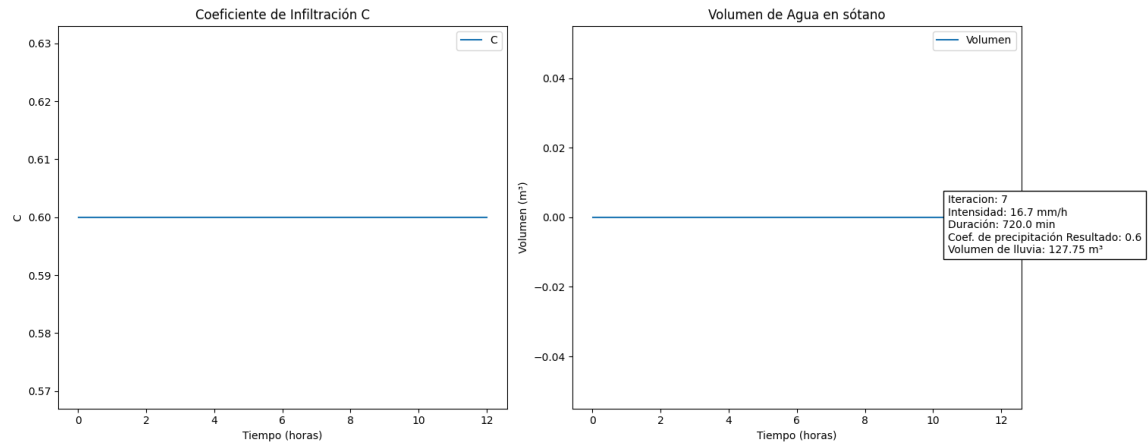


Figure 11: Gráfico resultante de la simulación para la 8va. precipitación.

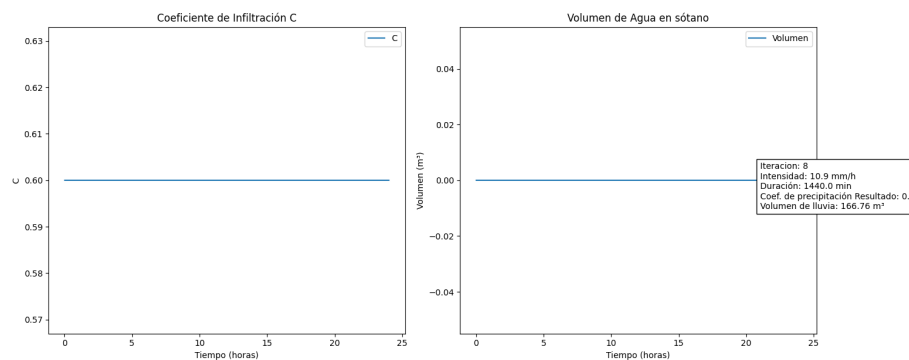


Figure 12: Gráfico resultante de la simulación para la 9na. precipitación.

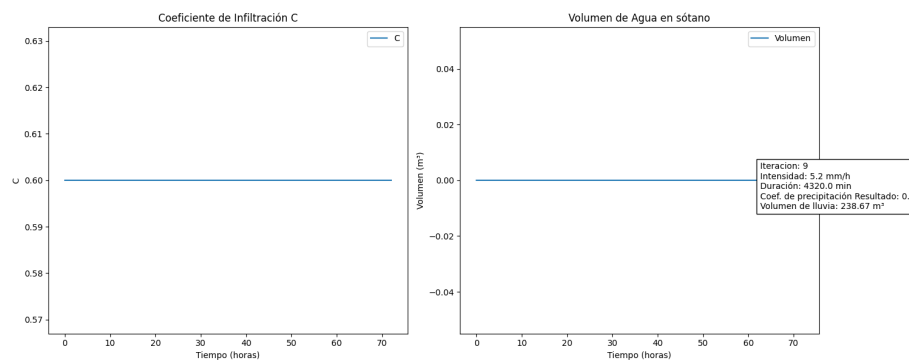


Figure 13: Gráfico resultante de la simulación para la 10ma. precipitación.

Por último, en la siguiente tabla podemos ver todos los tiempos que necesita la bomba para vaciar el agua del sótano en cada iteración.

Intensidad (mm/h)	Duración (min)	Tiempo para vaciar el sótano (horas)
241.4	5.0	1.0166666666666668
190.7	10.0	1.4666666666666663
162.6	15.0	1.8166666666666665
119.6	30.0	2.5999999999999995
85.0	60.0	3.6333333333333325
41.7	180.0	5.6333333333333319
26.4	360.0	6.8999999999999998
16.7	720.0	12.000000000000001
10.9	1440.0	24.016666666666665
5.2	4320.0	72.01666666666666

Figure 14: Tabla comparativa de los tiempos que necesita la bomba para vaciar el agua del sótano en las distintas iteraciones

## 5 B) Dimensionamiento de la bomba

En este punto se nos pide redimensionar la bomba adoptando un nuevo  $Q_{\max}$  de forma tal que la altura de agua sobre el piso del sótano no exceda los 0.25m para ninguna de las precipitaciones de la tabla dada. Por ende tomaremos el valor planteado como la altura limite, la cual será constante ( $H_{\lim}$ ).

Por otro lado tomamos una cota superior y una cota inferior. Para cota inferior usamos el  $Q_{\max}$  dado por el enunciado, ya que cumple con las condiciones pedidas. Para cota superior la calculamos en base a las ecuaciones que tenemos:

Despejando el  $Q_{\max}$  de la ecuacion 3:

$$Q_{\max} = Q_{\text{out}} / \sqrt{\frac{\Delta H_{\max} - \Delta H_{\lim}}{\Delta H_{\max} - \Delta H_{\min}}} \quad (9)$$

Ya que buscamos una cota máxima vamos a decir que:

$$\frac{dV}{dt} \leq 0 \quad (10)$$

Por lo tanto podemos decir que el  $Q_{\text{out}}$  va ser el  $Q_{\text{in}}$  y viseversa lo que nos permite reemplazar el  $Q_{\text{out}}$  por  $CIA_{\text{terr}}$  (usando la ecuación 2) Lo que nos termina quedando la ecuación del principio como

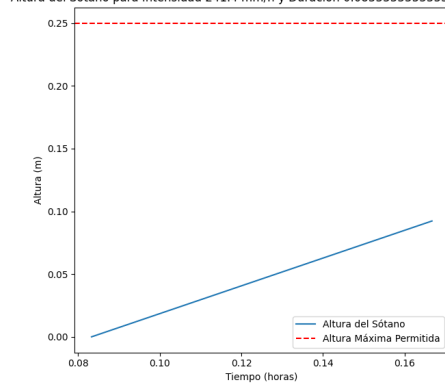
$$Q_{\max} \leq CIA_{\text{terr}} / \sqrt{\frac{\Delta H_{\max} - \Delta H_{\lim}}{\Delta H_{\max} - \Delta H_{\min}}} \quad (11)$$

Teniendo en cuenta que el  $\Delta H_{\max} = 8\text{m}$  y  $\Delta H_{\min} = 1\text{m}$ , son los previamente dados por enunciado, al igual que el coeficiente de infiltración con el suelo saturado ( $C_{\text{sat}} = 0.90$ ). El  $\Delta H_{\lim}$  es la altura máxima del agua permitida por encima del nivel del fondo del sótano (0.25m). Y como buscamos maximizar los valores, por ende tomamos la intensidad máxima ( $I_{\max} = 0.2414 [m/h]$ ).

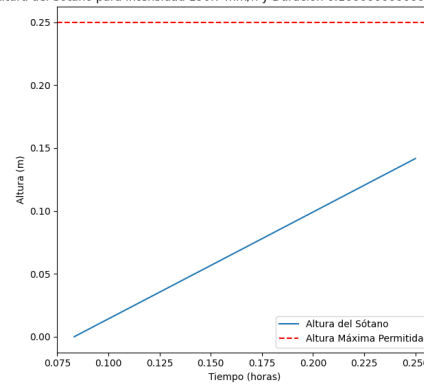
Por lo tanto, nuestra cota máxima teórica es  $123.88 [m^3/h]$ .

Una vez que hemos determinado las cotas inferior y superior mediante la búsqueda de cotas, procedemos a aplicar el método de búsqueda binaria en el rango de valores entre 8 y 123.88. Posteriormente, realizamos una simulación basada en este intervalo. Los resultados de la simulación indican que el valor óptimo para el caudal máximo  $Q_{\max}$ :  $11.95 [m^3/h]$  para mantener el nivel del agua por debajo de  $H_{\lim}$ .

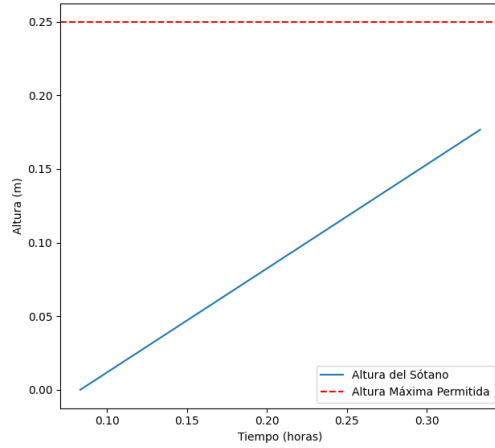
Altura del Sótano para Intensidad 241.4 mm/h y Duración 0.08333333333333333 horas



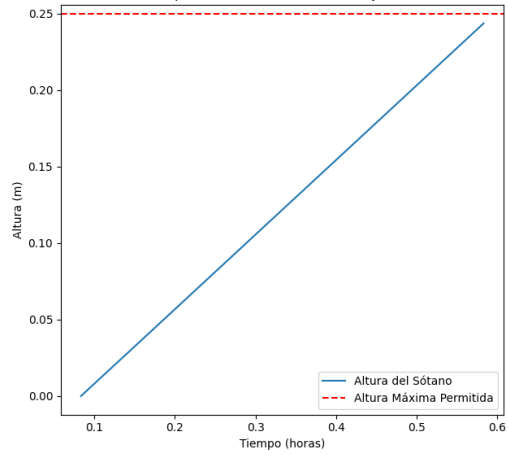
Altura del Sótano para Intensidad 190.7 mm/h y Duración 0.16666666666666666 horas

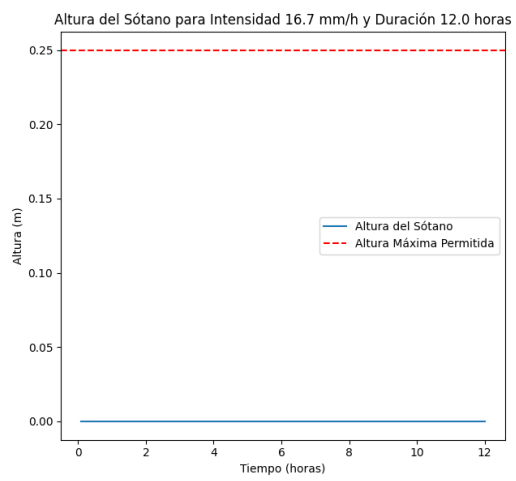
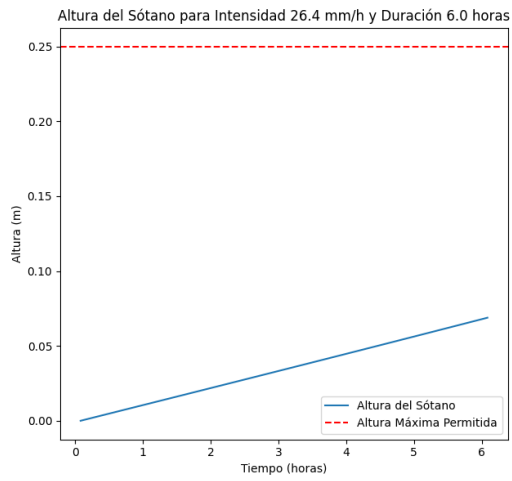
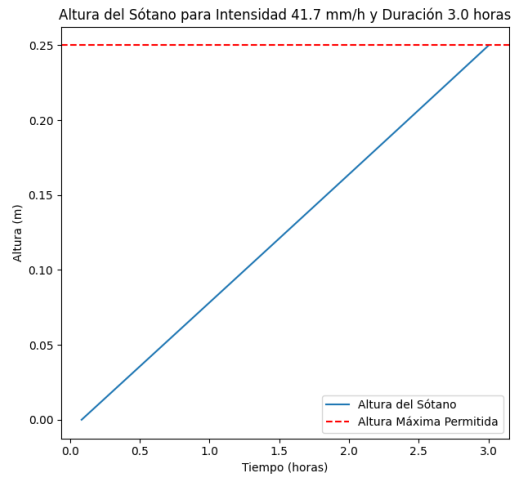
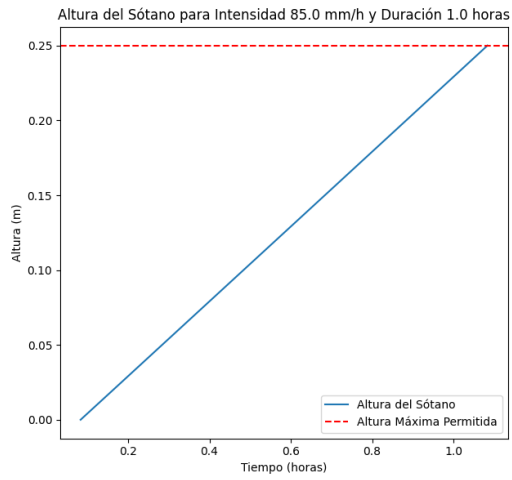


Altura del Sótano para Intensidad 162.6 mm/h y Duración 0.25 horas



Altura del Sótano para Intensidad 119.6 mm/h y Duración 0.5 horas





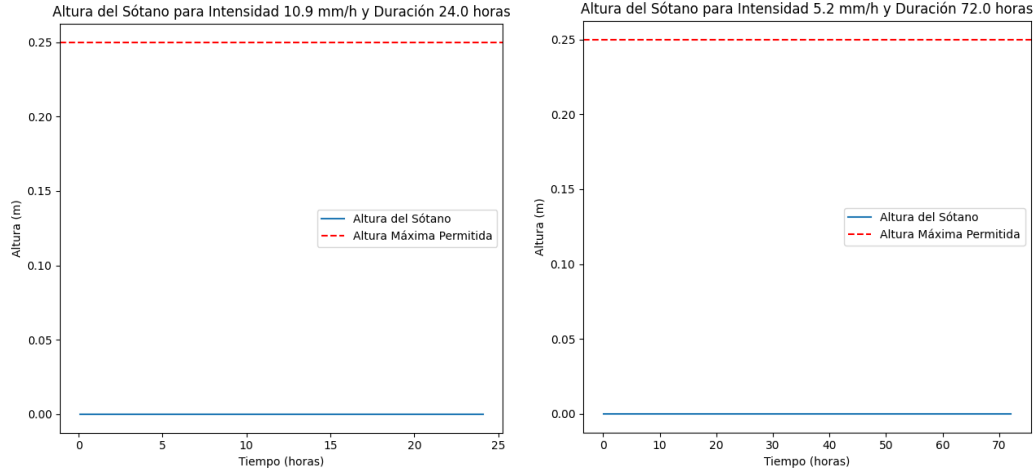


Tabla de Resultados:

	Intensidad (mm/h)	Duración (horas)	Q_max (m³/h)
0	241.4	0.083333	8.007072
1	190.7	0.166667	8.007072
2	162.6	0.250000	8.007072
3	119.6	0.500000	8.007072
4	85.0	1.000000	11.953496
5	41.7	3.000000	8.275825
6	26.4	6.000000	8.007072
7	16.7	12.000000	8.007072
8	10.9	24.000000	8.007072
9	5.2	72.000000	8.007072

Figure 15: Tabla de  $Q_{max}$  Obtenidos

## 6 C) Experimentación con distintos esquemas

Para realizar la simulacion vamos a discrepar las ecuaciones 1 y 6 utilizando el método de Runge-Kutta de orden 2, considerando esta solución como "exacta".

Entonces dada la ecuación 1:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_{out}$$

Discrepamos ec 1. diciendo que  $V$  es la variable dependiente y  $t$  independiente, por lo tanto:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$$



Donde  $y = V$  y  $f(t, y) = Q_{in} - Q_{out}$ . También  $h$  es el tamaño del paso de tiempo,  $t_n$  y  $y_n$  son el tiempo y el valor de la variable en el paso de tiempo actual, respectivamente, y  $V_{n+1}$  y  $C_{n+1}$  son los valores de  $V$  y  $C$  en el próximo paso de tiempo, respectivamente.

Y usando RK :

$$\begin{aligned}
k_1 &= h \cdot f(t_n, y_n) \\
k_1 &= \Delta t \cdot (Q_{in,i} - Q_{out,i}) \\
k_2 &= h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right) \\
k_2 &= \Delta t \cdot \left((Q_{in,i} - Q_{out,i}) + \frac{k_1}{2}\right) \\
V_{n+1} &= V_n + k_2
\end{aligned} \tag{12}$$

Y en la ecuación 6:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{V}{V_{sotano} t_k} (C_{saturado} - C)$$

Discrepamos diciendo que  $C$  es la variable dependiente y  $t$  independiente :

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$$

donde  $y = C$  y  $f(t, y) = V_{sótano} \cdot t \cdot k \cdot (C_{saturado} - C)$ .

Entonces quedaría

$$\begin{aligned}
k_1 &= h \cdot f(t_n, y_n) \\
k_1 &= \Delta t \cdot \left(\frac{V_{so} \cdot t_k}{V_i} \cdot (C_{saturado} - C_i)\right) \\
k_2 &= h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right) \\
k_2 &= \Delta t \cdot \left(\frac{V_i + \frac{k_1}{2}}{V_{so} \cdot t_k} \cdot \left(C_{saturado} - \left(C_i + \frac{k_1}{2}\right)\right)\right) \\
C_{i+1} &= C_i + k_2
\end{aligned} \tag{13}$$

Luego corremos el modelo para la precipitación de 60 min con el método de RK-2 y luego con Euler con dos pasos de tiempo distintos. Verificamos que Euler es de orden 1 analizando la diferencia con la solución "exacta". Utilizamos el  $Q_{max}$  obtenido en el punto B.

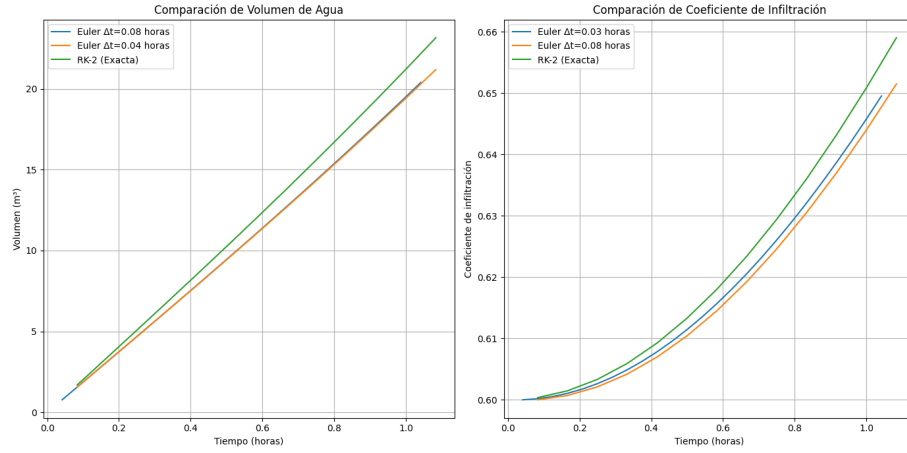


Figure 16: Gráfico comparativo de las simulaciones con Euler y RK-2

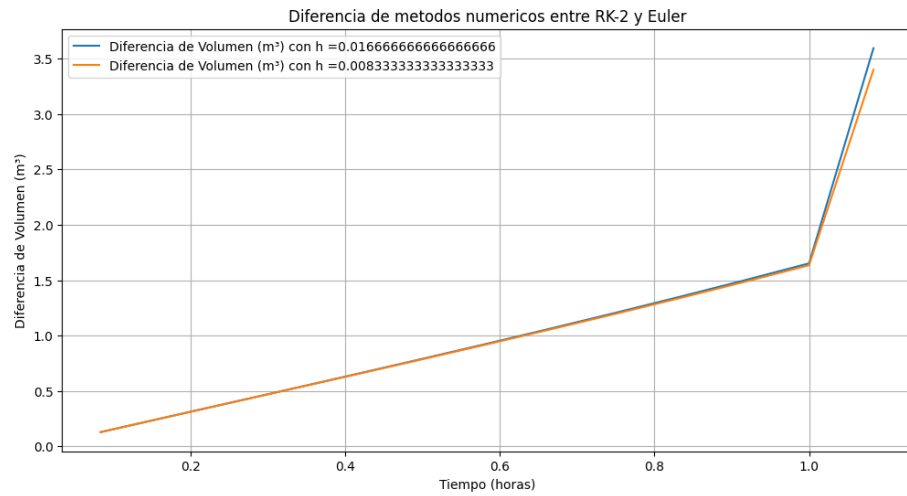


Figure 17: Gráfico con la diferencia de las simulaciones.

Para analizar que Euler es de orden 1 usamos la definición de estabilidad.

$$\left| \frac{\epsilon_{n+1}}{\epsilon_n} \right| < 1 \quad (14)$$

Debemos analizar cómo el error global se comporta en relación con  $h$ , el paso del tiempo. Si duplicamos  $h$ , el error global también debería duplicarse aproximadamente. Esto se puede verificar empíricamente al comparar la solución obtenida por Euler con una solución "exacta" o más precisa, como la solución obtenida por RK-2, en este caso. Efectuando esto nos dió como resultado:

Error global con  $\Delta t_{0.0167}$ : 0.0180

Error global con  $\Delta t_{0.0083}$ : 0.00825

Orden de convergencia estimado: 1.1285522235

El orden de convergencia es cercano a 1 por lo que indica que el método de Euler es de primer orden, lo que es consistente con la teoría. Un método de primer orden significa que el error global disminuye linealmente con el tamaño del paso. Si reduces el paso a la mitad, el error se reduce aproximadamente a la mitad.

## 7 D) Conclusiones

El método de Runge-Kutta de orden 4 (RK4) Como hicimos en RK2 usamos la ecuación diferencial 1:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}}$$

Discretizamos la ecuación diciendo que  $V$  es la variable dependiente y  $t$  es la independiente. Así, definimos:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$$

donde  $y = V$  y  $f(t, y) = Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}}$ . Además,  $h$  es el tamaño del paso de tiempo,  $t_n$  y  $y_n$  son el tiempo y el valor de la variable en el paso de tiempo actual, respectivamente, y  $V_{n+1}$  y  $C_{n+1}$  son los valores de  $V$  y  $C$  en el próximo paso de tiempo, respectivamente.

Utilizando RK4, obtenemos:

$$\begin{aligned} k_{1V} &= \Delta t \cdot (Q_{\text{in},i} - Q_{\text{out},i}) \\ k_{2V} &= \Delta t \cdot \left( Q_{\text{in},i} - Q_{\text{out},i} + \frac{k_{1V}}{2} \right) \\ k_{3V} &= \Delta t \cdot \left( Q_{\text{in},i} - Q_{\text{out},i} + \frac{k_{2V}}{2} \right) \\ k_{4V} &= \Delta t \cdot \left( Q_{\text{in},i} - Q_{\text{out},i} + \frac{k_{3V}}{2} \right) \\ V_{n+1} &= V_i + \frac{1}{6} (k_{1V} + 2k_{2V} + 2k_{3V} + k_{4V}) \end{aligned}$$

Para la ecuación diferencial 6:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{V}{V_{\text{sótano}} \cdot t_k} \cdot (C_{\text{saturado}} - C)$$

Discretizamos la ecuación diciendo que  $C$  es la variable dependiente y  $t$  es la independiente. Así, definimos:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$$

donde  $y = C$  y  $f(t, y) = \frac{V}{V_{\text{sótano}} \cdot t_k} \cdot (C_{\text{saturado}} - C)$ .

Con lo cual las iteraciones nos darían:

$$k_{1C} = \Delta t \cdot \left( \frac{V_i}{V_{\text{sótano}} \cdot t_k} \cdot (C_{\text{saturado}} - C_i) \right)$$

$$k_{2C} = \Delta t \cdot \left( \frac{V_i + \frac{k_{1V}}{2}}{V_{\text{sótano}} \cdot t_k} \cdot \left( C_{\text{saturado}} - \left( C_i + \frac{k_{1C}}{2} \right) \right) \right)$$

$$k_{3C} = \Delta t \cdot \left( \frac{V_i + \frac{k_{2V}}{2}}{V_{\text{sótano}} \cdot t_k} \cdot \left( C_{\text{saturado}} - \left( C_i + \frac{k_{2C}}{2} \right) \right) \right)$$

$$k_{4C} = \Delta t \cdot \left( \frac{V_i + \frac{k_{3V}}{2}}{V_{\text{sótano}} \cdot t_k} \cdot \left( C_{\text{saturado}} - \left( C_i + \frac{k_{3C}}{2} \right) \right) \right)$$

$$C_{i+1} = C_i + \frac{1}{6} (k_{1C} + 2k_{2C} + 2k_{3C} + k_{4C})$$

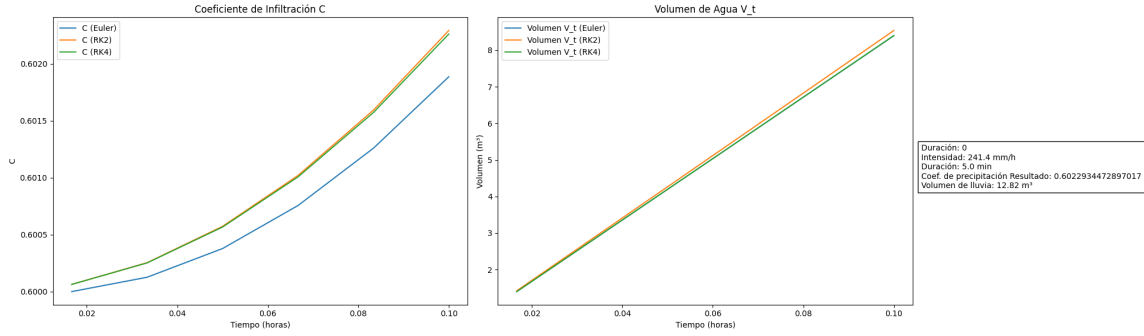


Figure 18: Gráfico comparativo de las simulaciones con Euler, RK-2 y RK-4 para la 1ra. iteración.

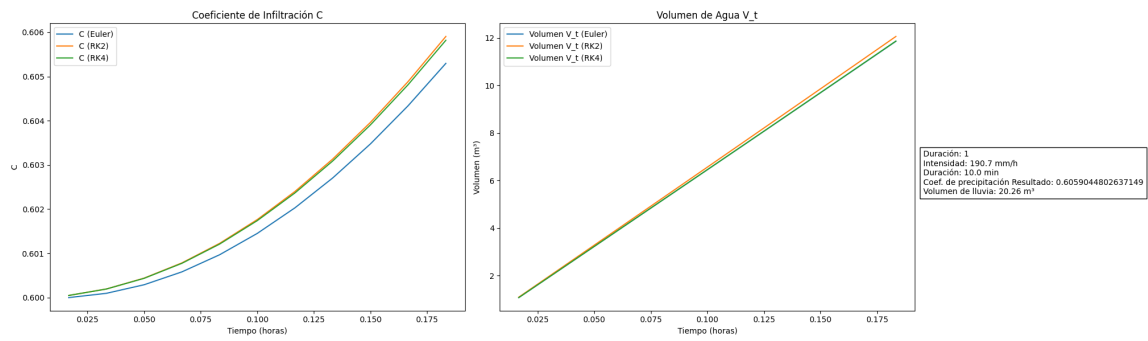


Figure 19: Gráfico comparativo de las simulaciones con Euler, RK-2 y RK-4 para la 2da. iteración.

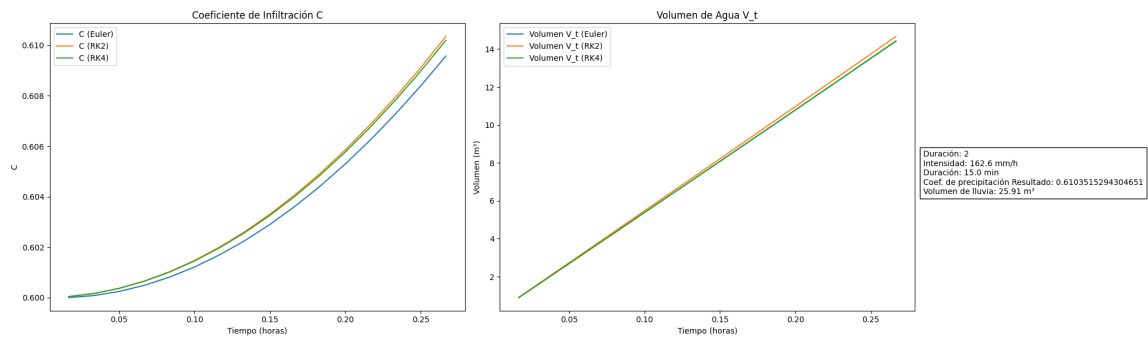


Figure 20: Gráfico comparativo de las simulaciones con Euler, RK-2 y RK-4 para la 3ra. iteración.

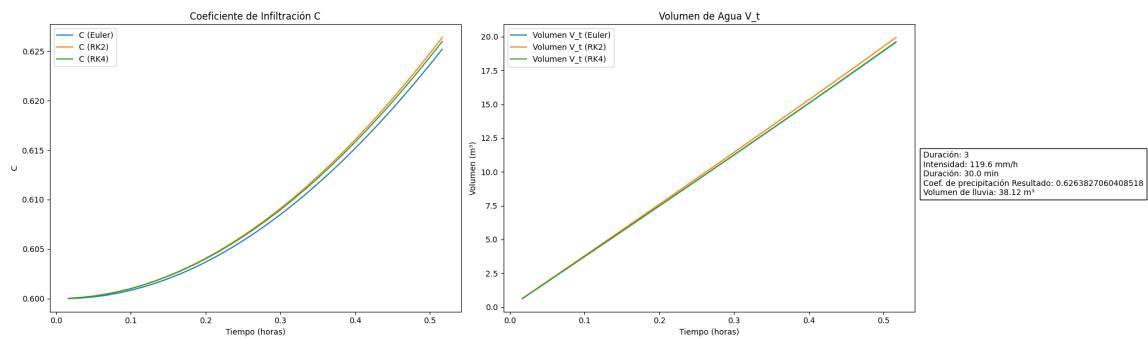


Figure 21: Gráfico comparativo de las simulaciones con Euler, RK-2 y RK-4 para la 4ta. iteración.

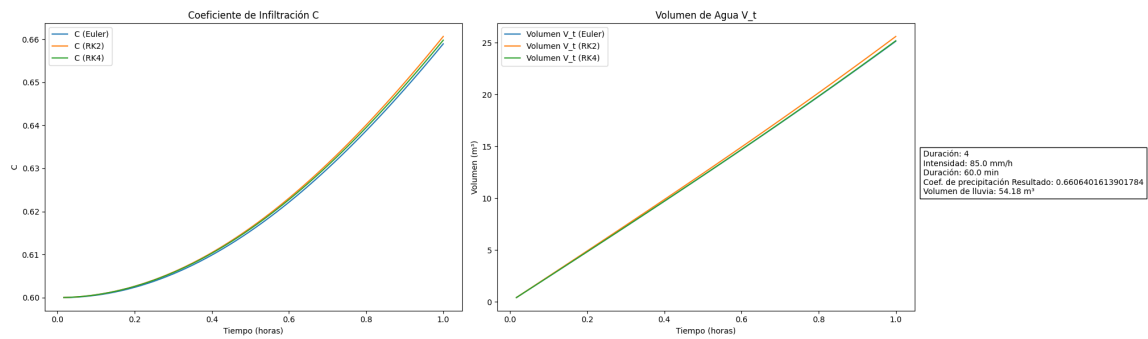


Figure 22: Gráfico comparativo de las simulaciones con Euler, RK-2 y RK-4 para la 5ta. iteración.

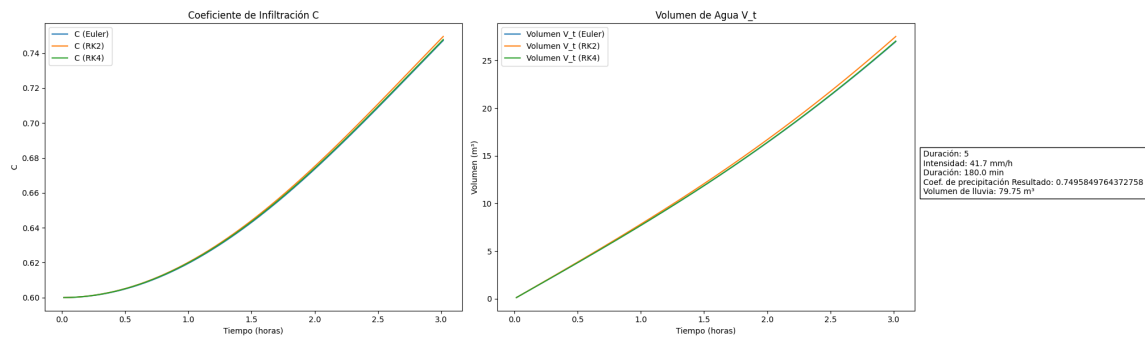


Figure 23: Gráfico comparativo de las simulaciones con Euler, RK-2 y RK-4 para la 6ta. iteración.

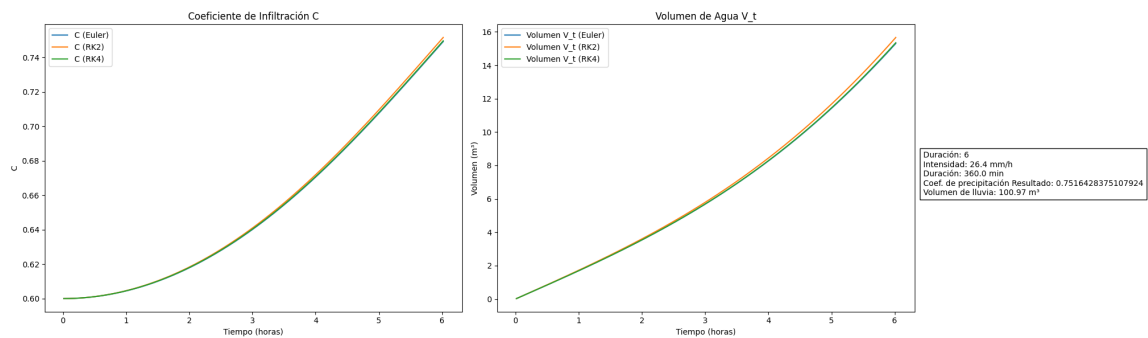


Figure 24: Gráfico comparativo de las simulaciones con Euler, RK-2 y RK-4 para la 7ma. iteración.

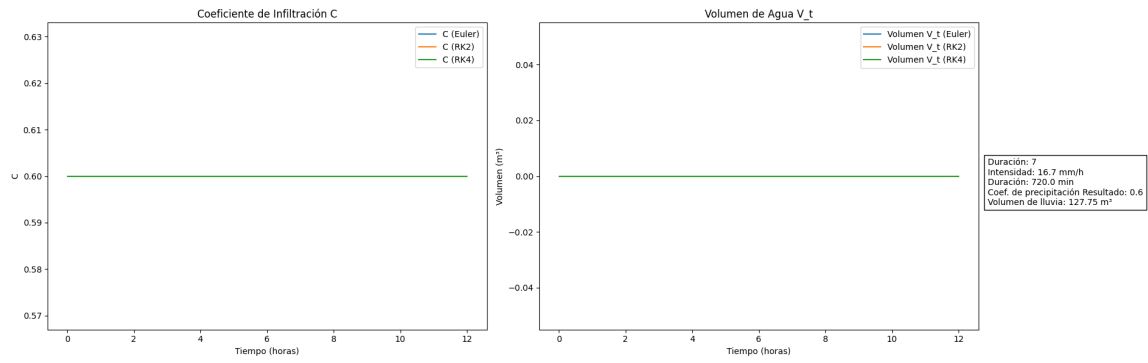


Figure 25: Gráfico comparativo de las simulaciones con Euler, RK-2 y RK-4 para la 8va. iteración.

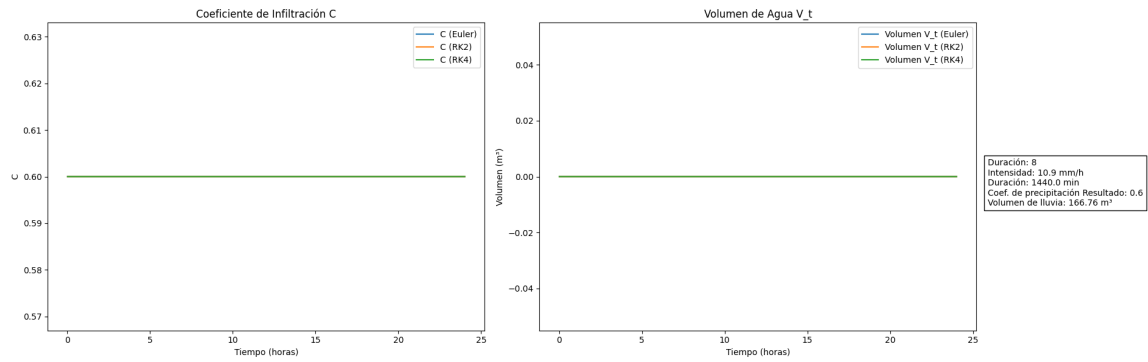


Figure 26: Gráfico comparativo de las simulaciones con Euler, RK-2 y RK-4 para la 9na. iteración.

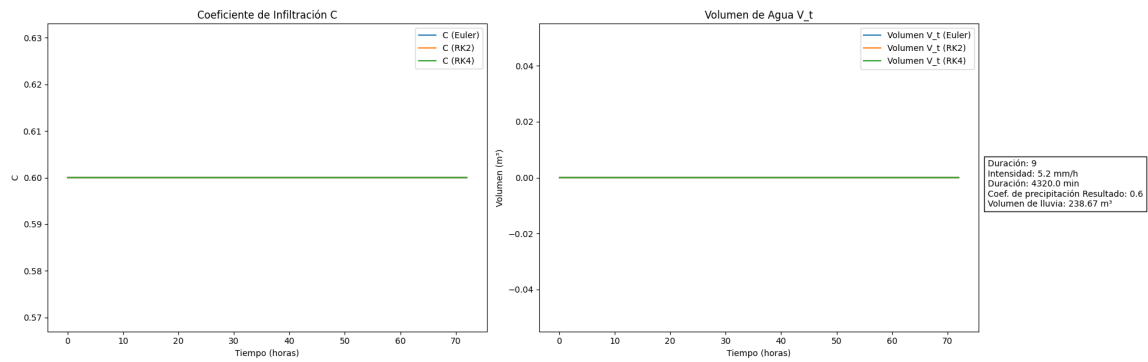


Figure 27: Gráfico comparativo de las simulaciones con Euler, RK-2 y RK-4 para la 10ma. iteración.

Con lo cual podemos concluir que RK-4 da una mejor aproximación al resultado que RK-2 y Euler.

Como vimos al iterar en diferentes pasos de tiempo podemos decir que es estable el sistema ya que siempre terminan dando los mismos valores para los distintos métodos y simulaciones.

Podemos decir, gracias al inciso B, que la bomba es eficiente con un  $Q_{max} = 8$  ya que la mayor altura de agua que se obtiene en esa simulación es un metro pero por que el  $Q_{max}$  que se usa es 0,9999. Si fuera 8 nunca llegaría a 1 metro.

También podemos decir que la intensidad de la lluvia juega un rol mas importante que la duración ya que la bomba no es efectiva para vaciar todo el volumen de la lluvia si se tiene una intensidad mayor a 41mm/h. Por lo tanto, se va acumular el volumen restante hasta que se termine la lluvia o baje la intensidad de ella.

Para acceder a la notebook del trabajo práctico, haz click aquí.