# Comportement du matériel (2C_cm)

*Comportement du matériel (2C) : Cours avec td et exercices*
*2C_cm_pdf*

Franck OURION. IUT Hubert-Curien EPINAL.
Département GIM

4 Novembre 2011
1.3

## Légende

| | |
|---|---|
| 🕮 | Entrée du glossaire |
| AA | Abréviation |
| 📚 | Référence Bibliographique |
| ✎ | Référence générale |

# Table des matières

# Caractéristiques FMD (ne)

I



**Objectifs**

**Maîtrise du vocabulaire normalisé et des concepts essentiels à connaître**

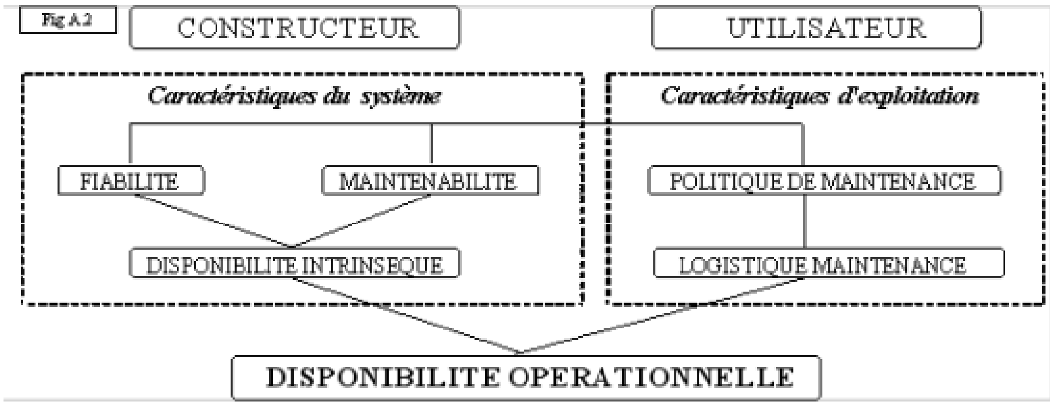
**Notions essentielles à retenir pour appréhender les concepts importants dans le comportement d'un matériel réparable ou non et intégrer les données de fiabilité, maintenabilité, disponibilité lors de la conception d'un équipement, du plan de maintenance préventive d'un équipement, de la gestion des pièces détachées.**

# 1. Fiabilité

### *Définition*

Plusieurs notions importantes interviennent dans la fiabilité

C'est une composante de la disponibilité pour les dispositifs réparables




*Disponibilité opérationnelle*

### *Dispositif*

Un *équipement* (outil de production), est constitué d'*ensembles* et de *« sous-ensembles »* , eux mêmes constitués de *composants* ou d'éléments. Les ensembles, sous-ensembles, et organes, sont, chacun pris séparément, des dispositifs qui vont fonctionner souvent en *interaction*

Chaque dispositif peut être réparable ou non réparable.

Un composant, un organe sera souvent considéré comme non réparable : on s'intéresse à sa fiabilité pour décider de l'opportunité de le maintenir en stock ou non, et le cas échéant, ses modalités d'approvisionnement.

### *Mission (Fonction requise)*

La fiabilité ne peut pas être évaluée sans la connaissance précise de la fonction requise attendue par le bien ou l'équipement ou le dispositif.

Pour un véhicule, les exigences ne sont pas les mêmes lorsque ce véhicule est engagé dans des missions telles que :

- Course de formule 1 ou rallye
- trajet domicile-travail
- trajet vacances

### *Exemple : Cycliste (Tour de France)*

Chaque étape peut-être considérée comme une mission (nb de Kms). Si l'objectif est d'arriver dans les délais définis par l'organisateur pour prendre le départ de l'étape suivante, ou si l'objectif est de rouler à une vitesse moyenne imposée par le directeur sportif, on voit bien que les probabilités de réussir ne sont pas les mêmes.

Un cycliste professionnel peut être donc considéré comme fiable dans son rôle d'équipier, mais pas dans un rôle de leader

### *Temps ou durée de la mission*

La notion de temps est prise au sens large (cycles, distances, etc.).

*Conditions de fonctionnement*

Lorsque la fiabilité est évaluée dans des conditions d'exploitation idéales, on parlera alors de *FIABILITE INTRINSEQUE*. les conditions de fonctionnement ou d'environnement doivent être parfaitement définies : température, humidité, pression, matériel fixe, mobile, au sol.

*Exemple : Cycliste (Tour de France)*

Les cyclistes, grâce à leur entraînement, doivent se donner les moyens de maintenir leurs qualités intrinsèques même lorsque les conditions vont changer.

Pour une machine, il est très difficile techniquement de la rendre adaptable ; c'est pour cette raison que le respect des conditions d'utilisation est une règle d'or qui doit garantir la fiabilité du matériel.

*Attention*

Si la quantification de la fiabilité intrinsèque d'un dispositif isolé dans des conditions données pendant un intervalle donné est relativement simple (techniques statistiques après observation), en revanche, elle devient beaucoup plus délicate lorsque les paramètres d'environnement et l'intervalle de temps étudié changent.

La prise en compte de l'interaction des dispositifs entre eux rendra quasiment impossible l'évaluation de la fiabilité d'un système complet par les techniques de probabilité conditionnelle.

La méthodes FIDES pour l'étude des systèmes électroniques est intéressante à ce titre ( Voir document)

*Méthode*

Selon la méthode utilisée pour l'évaluation de la fiabilité, on parlera :

- de fiabilité prévisionnelle ,
- de fiabilité observée ,
- de fiabilité estimée ,
- ou de fiabilité opérationnelle

Ces notions seront détaillées plus loin.

# 2. Maintenabilité

*Définition*

C'est une composante de la disponibilité au même titre que la fiabilité.

La fiabilité permet d'agir sur la fréquence des défaillances, la bonne santé machine, la maintenabilité va agir sur le temps d'arrêt (TA). Une caractéristique de la maintenabilité est le MTTR

La maintenabilité, comme la fiabilité doit être prise en compte dès le stade de la conception, pour appréhender les problèmes d'accessibilité, de standards techniques pour les pièces détachées, de procédures de montage, démontage, réglage.

La fiabilité opérationnelle d'une machine sera d'autant plus proche de la fiabilité intrinsèque que l'on maintiendra les conditions nominales d'utilisation et d'exploitation. Pour la maintenabilité, c'est la compétence de l'agent de maintenance et les moyens mis à sa disposition qui vont être prépondérants.

En effet, la maintenabilité va se traduire concrètement par un temps technique de réparation (T.T.R : Time To Repair) qui se décomposera selon les étapes suivantes.

- Diagnostic, localisation du composant défaillant Compétence, Outils de mesure
- Démontage (procédure + vérifications éventuelles)
- Échange et disponibilité de la pièce en stock
- Remontage Procédure
- Réglage Documentation technique
- Contrôle et essais Qualité de la production

Les sources de perte de temps sont nombreuses, et seront souvent liées à des problèmes de logistique, d'organisation, et de documentation.

La maintenabilité est donc un véritable véritable enjeu pour les méthodes de maintenance, à la portée de toute entreprise, car les efforts induiront forcément un gain important.

Améliorer la fiabilité nécessite des moyens importants (financiers, humains, compétence) et se justifie surtout quand les enjeux sont orientés sécurité,

## 3. Disponibilité

*Définition*

Définition norme X60-500 : Aptitude d'un dispositif à être en état de d'accomplir une fonction requise dans des conditions données, à un instant donné pendant un intervalle de temps donné, en supposant que la fourniture des moyens extérieurs soit assurée.

*Commentaires*

Cette aptitude est fonction d'une combinaison de la fiabilité et de la maintenabilité et du soutien en maintenance du dispositif (organisation du service maintenance).

Le manque de moyens extérieurs nécessaires autres que les moyens de maintenance, n'est pas à prendre en compte dans le concept de disponibilité (manque de matière première)

La disponibilité opérationnelle (constatée d'après des observations) va permettre à la maintenance de mesurer son efficacité globale en matière de service rendu à la production.

Dans le cadre d'une démarche globale, on recherche pour un équipement une efficacité que l'on mesure par le TRG : la disponibilité opérationnelle intervient donc dans la partie Arrêts identifiés.

*Fondamental : objectifs*

L'amélioration de la disponibilité sera optimisée en isolant les sources de pertes (fiabilité ou maintenabilité), pour proposer des solutions techniques (modifications pour raisons de fiabilité ou maintenabilité, maintenance préventive et conditionnelle) ou organisationnelles (gestion de stock, documentation, logistique, communication, formation)

# 4. MTBF et MTTF

*Exemple : Analogie avec l'être humain*

Le MTBF d'un être humain sera le temps moyen entre deux maladies.

La notion de panne est une maladie qui nous rends inapte à accomplir ce que l'on avait prévu de faire (travail, compétition sportive, etc ...). On peut bien sûr facilement remarquer que l'on peut reprendre une activité sans être complétement rétabli (Revoir les notions de dépannage, réparation), ou bien, se rendre au travail en étant légèrement souffrant, ou encore, revoir nos objectifs lors d'une compétition.

On remarquera aussi que le temps de la guérison (24 heures), est plus grand que le temps de travail manqué (8 heures).

Vous pouvez aussi tomber malade pendant vos périodes de repos.

Le MTTF d'un être humain est l'espérance de vie moyenne que l'on nous accorde à la naissance. La référence à la naissance est très important ; si l'espérance de vie est de 75 ans, on comprends aisément qu'une personne de 80 ans a encore l'espoir en moyenne de vivre quelque années. L'espérance de vie doit donc être recalculée sans cesse au fur et à mesure que le temps passe pour avoir une idée du temps qu'il nous reste à vivre à tout moment.

*Attention : Utilité*

Ces caractéristiques sont des moyennes (1 chance sur 2 en général) et intéressent rarement la maintenance qui est souvent plus concernée par des *minimas* ou des *maximas* :

- durée de vie nominale : on a 9 chances sur 10 que le composant fonctionne plus de 5000 heures. On cherche donc plutôt à s'approcher de la certitude de dépasser un temps de fonctionnement, d'où des probabilités supérieures à 90%

- durabilité : on peut utiliser l'équipement au maximum pendant 5 ou 10 ans en tenant compte des évolutions techniques ou technologiques, amortissement.

On peut comparer le MTTF de 2 composants identiques, le MTBF de 2 équipements, l'évolution du MTBF dans le temps (mois par mois)

Les moyennes sont donc essentiellement une caractéristique statistique ou un paramètre de modèles statistiques.

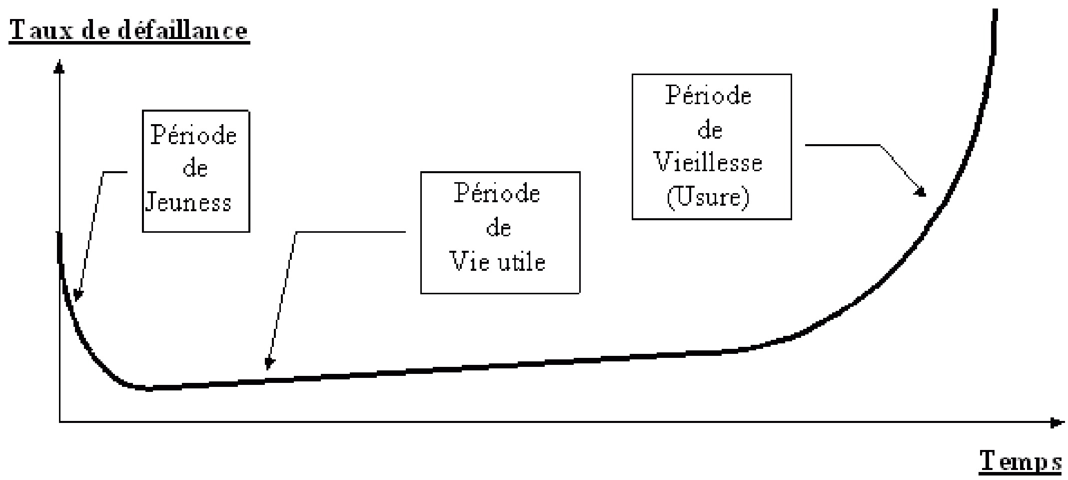
Elles traduisent la tendance centrale d'une distribution, mais pas la forme (dispersion).

# 5. Taux de Défaillance

*Définition*

Le taux de défaillance est égal au nombre de défaillances par unité de temps, ramené à un élément : revoir la définition.

Témoin de l'usure des équipements dans le temps, c'est une caractéristique essentielle pour agir sur la politique de maintenance en fonction du temps.




*Taux de défaillance*

3 période remarquables : jeunesse, vie utile, usure.

## *Période de jeunesse*

Le taux de défaillance diminue. Pour l'homme, on parle de mortalité infantile. En effet on va constater pendant cette période de moins en moins de défaillance.

Le rôle du fabricant est donc de réussir à éliminer les composants ayant des défauts de jeunesse (matière première, assemblage, conditionnement) afin de fournir au client un matériel fiable dès le début de son exploitation.

Politique de déverminage (faire fonctionner la composant avant livraison), de rodage (pièces mécaniques), de contrôle qualité (éliminer les composants non conformes).

## *Période de vie utile*

Le taux de défaillance est constant. C'est une période de maturité pendant laquelle le rythme des défaillances reste le même, on ne peut donc percevoir aucun signe de fatigue ou d'usure de ces composants.

Les défaillances se produisent de façon totalement aléatoire, sans cause systématique.

L'exploitant veillera uniquement à maintenir le matériel dans de bonnes conditions d'utilisation (environnement) et d'exploitation (cadences normales).

Politique de prévention permanente.

## *Période de vieillissement*

Le taux de défaillance croît de plus en plus.

Le rythme des défaillances s'accélère, et annonce une usure normale des composants, des mauvaises conditions d'utilisation ou une maintenance inadéquate.

Selon les technologies et la nature de l'usure, on pourra pratiquer un échange systématique du composant dès la fin de la vie utile, ou bien suivre l'évolution de cette usure par des techniques de maintenance conditionnelle.

## *Attention : Taux de défaillance constant*

Un taux de défaillance constant (pas d'usure) ne signifie pas qu'il n'y a pas de défaillances, mais que sur des périodes de même durée, la probabilité de défaillance reste la même : un ordinateur a sensiblement la même probabilité de défaillance dans sa première année que dans sa troisième année.

## *Technologies*

Les composants électroniques ont une période de vie utile très longue avec un $\lambda$ quasi constant.

Les composants mécaniques ont une période de vie utile beaucoup plus courte, et le $\lambda$ croît sans cesse, si bien que la rupture entre vie utile et vieillissement ne permets pas d'envisager le moment opportun pour une maintenance systématique.

## *Système et composant*

Évaluer le taux défaillance d'un composant peut être réalisé dans des conditions données par des observations statistiques : il existe aussi pour le matériel électronique des recueils de fiabilité.

# FMD Prévisionnelle

II



## 1. Fiabilité prévisionnelle (2C1)

### 1.1. Caractéristiques de la Fiabilité

*Définition : Fiabilité*

Pré-requis : *Fiabilité - p.* ***6***

La fiabilité d'un dispositif au bout d'un temps t correspond à la probabilité pour ce dispositif de ne pas avoir eu de défaillance entre 0 et t.

Pré-requis : Observations (5A1)

Les études vont porter sur l'étude d'une variable aléatoire T

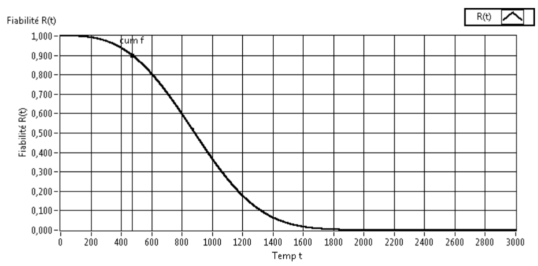
| **Fiabilité R(t)** | $R(t)=Prob(T>t)$ |
|---|---|
| Fonction de répartition des défaillances F(t) | $F(t)=Prob(T<t)=1-R(t)$ |

il en résulte que :

- R(t) est une fonction décroissante de t sur [0,[.
- R(0)=1 et R()=0

*Exemple : Graphe de R(t)*

Représentation de R(t) selon le modèle de Weibull



*Définition : Densité de probabilité des défaillances*

| | |
|---|---|
| f(t) en fonction de R(t) | $f(t)=\frac{dF(t)}{dt}=\frac{-dR(t)}{dt}$ |
| R(t) en fonction de f(t) | $R(t)=1-\int_0^t f(t).dt$ |

A l'aide de la densité de probabilité, si N dispositifs non réparables sont en fonctionnement à t=0 alors la proportion de défaillances attendues entre t et t+dt est de dN(t)=N.f(t).dt

*Définition : MTTF*

Espérance mathématique de la variable aléatoire T

| | |
|---|---|
| Espérance mathématique de la variable aléatoire T | $MTTF=E(t)=\int_0^{+\infty} t.f(t).dt$ |

*Définition : Taux de défaillance*

$$\lambda(t)=\frac{-1}{R(t)}.\frac{dR(t)}{dt}$$

*Formule 1 L(t)_the_rel_R(t)*

λ(t).dt représente la probabilité conditionnelle qu'une défaillance du dispositif se produise entre t et t+dt sachant que ce dispositif n'est pas tombé en panne avant t.

## 1.2. Modèle exponentiel (5E6)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Paramètre : taux de défaillance λ | **Densité de probabilité** | $f(t)=\lambda.e^{-\lambda.t}$ | **Espérance mathématique** | $MTTF=\frac{1}{\lambda}$ |
| | **Fiabilité** | $R(t)=e^{-\lambda.t}$ | | |
| | **Taux de défaillance** | $\lambda(t)=\lambda$ | **Ecart-type** | $\sigma=\sqrt{\frac{1}{\lambda}}$ |

*Caractéristiques*

## *Application en Fiabilité*

La durée de vie est représentée correctement par la loi exponentielle lorsque :

- les défaillances sont indépendantes et imprévisibles, et dont l'apparition obéit à un processus de Poisson.
- le taux de défaillance est constant

Ce modèle est donc particulièrement adapté aux calculs de fiabilité de composants électroniques, ou au dispositifs dont le taux de défaillance peut être considéré comme légèrement croissant, ou considéré comme constant sur une période.

### *Exemple*

| | |
|---|---|
| Lambda | 1,00E-006 |

| | |
|---|---|
| t | 8760 |
| Fiabilité R(t) | 0,99128 |

| | |
|---|---|
| N | 10000 |
| DN | 87 |

*Modèle exponentiel (exemple de calcul simple)*

Sur une mission d'1 an (8760 heures de fonctionnement), on peut s'attendre sur un lot de 10000 composants à 87 défaillances. Cette valeur pourra être exploitée pour une prévision de retour pendant une garantie de 1 an, ou un approvisionnement en stock avec une commande annuelle unique.

Cette valeur de 87 est une valeur attendue dans les conditions d'utilisation qui ont permis de déterminer la valeur de lambda. Une marge de sécurité est donc à envisager en fonction du risque encouru en cas d'erreur.

### 1.3. Loi de Weibull (5E7)

| | |
|---|---|
| ***Paramètres*** | $\beta$ : *paramètre de forme*<br>$\eta$: *facteur d ' échelle*<br>$\gamma$ : *paramètre de position* |
| ***Densité de probabilité*** | $f(t)=\frac{\beta}{\eta}\cdot[\frac{t-\gamma}{\eta}]^{\beta-1}\cdot e^{-[\frac{t-\gamma}{\eta}]^{\beta}}$ |
| ***Fiabilité et Fonction de répartition*** | $R(t)=e^{-[\frac{t-\gamma}{\eta}]^{\beta}}$ , F(t)=1-R(t) |
| ***Taux de défaillance*** | $\lambda(t)=\frac{\beta}{\eta}\cdot[\frac{t-\gamma}{\eta}]^{\beta-1}$ |

*Caractéristiques essentielles*

*Propriétés*

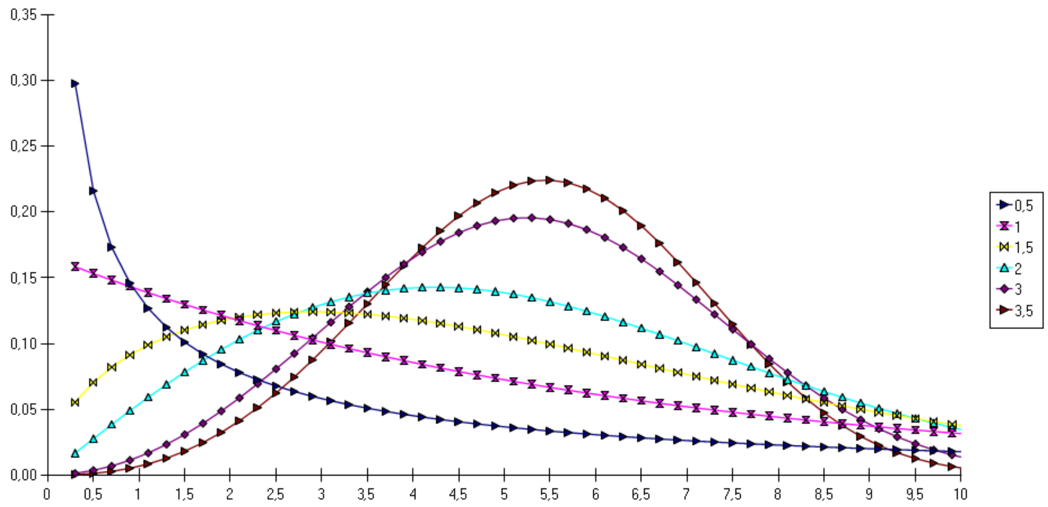
L'aire sous la courbe f est égal à 1

Il existe une primitive exacte de f(t), si bien que les calculs seront fait via la fonction F(t) ou plus souvent par R(t)= 1-F(t) dans le cas de l'application du modèle

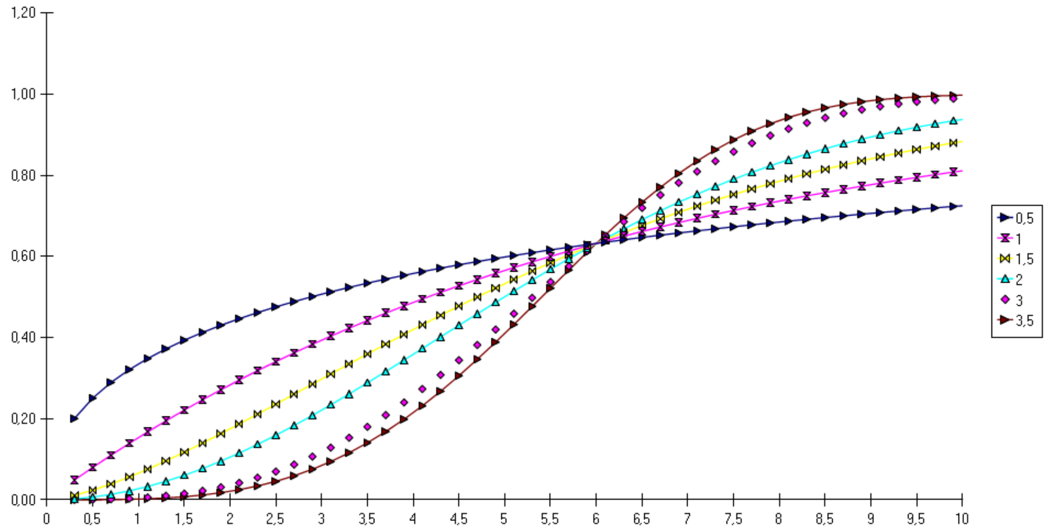
La loi de weibull englobe la loi exponentielle avec $\beta$=1, gamma=0 (paramètre de position) et $\lambda$ = 1/ eta.

Avec $\beta$3,2, on se rapproche de la loi normale ou loi de gauss

*Exemple : Représentation graphique de f(t) et F(t)*




*Modèle de Weibull : Densité de probabilité f*




*Modèle de Weibull : Fonction de répartition F*

## 2. Travaux dirigés

## 2.1. 13. Loi exponentielle : 2C1-td-1

### 2.1.1. 13. Enonçé

| | |
|---|---|
| Code | 2C1-td-1 |
| Fiche Notion essentielle | *Modèle exponentiel (5E6) - p.* ***13*** |
| Définitions à mémoriser | Modèle exponentiel |
| | Nombre de défaillants dN sur dt |

*Mémo*

Le fabriquant d'un composant électronique affirme que le taux de défaillance d'un composant est de 4,7.10-7 h-1.

Un client souhaite acheter 2000 pièces de ce composant et souhaite mettre en stock une quantité de composants suffisante pour assurer 5000 heures de fonctionnement (1 an environ)

*a. Justifier l'emploi du modèle exponentiel*

*b. Calculer la fiabilité à t=5000 heures*

*c. Combien de composants fonctionneront encore à t=5000h sur les 2000 mis en service à t=0*

*d. Quel stock sera nécessaire pour tenir en stock le composant pendant 1 an.*

### 2.1.2. Exercice : 13.a : Justifier l'emploi du modèle

*[Solution p 60]*

*13. Loi exponentielle (2C1-td-1)*

*Justifier l'emploi du modèle exponentiel en précisant la nature de la technologie du composant*

### 2.1.3. Exercice : 13.b : fiabilité à t=5000 heures

*[Solution p 60]*

*13. Loi exponentielle (2C1-td-1)*

*Exploiter l'expression de R(t) selon le modèle exponentiel pour calculer la fiabilité espérée ou prévisionnelle à t=5000 heures*

La fiabilité à t=5000 heures est R(t= ______ ) = exp (- [ ____ .10- ___ ]*[ ______ ]) = ________ % (à 4 décimales)

### 2.1.4. Exercice : 13.c. Nombre de survivants à t=5000

*[Solution p 60]*

*13. Loi exponentielle (2C1-td-1)*

*En 13.b, nous avons calculé la fiabilité à t=5000 heures qui vaut 99,7653%*

*Cette précision est nécessaire pour calculer les survivants à t=5000 heures car 20000 est une valeur conséquente.*

*Exploiter la formule de la fiabilité observée pour évaluer le nombre de survivants N(t) sachant que l'on connaît R(t)*

N(t=5 000)=

### 2.1.5. Exercice : 13.d. Stock de départ

[Solution p 60]

*13. Loi exponentielle (2C1-td-1)*

*En 13.c, nous avons calculé que 19953 seront encore en fonctionnement*

A combien de défaillances peut – on s'attendre au bout de 5000 heures de fonctionnement sur un lot de 20000 pièces --->

* *

*

La question principale à se poser consiste dans la confiance que l'on a sur le taux de défaillance annoncé par le fournisseur.

On pourrait partir sur le fait que si le fournisseur affirme que la fiabilité à t=5000 est de 99,75%, alors on est assuré qu'elle est au moins de 99,5%

Le stock à constituer en début d'année passerait donc à 100 pour être sûr de ne pas être obligé de relancer une commande avant l'échéance prévue.

Si le délai d'approvisionnement est de 1 mois, et que l'on fait le choix de commander lorsque le stock passe en dessous d'une quantité minimum de réapprovisionnement, alors cette quantité pourrait être fixée à 10.

--> la consommation annuelle moyenne étant environ de 50, alors la consommation moyenne mensuelle serait environ de 5. En doublant cette consommation dite moyenne pendant le délai de réapprovisionnement, on évite à coup sûr une rupture de stock, et le rythme des commandes dépendra de la consommation réelle des composants

## 2.2. Exercice : 11. Garantie

Pré-requis

| | |
|---|---|
| Code | 2C1-td-2 |
| Fiche Notion essentielle | *Modèle exponentiel (5E6) - p. **13*** |
| Définitions à mémoriser | Modèle exponentiel |
| | durée de vie nominale |

*Mémo*

Après un test de 250000 heures, un constructeur a relevé que 50% des transistors fonctionnaient encore.

Comment exprimer la notion de garantie en fonction de la fiabilité

.

Question

[Solution p 56]

Justifier l'utilisation du modèle exponentiel, et donner l'expression mathématique du modèle.

Question

[Solution p 56]

Exprimez λ en fonction de R(t) et t

*Indice :*

*Eliminez la fonction exponentielle en évaluant pour le logarithme népérien LN de chaque terme de R(t)=exp(-.t)*

Question

[Solution p 56]

Calculer le taux de défaillance et en déduire le MTTF

Question

[Solution p 56]

Quelle période de garantie pourriez vous fixer à ce transistor ?

Question

[Solution p 56]

Pour réaliser un étage d'amplificateur, on utilise 10 composants de même fiabilité. Quelle serait la fiabilité du système à t=50000 heures ?.

*Indices :*

*Les composants sont en série*

*Les taux de défaillance (Solution 1) s'ajoutent ou les fiabilités se multiplient (Solution 2)*

# 3. Exercices

## 3.1. Exercice : 19. Loi Exponentielle

[Solution p 60]

*Code 2C1-01-n2*

*La durée de vie d'un système électronique suit une loi exponentielle.*

*La probabilité que ce système fonctionne 150 heures est de 0,85.*

*Si le fabricant propose une garantie de 100 heures, combien de pièces sur 250 seront – elles retournées sous garantie ?*

λ = ____ E- ____ $h^{-1}$. (format x,yy E -z)

R(t=100)= ____ (2 décimales)

____ composants seront retournés

## 3.2. 20. Adéquation modèle exponentiel (2C-10-n1)

### 3.2.1. 20. Enoncé

| | |
|---|---|
| Code | 2C-n1-10 |
| Fiche Notion essentielle | *Modèle exponentiel (5E6) - p.* ***13*** |
| Définitions à mémoriser | Modèle exponentiel |
| Exercices pré-requis | 17-19-22 pour les questions a,b,c et 13-11 pour les questions d et e |
| Ressource question e | Tableur-Labview |
| | src 20.1 : Durée de vie 9 composants (9 ttf) (cf. src_20_1.ods) |

*Mémo*

La durée de bon fonctionnement de 9 composants a donné les résultats suivants en jours : 17, 204, 10, 82, 144, 29, 58, 45 , 101.

a. Calculer la fiabilité et le taux de défaillance à t=50 jours

b. Calculer la fiabilité et le taux de défaillance à t=100 jours

c. En utilisant le MTTF déterminer le taux de défaillance expérimental que l'on peut appliquer au modèle exponentiel (on suppose que les composants sont des composants électronique)

d. En utilisant le *modèle exponentiel - p. **13*** , avec le taux de défaillance calculé à la question c, comparez avec les résultats précédents.

e. A l'aide du tableur ou de labview (TTAM), tracez la fiabilité observée et selon le modèle exponentiel en fonction du temps. R(t) observée sera calculée avec la formule des rangs médians et non pas avec (1-i)/N

### 3.2.2. Exercice : a. Fiabilité et taux de défaillance à t=50

*[Solution p 60]*

*La durée de bon fonctionnement de 9 composants a donné les résultats suivants en jours : 17, 204, 10, 82, 144, 29, 58, 45, 101.*

a. Calculer la fiabilité et le taux de défaillance à t=50 jours

- R(50) = /
- On ne peut pas calculer le taux de défaillance à t=50 jours car la défaillance la plus proche de 50 jours est 58 jours, donc on a λ(58) = /[ * jours]

### 3.2.3. Exercice : b. Fiabilité et Taux de défaillance à t=100

*[Solution p 61]*

*La durée de bon fonctionnement de 9 composants a donné les résultats suivants en jours : 17, 204, 10, 82, 144, 29, 58, 45 , 101.*

*a. La fiabilité à t=50 est de 0,61 et le taux de défaillance à t=58 est de 0,015 jr-1*

b. Calculer la fiabilité et le taux de défaillance à t=100 jours

- R(t=100) = /
- λ(101)=0,0 jr-1

### 3.2.4. Exercice : c. MTTF et taux de défaillance

*[Solution p 61]*

*La durée de bon fonctionnement de 9 composants a donné les résultats suivants en jours : 17, 204, 10, 82, 144, 29, 58, 45 , 101.*

*a. La fiabilité à t=50 est de 0,56 et le taux de défaillance à t=58 est de 0,015 jr-1*

*b. La fiabilité à t=100 est de 0,33 et le taux de défaillance à t=58 est de 0,018 jr-1*

c. En utilisant le MTTF déterminer le taux de défaillance expérimental que l'on peut appliquer au modèle exponentiel (on suppose que les composants sont des composants électronique)

MTTF = jours (xx,xx)

$\lambda_{\text{expérimental}}$ = jr-1 (x,xxx)

### 3.2.5. Exercice : d. Fiabilité selon le modèle exponentiel

*[Solution p 61]*

*La durée de bon fonctionnement de 9 composants a donné les résultats suivants en jours : 17, 204, 10, 82, 144, 29, 58, 45 , 101.*

*a. La fiabilité à t=50 est de 0,56 et le taux de défaillance à t=58 est de 0,015 $jr^{-1}$*

*b. La fiabilité à t=100 est de 0,33 et le taux de défaillance à t=58 est de 0,018 $jr^{-1}$*

*c. Le MTTF est de 76,67 jours et le taux de défaillance que l'on va choisir comme constant est de 0,013 $jr^{-1}$*

d. En utilisant le modèle exponentiel , avec le taux de défaillance calculé à la question comparez avec les résultats précédents.

- $R_{exponentiel}$ (t=50j) = (x,xx)
- $R_{exponentiel}$ (t=100j) = (x,xx)

### 3.2.6. Exercice : e. Adéquation au modèle exponentiel

*[Solution p 61]*

*La durée de bon fonctionnement de 9 composants a donné les résultats suivants en jours : 17, 204, 10, 82, 144, 29, 58, 45 , 101.*

*a. La fiabilité à t=50 est de 0,56 et le taux de défaillance à t=58 est de 0,015 $jr^{-1}$*

*b. La fiabilité à t=100 est de 0,33 et le taux de défaillance à t=58 est de 0,018 $jr^{-1}$*

*c. Le MTTF est de 76,67 jours et le taux de défaillance que l'on va choisir comme constant est de 0,013 $jr^{-1}$*

*d. $R_{exponentiel}$ (t=50j) = 0,52 et $R_{exponentiel}$ (t=100j) = 0,27*

*e. A l'aide du tableur ou de labview (TTAM), tracez la fiabilité observée et selon le modèle exponentiel en fonction du temps. R(t) observée sera calculée avec la formule des rangs médians et non pas avec (1-i)/N*

Ligne par ligne calculer la différence (en valeur absolue) entre la fiabilité calculée selon les rangs médians et la fiabilité calculée selon le modèle exponentiel.

La somme de ces écarts est de (à deux décimales près)

## 3.3. Exercice : 21. Approximation modèle exponentiel

2C1-11-n2

Pré-requis : 2C2-04.1-n1.

Dans l'exercice 2C2-04.1-n1, nous avons vu que le taux de défaillance est constant dans le temps.

Le modèle exponentiel peut donc s'appliquer à la modélisation de la durée de vie de ce composant.

Il faut choisir la valeur de Lambda la plus proche possible des valeurs expérimentales calculées.

De

$$R(t)=e^{-\lambda.t}$$

, on tire

$$\ln R(t)=-\lambda.t$$

. Les points (t, Ln R) doivent donc être alignés si les données expérimentales peuvent être modélisées avec le modèle exponentiel.

Pour chaque rang i, calculez la fiabilité expérimentale à l'aide des rangs médians

$$R(i)=\frac{i-0,3}{N+0,4}$$

. Avec le tableur, comme nous ajoutons le rang i=0, on imposera R(i=0)=1.

Calculez Ln $R_i$.

Placez les points $t_i$, Ln $R_i$ sur un graphe XY.

Tracer la droite la plus proche du nuage de point, et en déduire la pente qui est égale à -λ. Pour simplifier, on peut aussi évaluer λ avec 1/MTTF.

Calculez pour chaque valeur de i, $R_{thé}(t)$ --> $R_{thé}(t)$ est calculé avec le modèle exponentiel et la valeur de λ que vous avez choisi.

Comparez sur un même graphique $R_{exp}$ (t) et $R_{thé}$ (t).

Question

*[Solution p 56]*

Suivre les étapes ci-dessus à l'aide du tableur ou de labview

# FMD expérimentale

III



## 1. Fiabilité observée : Resumé

*Attention*

Vous trouverez ici les formules spécifiques que l'on peut appliquer à chaque d'étude de fiabilité observée.

Elles sont utiles pour comprendre comment appliquer les formules générales, notamment dans le cadre des traitements informatiques.

### 1.1. Dispositifs non réparables (rang)

*Données en entrées*

| Rang | Durée de vie |
|---|---|
| i | ttf |

*structure des fichiers src_x.y.csv*

*Définition : Résumé des formules spécifiques*

| | |
|---|---|
| Effectif défaillant | $dN(i)=1$ |
| Densité de probabilité | $f[i]=\frac{dN(i)}{N}=\frac{1}{N}$ |
| Effectif survivant | $N(i)=N-i=N(i-1)-1$ |
| Fonction de répartition | $F(i)=\frac{i}{N}$ |
| Fiabilité | $R(i)=\frac{N(i)}{N}$ |

| | |
|---|---|
| Taux de défaillance | $\lambda[i]=\frac{1}{N(i-1).[Ttf(i)-Ttf(i-1)]}$ |
| $MTTF=\frac{\sum_{i=1}^{N} Ttf_i}{N}$ | |

*Formules*

## 1.2. Dispositifs non réparables (période)

*Données*

| limites de période | effectifs défaillants |
|---|---|
| t | dN(tc) |

*structure des fichiers src_x.y.csv*

*Définition*

| | |
|---|---|
| Fiabilité de 0 à t | $R(t)=\frac{N(t)}{N(t=0)}$ |
| Densité de Probabilité de t à t+dt | $f[tc]=\frac{dN[tc]}{N[t=0]}$ |
| Taux de défaillance de t à t+dt | $\lambda[tc]=\frac{dN[tc]}{N[t].dt}$ |

*Données calculées pour chaque période*

| | |
|---|---|
| MTTF | $MTTF=\frac{\sum_{i=1}^{nc} dN(tc_i).tc_i}{\sum_{i=1}^{nc} dN(tc_i)}$ |
| $dN(tc_i)$ représente le nombre de défaillant sur la période de rang i<br>$tc_i$ représente le temps au centre de la période de rang i | |

*Mean Time to failure (temps moyen avant défaillance)*

# 2. Dispositifs non réparables

## 2.1. Dispositifs non réparables : étude par rang (2C2A1)

*Rappel*

Pré-requis :

- Variable statistique (5A1) .
- *Fiabilité - p.* ***6***
- *MTBF et MTTF - p.* ***9***
- *Taux de Défaillance - p.* ***10***

*Observations et mise en forme des données*

On étudie la durée de vie (Variable T) de N dispositifs non réparables :

Les durées de vie observées seront des (TTF) : dans les formules générales, t sera donc équivalent à des TTF

Les TTF seront classés selon un ordre croissant et on assignera à chaque *ttf* un rang i

Pour chaque dispositif, on identifie le *rang i de la défaillance et sa durée de vie (ttf)*

*Définition : Résumé des formules spécifiques*

| | |
|---|---|
| Effectif défaillant | $\mathrm{dN}(i)=1$ |
| Densité de probabilité | $\mathrm{f}[i]=\frac{\mathrm{dN}(i)}{N}=\frac{1}{N}$ |
| Effectif survivant | $\mathrm{N}(i)=N-i=\mathrm{N}(i-1)-1$ |
| Fonction de répartition | $\mathrm{F}(i)=\frac{i}{N}$ |
| Fiabilité | $R(i)=\frac{N(i)}{N}$ |
| Taux de défaillance | $\lambda[i]=\frac{1}{N(i-1).[Ttf(i)-Ttf(i-1)]}$ |
| $MTTF=\frac{\sum_{i=1}^{N} Ttf_i}{N}$ | |

*Exemple : Présentation des données de départ, des calculs intermédiaires et des caractéristiques de fiabilité*

On obtient donc une *mise en forme des données* selon le tableau donné ci-dessous.

| i | ttf |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 200 |
| 2 | 310 |
| 3 | 400 |
| 4 | 500 |
| 5 | 570 |
| 6 | 670 |
| 7 | 800 |
| 8 | 940 |
| 9 | 1100 |

*Tableau 1 src 9.1 : Durée de vie (9 syst. mécanique)*

Ci-dessous le tableau final de l'étude FMD pour des données de type "*n_ obs*"

| | | | |
|---|---|---|---|
| N(t=0) | 9 | | |

| Rang i | t ou TTF | dn(i) | F(i) | N(i) | R(i) | λ(i) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | | | | | |
| 1 | 200 | | | | | |
| 2 | 310 | | | | | |
| 3 | 400 | | | | | |
| 4 | 500 | | | | | |
| 5 | 570 | | | | | |
| 6 | 670 | | | | | |
| 7 | 800 | | | | | |
| 8 | 940 | | | | | |
| 9 | 1100 | | | | | |

| | |
|---|---|
| MTTF | |

*Tableau 1 src_9.2 : Durée de vie (9 cartes électronique) : Calculs*

*Remarque : Lien entre le rang i, la notion de t en général et les TTF*

Le rang i va être utilisé dans les formules ci-dessous mais c'est bien le temps t de la défaillance (ou Ttf) que sera utilisé pour exploiter les données ou encore représenter graphiquement les caractéristiques étudiées.

La notion de rang est utile pour les traitements informatisés : on ajoutera d'ailleurs dans les tableaux systématiquement le rang i=0 qui permettra d'initialiser certains traitements ou certaines formules recopiées vers le bas (Application tableur)

Quand on parle de Ttf, on est sûr que l'on traite bien le cas de dispositifs non réparables

## *Fonction de répartition des défaillances F(t) ou F(i)*

F(t) est la fonction de répartition des défaillances ou encore fonction cumulée de la fonction f.

On la calculera facilement pour chaque rang par la formule suivante : $F(i)=\frac{i}{N}$

C'est aussi la fonction cumulée de f(t). On vérifie que notamment que F(i=n)=SOMME(dn) si dans l'étude de fiabilité on a observé les N défaillances des N composants mis en service à t=0.

Lorsque N est très faible et que l'on souhaite vérifier l'adéquation des données à un modèle théorique (Modèle exponentiel ou Modèle de Weibull), on calculera F(t) ou F(i) par la formule des rangs médians.

On en déduit pour chaque rang i le nombre de survivants N(i) ou encore $N(TTF_i)$

Le temps qui s'écoule pour la défaillance de rang i est la différence entre le TTF au rang i et le TTF au rang i-1

### *Attention*

Sauf cas particulier, en FMD, on exploite rarement la fonction F(t) car on lui préfère la fiabilité R(t)=1-F(t).

### *Définition : Fiabilité R(t)*

| | |
|---|---|
| En exploitant le calcul intermédiaire de F(i) ou du rang i | $R(i)=1-F(i)=\frac{N-i}{N}$ |
| En exploitant le calcul intermédiaire de N(i) | $R(i)=\frac{N(i)}{N}$ |

*Calcul de R(t) en fonction du rang i ou des survivants N(i)*

R est une fonction toujours décroissante dans le temps comprise entre 1 et 0

## *Taux de défaillance*

Le taux de défaillance au rang i dépend de la situation au rang précédent puisqu'il est calculé sur une période.

Au rang i = 0, Le taux de défaillance est égal à 0.

Aux rangs i >0, on observe 1 défaillance parmi N(i-1) composants encore en fonctionnement sur une période qui se calcule par la différence du temps de la défaillance de rang i et du temps de la défaillance de rang précédent (i-1) :

### *Définition : Calcul du taux de défaillance*

$$\lambda[i]=\frac{1}{N(i-1).[Ttf(i)-Ttf(i-1)]}$$

### *Exemple : Calcul détaillé*

- La première défaillance est apparue sur une durée de 200 heures de fonctionnement, soit 200-0.
- La deuxième est apparue sur une durée 110 heures (310-200).

- La troisième sur 90 heures (400-300).

$$\lambda(i=1)\ \ ou\ \ \lambda(t=200\mathrm{h})=\frac{1\ défaillant\ \ à\ \ t=200}{9\ survivants\ \times\ 200\,h}=5{,}56.10^{-4}.h^{-1}$$

$$\lambda(i=2)\ \ ou\ \ \lambda(t=310\mathrm{h})=\frac{1\ \ défaillant\ \ à\ \ t=310}{8\ survivants\ \times\ 110\,h}=11{,}36.10^{-4}.h^{-1}$$

*Définition : MTTF*

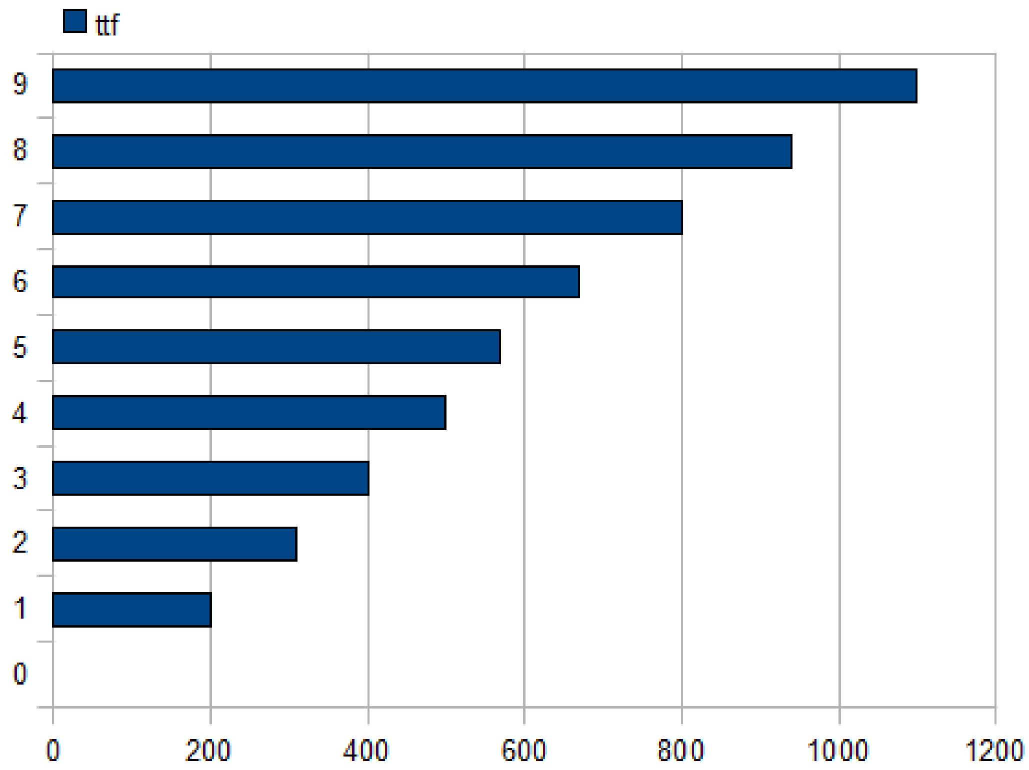
| MTTF | $$MTTF=\frac{\sum_{i=1}^{N} Ttf_i}{N}$$ |
|---|---|

*Mean Time to failure (temps moyen avant défaillance)*

*Données de départ (n faible)*

| i | ttf |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 200 |
| 2 | 310 |
| 3 | 400 |
| 4 | 500 |
| 5 | 570 |
| 6 | 670 |
| 7 | 800 |
| 8 | 940 |
| 9 | 1100 |

*Tableau 1 src 9.1 : Durée de vie (9 syst. mécanique)*




*src 9.4 : TTF ordonnés par rang*

## *Données calculées pour chaque rang i*

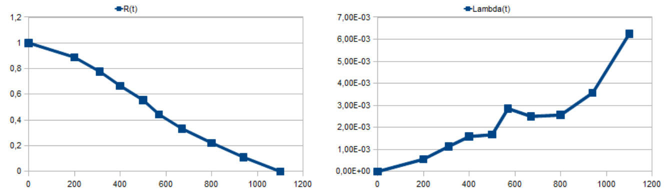
| | | | |
|---|---|---|---|
| N(t=0) | 9 | | |

| Rang i | t ou TTF | dn(i) | F(i) | N(i) | R(i) | λ(i) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 9 | 1 | 0 |
| 1 | 200 | 1 | 0,11 | 8 | 0,89 | 0,000556 |
| 2 | 310 | 1 | 0,22 | 7 | 0,78 | 0,001136 |
| 3 | 400 | 1 | 0,33 | 6 | 0,67 | 0,001587 |
| 4 | 500 | 1 | 0,44 | 5 | 0,56 | 0,001667 |
| 5 | 570 | 1 | 0,56 | 4 | 0,44 | 0,002857 |
| 6 | 670 | 1 | 0,67 | 3 | 0,33 | 0,002500 |
| 7 | 800 | 1 | 0,78 | 2 | 0,22 | 0,002564 |
| 8 | 940 | 1 | 0,89 | 1 | 0,11 | 0,003571 |
| 9 | 1100 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,006250 |

| | |
|---|---|
| MTTF | 610 |

*Tableau 1 src 9.5 : Correction étude fiabilité observée*

### *Représentation graphique*




*Animation 1 Graphes*

## 2.2. Dispositifs non réparables : étude par période (2C2A2)

### *Rappel : Pré-requis*

*Dispositifs non réparables : étude par rang (2C2A1) - p.* ***25***

Mise en forme des données (5A3)

### *Observations et mise en forme des données*

Les observations des durées de vie (ttf) sont trop nombreuses (N >20 à 50) pour être traitées rang par rang. Les *ttf* seront regroupés par classes de durée fixe ou variable selon la valeur des effectifs obtenus. Il vaut mieux augmenter la durée d'une période et ainsi éviter d'avoir des périodes avec un effectif quasi-nul.

Par analogie avec les traitements de statistiques descriptives, on pourra consulter le chapitre Mise en forme des données (5A3) .

Lorsque n est grand, on étudie le nombre de défaillances par périodes de temps de durée variable dt.

On recense pour chaque période le nombre de défaillances dN(t).

Pour chaque période, on a :

- *t* (ou $t_{deb}$) représente ci-dessous le *début* de la période,
- *tc* représente le *centre* de la période
- *dt* représente la *durée* de la période
- *t+ dt* représente la fin de période

On représentera ainsi N(t) ou R(t) en fonction de t (début de la période) et la densité de probabilité et le taux de défaillance en fonction du centre de la période.

### *Attention : Nombre de périodes ou de classes*

On a un nombre de classes que l'on exprime par *nc*. Contrairement à l'étude par rang, *i* désignera une *période* et non une défaillance.

### *Etude par période*

En reprenant l'exemple vu dans la fiche *Dispositifs non réparables par rang (2C2A1) - p.* ***25***

| i | ttf |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 200 |
| 2 | 310 |
| 3 | 400 |
| 4 | 500 |
| 5 | 570 |
| 6 | 670 |
| 7 | 800 |
| 8 | 940 |
| 9 | 1100 |

*Tableau 1 src 9.1 : Durée de vie (9 syst. mécanique)*

En regroupant les 9 défaillances sur 3 périodes, on obtient le tableau ci-dessous.

Les caractéristiques de fiabilité sont exprimées soit en fonction de t (tdeb) soit de tc.

On retrouve 1 ligne pour chaque période. La dernière ligne est présente pour permettre de disposer dans la colonne tdeb de la limite de la dernière période.

| tdeb | tfin | tc | dt | dn(tc) | N(tdeb) | f(tc) | R(tdeb) | λ(tc) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 450 | 225 | 450 | 3 | 9 | 33,33% | 100,00% | 0,0007407407 |
| 450 | 750 | 600 | 300 | 3 | 6 | 33,33% | 66,67% | 0,0016666667 |
| 750 | 1100 | 925 | 350 | 3 | 3 | 33,33% | 33,33% | 0,0028571429 |
| 1100 | | | | | 0 | | 0 | |

*Tableau 1 9.9. Mise en forme des données par période*

## *Définition : Résumé des définitions*

| | |
|---|---|
| Fiabilité de 0 à t | $R(t)=\dfrac{N(t)}{N(t=0)}$ |
| Densité de Probabilité de t à t+dt | $f[tc]=\dfrac{dN[tc]}{N[t=0]}$ |
| Taux de défaillance de t à t+dt | $\lambda[tc]=\dfrac{dN[tc]}{N[t].dt}$ |

*Données calculées pour chaque période*

## *Effectif des survivants N(t) et R(t)*

Si i représente le rang de la période, t le début de la période, alors

- N(t=0) = N
- N(t) au rang i = [ N(t) au rang i-1 ] -[ dN(tc) au rang i-1 ]

On en déduit R(t)=N(t)/N

### *Taux de défaillance*

Pour chaque période de centre tc, de début t et de durée dt, on aura λ (tc)=dN(tc) / [N(t) * dt]

### *Exemple : Calcul détaillé*

$$\lambda(tc=225) \ \ ou \ \ \lambda([0-450]) = \frac{3 \ défaillants \ \ entre \ \ t=0 \ et \ t=450}{(9 \ survivants \ \ à \ t=0) \times \ 450h} = 7{,}407.10^{-4}.h^{-1}$$

$$\lambda(tc=600) \ \ ou \ \ \lambda([450-750]) = \frac{3 \ défaillants \ \ entre \ \ t=450 \ et \ t=750}{(6 \ survivants \ \ à \ t=450) \times \ 300h} = 16{,}666.10^{-4}.h^{-1}$$

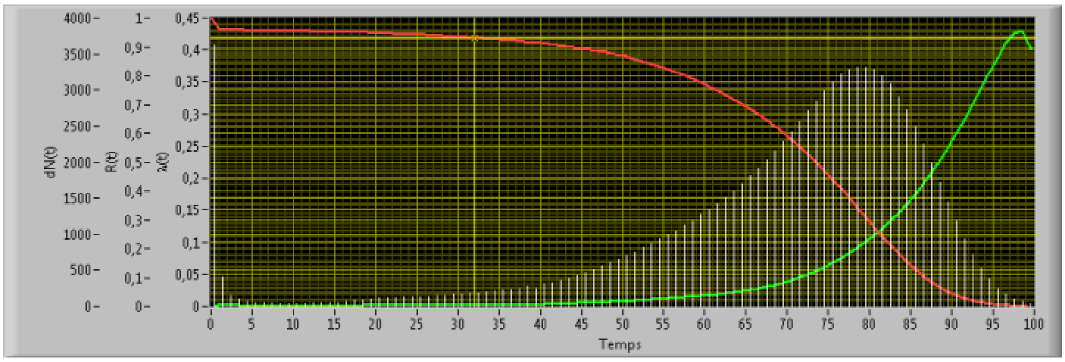
### *MTTF*

| MTTF | $$MTTF = \frac{\sum_{i=1}^{nc} dN(tc_i).tc_i}{\sum_{i=1}^{nc} dN(tc_i)}$$ |
|---|---|
| $dN(tc_i)$ représente le nombre de défaillant sur la période de rang i<br>$tc_i$ représente le temps au centre de la période de rang i | |

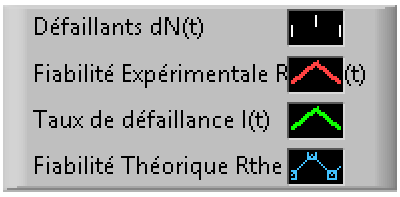
*Mean Time to failure (temps moyen avant défaillance)*

### *Exemple : Observation de l'âge du décès d'un échantillon de 100000 personnes*

L'observation de l'âge du décès de 100 000 personnes est mis en forme par classes d'une durée fixe de 1an




*Statistiques Mortalité R(t), f(t), l(t)*




*Légende*

## 2.3. Fiabilité observée : Resumé

*Attention*

Vous trouverez ici les formules spécifiques que l'on peut appliquer à chaque d'étude de fiabilité observée.

Elles sont utiles pour comprendre comment appliquer les formules générales, notamment dans le cadre des traitements informatiques.

### 2.3.1. Dispositifs non réparables (rang)

*Données en entrées*

| Rang | Durée de vie |
|---|---|
| i | ttf |

*structure des fichiers src_x.y.csv*

*Définition : Résumé des formules spécifiques*

| | |
|---|---|
| Effectif défaillant | $\mathrm{dN}(i)=1$ |
| Densité de probabilité | $f[i]=\frac{\mathrm{dN}(i)}{N}=\frac{1}{N}$ |
| Effectif survivant | $\mathrm{N}(i)=N-i=\mathrm{N}(i-1)-1$ |
| Fonction de répartition | $\mathrm{F}(i)=\frac{i}{N}$ |
| Fiabilité | $R(i)=\frac{N(i)}{N}$ |
| Taux de défaillance | $\lambda[i]=\frac{1}{N(i-1).[Ttf(i)-Ttf(i-1)]}$ |
| $MTTF=\frac{\sum_{i=1}^{N} Ttf_i}{N}$ | |

*Formules*

### 2.3.2. Dispositifs non réparables (période)

*Données*

| limites de période | effectifs défaillants |
|---|---|
| t | dN(tc) |

*structure des fichiers src_x.y.csv*

*Définition*

| | |
|---|---|
| Fiabilité de 0 à t | $R(t)=\dfrac{N(t)}{N(t=0)}$ |
| Densité de Probabilité de t à t+dt | $\mathrm{f}\,[tc]=\dfrac{\mathrm{dN}[tc]}{\mathrm{N}[t=0]}$ |
| Taux de défaillance de t à t+dt | $\lambda[tc]=\dfrac{\mathrm{dN}[tc]}{N[t].dt}$ |

*Données calculées pour chaque période*

| | |
|---|---|
| MTTF | $MTTF=\dfrac{\sum_{i=1}^{nc}\mathrm{dN}(tc_i).tc_i}{\sum_{i=1}^{nc}\mathrm{dN}(tc_i)}$ |
| $\mathrm{dN}(tc_i)$ représente le nombre de défaillant sur la période de rang i<br>$tc_i$ représente le temps au centre de la période de rang i | |

*Mean Time to failure (temps moyen avant défaillance)*

## 2.4. 17. Observations (syst. mécanique)

**Objectifs**

**Se familiariser aux formules sur la fiabilité expérimentale à partir de l'observation de la durée de vie d'un lot de composants testés par le constructeur.**

| Code | 17.2C2-td-1 |
|---|---|

| | |
|---|---|
| Notion essentielle (Pré-requis questions 1 à 4) | *2C2A1. Dispositifs non réparables (rang) - p.* ***25*** |
| Notion essentielle (Pré-requis question 5) | *2C2A2. Dispositifs non réparables (période) - p.* ***30*** |
| Définitions courtes | Disp. non réparable -- MTTF -- Durée de vie |
| | Taux de défaillance --Fiabilité observée --N(t) |

*Mémo*

:

Pré-requis question 5 : - *p.* ***30***

On a recensé ladurée de vie de 9 dispositifs non réparables d'origine mécanique : On vous donne le Ttf de chaque composant en fonction du rang i de la défaillance.

| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ttf | 200 | 310 | 400 | 500 | 570 | 670 | 800 | 940 | 1100 |

## 2.4.3. Exercice : 1 : MTTF Expérimental

*[Solution p 62]*

*Calculez le MTTF expérimental.*

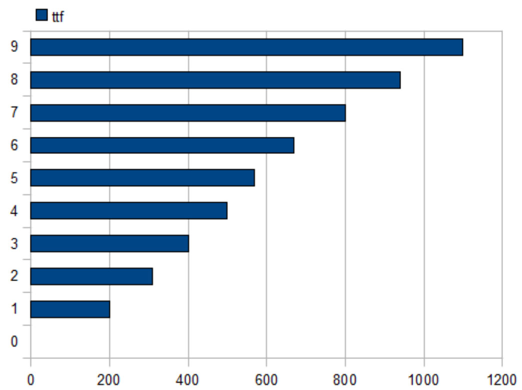
Nous avons N = composants mis en service à t=0.

La somme des Ttf est de heures

MTTF = heures

## 2.4.4. Exercice : 2 : Survivants N(t)

*[Solution p 62]*




*Effectif des survivants N(t) à un instant t.*

*Pour déterminer le nombre de survivants à un instant t, il suffit de compter le nombre de dispositifs dont la durée de vie dépasse t.*

*Aidez vous vous du graphe ci-dessous pour répondre aux questions posées.*

Survivants

- N (t=450 h) = : comptez le nombre de dispositifs avec une durée de vie supérieure à 450 h
- N (t=850 h) = : comptez le nombre de dispositifs avec une durée de vie supérieure à 850 h

## 2.4.5. Exercice : 3 : Fiabilité R(t)

*[Solution p 62]*

*Calculer la fiabilité R(t) à un instant t. Voir aussi la définition de la fiabilité expérimentale.*

*De l'exercice précédent, nous avons*

*Survivants*

- *N (t=450 h) = 6*
- *N (t=850 h) = 2*

*Fiabilité*

*Il suffit pour calculer R(t) de diviser N(t) par le nombre de dispositifs étudiés à t=0*

A t=0, l'étude porte sur dispositifs.

Fiabilité

- Fiabilité de t=0 à t=450 h = R(450) = /
- Fiabilité de t=0 à t=850 h = R(850) = /

## 2.4.6. Exercice : 4 : Taux de défaillance

*[Solution p 62]*

*Le taux de défaillance se calcule sur une période. Nous allons le calculer pour la période 0 à 300 h et 300 à 600h*

Données de la période de 0 à 300 heures :

- Nombre de défaillants dN(t) dans la période [0-300] :
- Nombre de survivants N à t=0 :
- Durée dt de la période : h

Le taux de défaillance [0-300] est donc de défaillant sur survivants pendant heures, soit , E - $h^{-1}$ (2 décimales)

Procédez par analogie pour la période 300 à 600 heures :

Le taux de défaillance [300-600] est donc de défaillants sur survivants pendant heures , soit de , E - $h^{-1}$ (2 décimales)

## 2.4.7. Exercice : 5 : Etude FMD par période

*[Solution p 63]*

*Compléter le tableau ci-dessous : Les cellules sur fond blanc sont à compléter.*

*Répondre aux questions ci-dessous à l'aide du tableau complété*

| N(t=0) | 9 |
|---|---|

| Gestion du temps | | | Effectifs | | Densité | Fiabilité | Taux déf. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Tdeb** | **Tc** | **dt** | **dN** | **N** | **f** | **R** | **λ** |
| 0 | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| 450 | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| 750 | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| 1100 | | | | | | | |

*Tableau 1 src_9.3 : Aide à la mise en application des formules de FMD expérimentale*

Fiabilité

- R (t=450h) = /
- R (t=750h) = /

Taux de défaillance :

- λ (0 à 450h) = / [ * h ]
- λ (450 à 750h) = / [ * h ]
- λ (750 à 1100h) = / [ * h ]

  Le composant est il en phase d'usure ? répondez O pour Oui ou N pour Non :

# 3. Dispositifs réparables

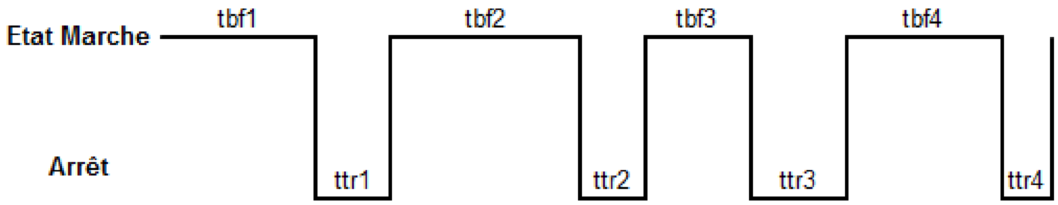
## 3.1. Dispositifs réparables (2C2B)

### *Définition : Observations d'un dispositif réparable*

On observe n périodes dites de fonctionnement, ou encore n durées de mission. On résume ceci par l'observation de n tbf.

Le rang i correspond au rang de la défaillance, lorsque les tbf (temps entre deux pannes) sont ordonnés dans le sens croissant pour faciliter les calculs, le rang ne correspond donc pas forcément à l'ordre chronologique dans lequel les défaillances se sont produites (cf Graphe Marche-Arrêt ci-dessous).

La durée de réparation pour remettre en état l'équipement se traduit par les n ttr observés entre deux pannes : le traitement des ttr fait l'objet d'un traitement à part.




*Graphe Marche Arrêt*

| | | | |
|---|---|---|---|
| MTBF | $MTBF = \frac{\sum_{i=1}^{N} tbf_i}{N}$ | Disponibilité | $D = \frac{MTBF}{(MTBF + MTTR)}$ |
| MTTR | $MTTR = \frac{\sum_{i=1}^{N} ttr_i}{N}$ $D = \frac{MTBF}{(MTBF + MTTR)}$ | | |

*Disponibilité opérationnelle*

N(t) dans le cas d'un dispositif réparable représente le *nombre de missions* qui ont dépassé la durée t.

### 3.1.1. Etude de fiabilité

#### *Si n est faible*

Lorsque n est faible on évalue les différentes caractéristiques par rang de façon analogue au cas traité pour *Dispositifs non réparables : étude par rang (2C2A1) - p.* ***25***

On en déduit pour chaque rang i le nombre de missions réussies N(i)

| | |
|---|---|
| Fiabilité de 0 à au rang i | |

| | |
|---|---|
| | $R(i)=\dfrac{N(i)}{N}$ |
| Densité de Probabilité au rang i | $f[i]=\dfrac{dN(i)}{N}=\dfrac{1}{N}$ |
| Taux de défaillance au rang i | $\lambda[i]=\dfrac{1}{N(i-1).[Tbf(i)-Tbf(i-1)]}$ |
| MTBF | $MTBF=\dfrac{\sum_{i=1}^{N} tbf_i}{N}$ |

*Données calculées par rang i (pour chaque $Tbf_i$ )*

### *Si n est grand*

Par analogie avec avec les calculs sur les *Dispositifs non réparables : étude par période (2C2A2)* - *p.* ***30*** , on regroupe le nombre de missions réussies par période pour calculer les caractéristiques de fiabilité.

| | |
|---|---|
| Fiabilité de 0 à t | $R(t)=\dfrac{N(t)}{N(t=0)}$ |
| Densité de Probabilité de t à t+dt de centre tc | $f[tc]=\dfrac{dN[tc]}{N[t=0]}$ |
| Taux de défaillance de t à t+dt de centre tc | $\lambda[tc]=\dfrac{dN[tc]}{N[t].dt}$ |
| MTBF | $MTBF=\dfrac{\sum_{i=1}^{nc} dN(tc_i).tc_i}{\sum_{i=1}^{nc} dN(tc_i)}$ |

## 3.1.2. Etude de Maintenabilité

### *Observations*

On conserve du graphe marche-arrêt les n ttr observés qui seront regroupés ou non en classes.

La fonction M(t) associé la probabilité de réussir une intervention dans un délai t.

On en déduit l'espérance mathématique ou le MTTR : ATTENTION, le MTTR, si il est utile pour le calcul de la disponibilité, n'est qu'une valeur moyenne qui signifie grossièrement que l'on a chance de remettre en service l'équipement à t=MTTR.

Le MTTR n'est donc pas la valeur à choisir pour établir des temps standards ou forfaitaires.

*Définition : Echange standard*

On cherche un temps forfaitaire ou standard permettant d'assurer au client une remise en état de son équipement dans 90% des cas.

On cherchera donc la valeur de t pour laquelle on a M(t)=0,9.

## 3.2. Exercice : 18. FMD observée (2C2-td-02)

### Observation des TBF d'une dispositif réparable

Pré-requis :
*2C2B. Dispositifs réparables - p. 37*

Temps de bon fonctionnement
d'un système réparable (12 Temps entre défaillances ou TBF)

Le
MTTR
est de 3 heures.

| rang i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| tbf | 20 | 22 | 24 | 34 | 37 | 41 | 45 | 52 | 54 | 67 | 76 | 88 |

*src 12.1 : tour (12 défaillances)*

Question

*[Solution p 56]*

Est-il possible de tracer le graphe marche arrêt de la machine ?

Question

*[Solution p 57]*

Calculer le MTBF

*Indice :*

*Le MTBF est la moyenne des TBF*

Question

*[Solution p 57]*

Calculer la fiabilité pour une mission de 25 h. On donnera les résultats sous forme fractionnaire

*Indices :*

*Combien y-a t-il de TBF supérieurs à 25 h ? --> Nombre d'événement réussis*

*Combien y a t-il de eu de missions tentées ---> Nombre de tentatives*

*Quel le rapport entre entre le nombre de réussite sur le nombre de tentatives*

Question

*[Solution p 57]*

Calculer la fiabilité pour des missions de 50 h. On donnera les résultats sous forme fractionnaire

Question

*[Solution p 57]*

Calculer la fiabilité pour des missions de 75 h. On donnera les résultats sous forme fractionnaire

Question

*[Solution p 57]*

Calculer la Disponibilité.

# 4. Exercices

## 4.1. 22. Durée de vie élévateur

**Objectifs**

**On étudie la durée de vie de 11 élévateurs installés chez un client (2C2-01-n1)**

**Le système est ici considéré comme non réparable, ou tout du moins on a recensé pour chaque élévateur le temps de la première défaillance**

On étudie la durée de vie de 11 élévateurs installés chez un client

| **ttf** | 14 | 20 | 50 | 64 | 67 | 100 | 130 | 135 | 212 | 224 | 348 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

*ttf ordonnés de manière croissante*

Le système est ici considéré comme non réparable, ou tout du moins on a recensé pour chaque élévateur le temps de la première défaillance.

*Questions*

MTTF (définitions)

Fiabilité

Taux de défaillance (période)

Taux de défaillance (suite)

Taux de défaillance par rang

Espérance de vie

### Exercice 1 : 1. définition du MTTF

[Solution p 63]

*Quelles expressions sont correctes pour désigner le MTTF.*

☐ Le MTTF est une durée de vie "nominale"

☐ Le MTTF est une espérance mathématique d'un point de vue statistique

☐ C'est le temps total de l'étude divisé par le nombre de pannes d'un dispositif réparable.

☐ C'est la moyenne des temps de fonctionnement de n dispositifs non réparables.

☐ La fiabilité à t=MTTF est proche de 50%

### Exercice 2 : 2. MTTF et fiabilité

[Solution p 63]

*Donnez vos résultats ci-dessous*

Le MTTF est de ____ mois.

La fiabilité à t = 70 mois est comprise entre ____ % et ____ % (Encadrement à 1% : 97-98 par exemple).

### Exercice 3 : 3a. Taux de défaillance par période

*[Solution p 63]*

*Donnez vos résultats ci-dessous.*

*Vous renseignerez les valeurs suivantes en donnant le résultat avec 3 chiffres significatifs derrière 0,00 (sans arrondir le dernier chiffre, et ne pas oublier les éventuels 0)*

Le taux de défaillance entre 0 et 60 mois est de 0,00 ____ par mois .

### Exercice 4 : 3b. Taux de défaillance par période (suite)

*[Solution p 64]*

*Donnez vos résultats ci-dessous.*

*Vous renseignerez les valeurs suivantes en donnant le résultat avec 3 chiffres significatifs derrière 0,00 (sans arrondir le dernier chiffre, et ne pas oublier les éventuels 0)*

Le taux de défaillance entre 60 et 120 mois est de 0,00 ____ par mois .

Le taux de défaillance entre 120 et 250 mois est de 0,00 ____ par mois .

Le taux de défaillance entre 250 et 350 mois est de 0,00 ____ par mois .

Conclure librement sur l'usure dans le temps de ce système.

### Exercice 5 : 3c. taux de défaillance par rang

*[Solution p 64]*

*Donnez vos résultats ci-dessous.*

*Vous renseignerez les valeurs suivantes en donnant le résultat avec 3 chiffres significatifs derrière 0,00 (sans arrondir le dernier chiffre, et ne pas oublier les éventuels 0)*

Calculer le taux de défaillance à l'issue de la première défaillance : 0,0 ____ par mois.

Calculer le taux de défaillance à l'issue de la deuxième défaillance : 0,0 ____ par mois.

Expliquez quelle solution est la meilleure.

### Exercice 6 : 4. Espérance de vie à un instant t

*[Solution p 64]*

*Considérons uniquement les dispositifs qui ont atteint 200 mois de fonctionnement. Calculer la durée de vie moyenne d'un équipement qui a dépassé les 200 mois de fonctionnement.*

____ heures (arrondir à l'entier le plus proche)

## 4.2. Exercice : 2C2-02-n2 : Duré de Vie Ampoules (100)

### Données

Les données sont issues de l'observation de la durée de vie de 100 ampoules.

Les observations sont mise en forme par période de durée variable. Revoir la fiche *2C2A2. Dispositifs non réparables (période) - p.* ***30***

| N0 | 100 |
|---|---|

| t | dN |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1600 | 2 |
| 2000 | 3 |
| 2400 | 3 |
| 2600 | 14 |
| 2800 | 25 |
| 3000 | 28 |
| 3200 | 12 |
| 3400 | 5 |
| 3600 | 5 |
| 3800 | 3 |
| 4200 | [redacted] |

*src 13.1 : Durée de vie 100 Ampoules*

Pour vous aider dans les calculs, vous pouvez imprimer le tableau ci-dessous

| Nombre de composants (essai de durée de vie) | | | | | | 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| t | tc | dt | dN(tc) | N(t) | $R_{obs}(t)$ | $\lambda_{obs}(tc)$ |
| 0 | | | | | | |
| | 800 | | 0 | | | |
| 1600 | | | | | | |
| | 1800 | | 2 | | | |
| 2000 | | | | | | |
| | 2200 | | 3 | | | |
| 2400 | | | | | | |
| | 2500 | | 3 | | | |
| 2600 | | | | | | |
| | 2700 | | 14 | | | |
| 2800 | | | | | | |
| | 2900 | | 25 | | | |
| 3000 | | | | | | |
| | 3100 | | 28 | | | |
| 3200 | | | | | | |
| | 3300 | | 12 | | | |
| 3400 | | | | | | |
| | 3500 | | 5 | | | |
| 3600 | | | | | | |
| | 3700 | | 5 | | | |
| 3800 | | | | | | |
| | 4000 | | 3 | | | |
| 4200 | | | | | | |

*Tableau 1*
*src 13.2 : Durée de vie Ampoules : Assistance Calculs*

Utilisez les données à l'aide du tableur (téléchargement ci-dessous), et réalisez l'étude de fiabilité expérimentale détaillée ci-dessous

```
Distribution des défaillances f(t)
Fiabilité R(t)
Taux de défaillance (t)
```

| N0 | 100 |
|---|---|

| t | dN |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1600 | 2 |
| 2000 | 3 |
| 2400 | 3 |
| 2600 | 14 |
| 2800 | 25 |
| 3000 | 28 |
| 3200 | 12 |
| 3400 | 5 |
| 3600 | 5 |
| 3800 | 3 |
| 4200 | |

*src 13.1 : Durée de vie 100 Ampoules*

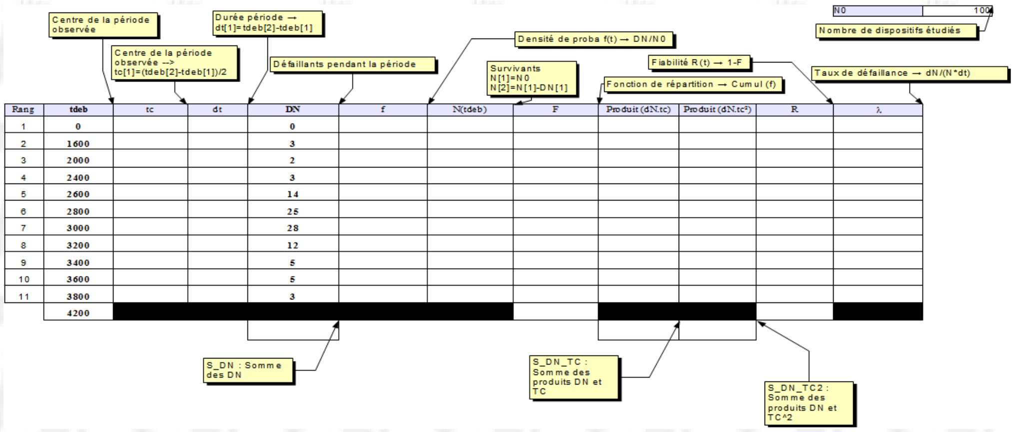
Question

[Solution p 57]

Que peut on conclure sur l'usure du composant ?

*Indices :*

*Observez la courbe du taux de défaillance*




| Rang | tdeb | tc | dt | DN | f | N(tdeb) | F | Produit (dN.tc) | Produit (dN.tc²) | R | λ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | | | 0 | | | | | | | |
| 2 | 1600 | | | 3 | | | | | | | |
| 3 | 2000 | | | 2 | | | | | | | |
| 4 | 2400 | | | 3 | | | | | | | |
| 5 | 2600 | | | 14 | | | | | | | |
| 6 | 2800 | | | 25 | | | | | | | |
| 7 | 3000 | | | 28 | | | | | | | |
| 8 | 3200 | | | 12 | | | | | | | |
| 9 | 3400 | | | 5 | | | | | | | |
| 10 | 3600 | | | 5 | | | | | | | |
| 11 | 3800 | | | 3 | | | | | | | |
| | 4200 | | | | | | | | | | |

*src 13.3 : Durée de vie Ampoules : Assistance TABLEUR*

## 4.3. 2C-03-n1 : Calcul FMD

On étudie les temps de fonctionnement entre défaillances sur une fraiseuse.

Le système est donc réparable

Les tbf sont ordonnés dans l'ordre croissant, le rang ne correspond donc pas à l'ordre dans lequel les défaillances sont arrivées. 13 heures de tbf signifie qu'il y a eu 13 heures de fonctionnement entre 2 défaillances, et non que la défaillance est arrivée après 13 heures de fonctionnement.

Le MTTR est de 3 heures.

| rg | tbf |
|---|---|
| 1 | 13 |
| 2 | 14 |
| 3 | 18 |
| 4 | 21 |
| 5 | 26 |
| 6 | 27 |
| 7 | 35 |
| 8 | 55 |
| 9 | 80 |
| 10 | 124 |

*Intervention Fraiseuse (va_5) : sys réparable 11 tbf*


| rg | tbf |
|---|---|
| 1 | 13 |
| 2 | 14 |
| 3 | 18 |
| 4 | 21 |
| 5 | 26 |
| 6 | 27 |
| 7 | 35 |
| 8 | 55 |
| 9 | 80 |
| 10 | 124 |

*Intervention Fraiseuse (va_5) : sys réparable 11 tbf*


## Exercice 1 : MTBF

*[Solution p 64]*

*Calculer le MTBF*

Le MTBF est de ______ heures (à 1 décimale, la virgule est le séparateur)

## Exercice 2 : Mission

*[Solution p 64]*

*Renseignez la valeur demandée*

La probabilité de réussir une mission de 10 heures est de ______ %

## Exercice 3 : Norme

*[Solution p 64]*

*La probabilité calculée précédemment désigne*

◯ la fiabilité

◯ la maintenabilité

◯ la disponibilité

◯

◯ la sécurité

◯ la durabilité

### Exercice 4 : Fiabilité

[Solution p 65]

*Renseignez les valeurs demandées*

La probabilité de réussir une mission de 15 heures est de ____ %

La probabilité de réussir une mission de 20 heures est de ____ %

### Exercice 5 : Disponibilité

[Solution p 65]

La disponibilité opérationnelle est de ____ % (à 1 décimale près)

## 4.4. 2C2_04

### 4.4.1. Exercice : 2C2-04.1_n1 : Durée de vie de joints à lèvres (src_7.1)

Situation

Dans le cas de la production en grande série de joints à lèvres "Nadelle12.30", nous souhaitons donner à nos clients des indications sur la fiabilité des joints.

Les observations sont données selon les ttf ordonnés de manière croissante.

*Attention*

: le rang i = 0 est présent pour résoudre le problème de l'initiation dans les applications informatiques (formules recopiées, graphes)

L'exercice se fera à l'aide d'un tableur.

| i | ttf |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 100 |
| 2 | 200 |
| 3 | 310 |
| 4 | 440 |
| 5 | 560 |
| 6 | 780 |
| 7 | 880 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1150 |
| 10 | 1350 |
| 11 | 1500 |
| 12 | 1700 |
| 13 | 1880 |
| 14 | 2210 |
| 15 | 2450 |
| 16 | 2580 |
| 17 | 3040 |
| 18 | 3420 |
| 19 | 3750 |
| 20 | 4300 |
| 21 | 5030 |
| 22 | 5780 |
| 23 | 6400 |
| 24 | 8250 |

*Joints à lèvres : 24 ttf*

Question

[Solution p 57]

Combien de composants ont dépassés 5000 heures de fonctionnement.

Question

[Solution p 57]

En déduire la fiabilité à t=5000 heures ou encore la probabilité de réussir une mission de 5000 heures de fonctionnement.

*Indices :*

$$R(t)=\frac{N(t)}{N(t=0)}$$

*Formule 1*
*R(t)_op*

*Voir la définition de la fiabilité R(t) et de la Fiabilité Observée*

Nous allons maintenant examiner de plus près l'usure de ce composant pour juger si celle-ci permets ou non d'identifier la fin de vie utile du composant.

Question

[Solution p 58]

Calculer le taux de défaillance entre 400 et 500 heures

*Indices :*

$$\lambda[t,t+dt]=\frac{dN[t]}{N[t].dt}=\frac{N[t]-N[t+dt]}{N[t].dt}$$

*Formule 1*
*L(t)_obs*

*Voir la définition du taux de défaillance, et les grandeurs en jeu :*

- *Survivants N(t)*
- *Défaillants dN(t)*
- *dt est la durée de la période considérée*

Question

[Solution p 58]

Calculer le taux de défaillance entre 900 et 1200 heures

### 4.4.2. Exercice : 2C2_04.2_n1 : Etude FMD Joint à Lèvres (src_7.1)

Situation

Consultez l'énoncé ci-dessous.

Production de Joints à lèvres

| i | ttf |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 100 |
| 2 | 200 |
| 3 | 310 |
| 4 | 440 |
| 5 | 560 |
| 6 | 780 |
| 7 | 880 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1150 |
| 10 | 1350 |
| 11 | 1500 |
| 12 | 1700 |
| 13 | 1880 |
| 14 | 2210 |
| 15 | 2450 |
| 16 | 2580 |
| 17 | 3040 |
| 18 | 3420 |
| 19 | 3750 |
| 20 | 4300 |
| 21 | 5030 |
| 22 | 5780 |
| 23 | 6400 |
| 24 | 8250 |

*Joints à lèvres : 24 ttf*

| i | ttf |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 100 |
| 2 | 200 |
| 3 | 310 |
| 4 | 440 |
| 5 | 560 |
| 6 | 780 |
| 7 | 880 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1150 |
| 10 | 1350 |
| 11 | 1500 |
| 12 | 1700 |
| 13 | 1880 |
| 14 | 2210 |
| 15 | 2450 |
| 16 | 2580 |
| 17 | 3040 |
| 18 | 3420 |
| 19 | 3750 |
| 20 | 4300 |
| 21 | 5030 |
| 22 | 5780 |
| 23 | 6400 |
| 24 | 8250 |

*Joints à lèvres : 24 ttf*

Nous allons maintenant examiner de plus près l'usure de ce composant pour juger si celle-ci permets ou non d'identifier la fin de vie utile du composant.

Vous pouvez utiliser le tableur pour représenter la densité de probabilité des défaillances, la fiabilité, et le taux de défaillance

Question

*[Solution p 58]*

Tracer les courbes R(t) et Lambda(t).

### 4.4.3. Exercice : 2C2-04.3-n1 : Durée de vie de joints à lèvres.

Situation

Consultez l'énoncé ci-dessous.

Production de Joints à lèvres

| i | ttf |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 100 |
| 2 | 200 |
| 3 | 310 |
| 4 | 440 |
| 5 | 560 |
| 6 | 780 |
| 7 | 880 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1150 |
| 10 | 1350 |
| 11 | 1500 |
| 12 | 1700 |
| 13 | 1880 |
| 14 | 2210 |
| 15 | 2450 |
| 16 | 2580 |
| 17 | 3040 |
| 18 | 3420 |
| 19 | 3750 |
| 20 | 4300 |
| 21 | 5030 |
| 22 | 5780 |
| 23 | 6400 |
| 24 | 8250 |

*Joints à lèvres : 24 ttf*

| i | ttf |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 100 |
| 2 | 200 |
| 3 | 310 |
| 4 | 440 |
| 5 | 560 |
| 6 | 780 |
| 7 | 880 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1150 |
| 10 | 1350 |
| 11 | 1500 |
| 12 | 1700 |
| 13 | 1880 |
| 14 | 2210 |
| 15 | 2450 |
| 16 | 2580 |
| 17 | 3040 |
| 18 | 3420 |
| 19 | 3750 |
| 20 | 4300 |
| 21 | 5030 |
| 22 | 5780 |
| 23 | 6400 |
| 24 | 8250 |

*Joints à lèvres : 24 ttf*

Mettez vous à la place du fournisseur de ce composant

Question

[Solution p 58]

Pensez qu'il soit judicieux de proposer une garantie de 5000 heures à vos clients ?

Mettez vous à la place de l'exploitant. Chaque défaillance est évaluée par un CDM de 1000 euros. Le PU de la pièce étant considéré comme très faible, on estime rentable un échange systématique.

Question

[Solution p 59]

Quelle périodicité proposez vous ?

*Indice :*

*Peut -on considérer que la garantie constructeur et la périodicité d'échange sont de valeurs proches ?*

# Exercice auto-évaluation

IV



## 1. 2C-03-n1 : Calcul FMD

On étudie les temps de fonctionnement entre défaillances sur une fraiseuse.

Le système est donc réparable

Les tbf sont ordonnés dans l'ordre croissant, le rang ne correspond donc pas à l'ordre dans lequel les défaillances sont arrivées. 13 heures de tbf signifie qu'il y a eu 13 heures de fonctionnement entre 2 défaillances, et non que la défaillance est arrivée après 13 heures de fonctionnement.

Le MTTR est de 3 heures.

| rg | tbf |
|---|---|
| 1 | 13 |
| 2 | 14 |
| 3 | 18 |
| 4 | 21 |
| 5 | 26 |
| 6 | 27 |
| 7 | 35 |
| 8 | 55 |
| 9 | 80 |
| 10 | 124 |

*Intervention Fraiseuse (va_5) : sys réparable 11 tbf*

| rg | tbf |
|---|---|
| 1 | 13 |
| 2 | 14 |
| 3 | 18 |
| 4 | 21 |
| 5 | 26 |
| 6 | 27 |
| 7 | 35 |
| 8 | 55 |
| 9 | 80 |
| 10 | 124 |

*Intervention Fraiseuse (va_5) : sys réparable 11 tbf*

## Exercice 1 : MTBF

*[Solution p 64]*

*Calculer le MTBF*

Le MTBF est de ______ heures (à 1 décimale, la virgule est le séparateur)

## Exercice 2 : Mission

*[Solution p 64]*

*Renseignez la valeur demandée*

La probabilité de réussir une mission de 10 heures est de ______ %

## Exercice 3 : Norme

*[Solution p 64]*

*La probabilité calculée précédemment désigne*

- ◯ la fiabilité
- ◯ la maintenabilité
- ◯ la disponibilité
- ◯ la sécurité
- ◯ la durabilité

## Exercice 4 : Fiabilité

*[Solution p 65]*

*Renseignez les valeurs demandées*

La probabilité de réussir une mission de 15 heures est de ______ %

La probabilité de réussir une mission de 20 heures est de ______ %

## Exercice 5 : Disponibilité

*[Solution p 65]*

La disponibilité opérationnelle est de ______ % (à 1 décimale près)

# Redondance

V



## 1. 12. Fiabilité syst. (2C3-1-n2)

### 1.1. Exercice : 12.1 : Système ?

*[Solution p 65]*

*Le taux de défaillance d'un composant électronique est de =2,77.E-6 h* $^{-1}$

*Pour construire un système (étage d'amplificateur), on utilise 10 composants identiques.*

- [ ] C'est un système série
- [ ] C'est un système mixte
- [ ] C'est un système parallèle
- [ ] Les taux de défaillance s'ajoutent selon le modèle exponentiel
- [ ] Les taux de défaillance se multiplient selon le modèle exponentiel

### 1.2. Exercice : 12.2 : fiabilité d'un système série (2C3)

*[Solution p 65]*

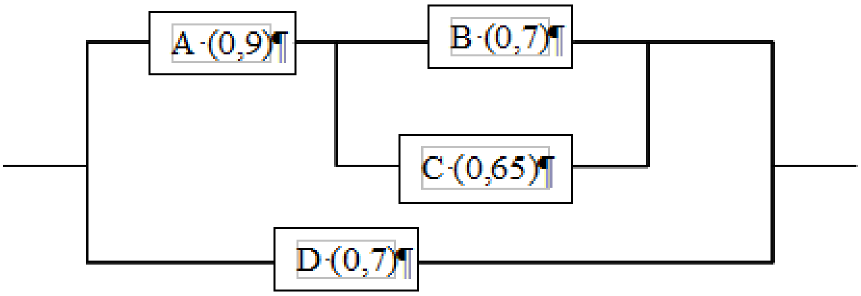
*Calculer la fiabilité du système à t = 50000 heures*

La fiabilité du système est de ____ % (à 1% près sans décimales)

## 2. 2C3-Exercices FMD Système

### 2.1. Exercice : 24. Redondance système mixte 2C3-2-n3

*[Solution p 65]*




*src_24 : Exercice 15.n3 (Redondance 01)*

*Les fiabilités à t=1000 h sont données à l'intérieur des blocs.*

*Calculer la fiabilité de ce système.*

La fiabilité est (à 2 décimales)

## 2.2. Exercice : 25. Redondance système mixte 2C3-3-n3

*[Solution p 65]*

*Soit un système composé de 5 éléments en série de 1 à 5 dont les fiabilités respectives sont 0,92 ; 0,88 ; 0,65 ; 0,74 ; 0,95.*

*Comment faire pour donner à ce système une fiabilité supérieure à 0,70 en ajoutant en parallèle le moins possible de composants.*

*Hypothèse : le prix de chaque composant est identique.*

*Précision : il ne faut pas mettre en parallèle le système complet, mais seulement certains composants.*

*Vous pouvez télécharger le fichier tableur ci-dessous pour vous aider dan les calculs*

| Comp N° | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Fiabilité | 0,92 | 0,88 | 0,65 | 0,74 | 0,95 |
| Nb en // | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Fiab comp en // | | | | | |

| Fiab Système | |
|---|---|

*Tableau 1 src_24-exo_15 : Redondance 02*

Spécifiez le nombre de composants en parallèle

1 -->

2 -->

3 -->

4 -->

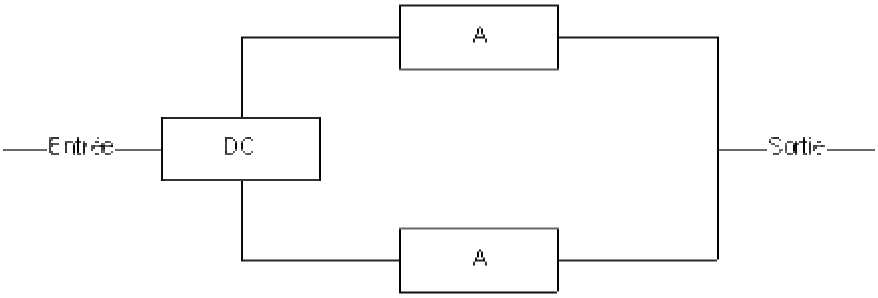
5 -->

## 2.3. Exercice : 26. Redondance système mixte 04

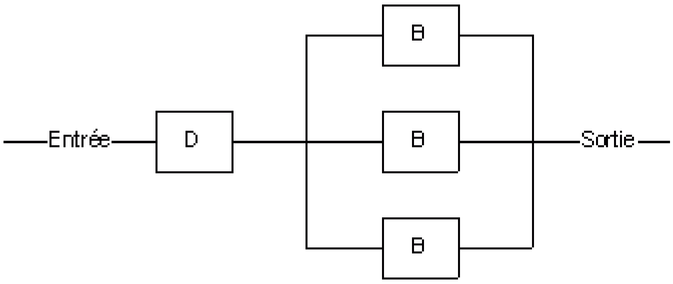
*[Solution p 66]*

*Donner la fiabilité des systèmes redondants suivants pour 10000 heures de fonctionnement.*

*Calculez la fiabilité de chaque composant à t=10000 heures, puis calculez la fiabilité équivalente du système.*




*Redondance 2 éléments avec commutation*




*Redondance 3 éléments avec commutation*

$_{A}$*=2.10-5.h-1*

$_{B}$*=2.10-6.h-1*

$_{DC}$*=3.10-7.h-1*

$_{D}$*=5.10-6.h-1*

Fiabilité du système 1 : % (à 3 décimales)

Fiabilité du système 2 : % (à 3 décimales)

## 2.4. Exercice : 27. Redondance 05

*[Solution p 66]*

*Un système est composé de 100 composants de type A, et d'un composant de type B. Tous les composants sont en série. La fiabilité à t=250 heures est respectivement de 0,9999 et 0,95.*

Calculer la fiabilité du système à t=250 heures.

Comment améliorer la fiabilité de l'ensemble ? Calculer la fiabilité en appliquant votre solution.

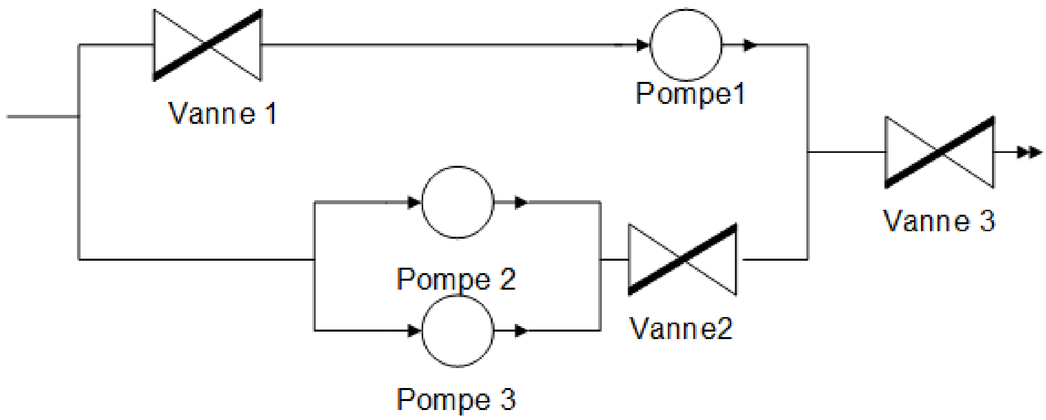
Si le taux de défaillance était constant de 0 à 1000 heures en ayant pour valeur 0,0015 par heure, combien resterait-il encore de composant en fonctionnement à t=250 heures.

Estimez le nombre de défaillants que l'on peut attendre entre 250 et 500 h, puis entre 500 et 750, puis entre 750 et 1000.

Comparez la fiabilité à t=1000 heures avec celle de la question 1.

## 2.5. Exercice : 15. Redondance : circuit hydraulique (2C3-n3)

Le système étudié est un petit circuit hydraulique constitué de deux lignes redondantes. Ce circuit hydraulique est représenté sur la figure ci-dessous :




*src_24-red_04 : Système hydraulique*

La ligne 1 est munie d'une pompe capable d'assurer à elle seule 100 % de la fonction et la ligne 2 comporte deux pompes capables d'assurer chacune 50 % de la fonction.

Donner le diagramme de fiabilité et les coupes minimales pour les deux missions suivantes :

Question

*[Solution p 59]*

on exige 100% de la fonction.

Question

*[Solution p 59]*

on se contente de 50% de la fonction.

# Solution des exercices rédactionnels

## > Solution n° 1

Un transistor est un équipement électronique qui implique un taux de défaillance constant (pas d'usure), donc l'emploi du modèle exponentiel se justifie.

Ce type de composant est pratiquement toujours dans la zone de vie utile.

R(t)=exp(-λ.t)

## > Solution n° 2

λ= -(Ln R)/t

## > Solution n° 3

λ= -(Ln R)/t avec R=0,5 et t=250000 h, soit $=2,77.E\text{-}6\ h^{-1}$

*MTTF = 1/ =360673* heures

## > Solution n° 4

Pour du matériel électronique, on peut se fixer une fiabilité de 0,95 voir de 0,9 ou 0,99 pour calculer la période de garantie ( durée de vie nominale )

Soit respectivement 18500 heures, 38000 heures ou 3624 heures.

## > Solution n° 5

### *Solution 1*

On ajoute les taux de défaillance dans le cas du modèle exponentiel.

$\lambda_S$=2,77.E-6 $h^{-1}$ * 10 (car tous identiques)

$R_S$(t=50000) = Exp(-2,77.E-5 * 50000)

### *Solution 2*

La fiabilité d'un composant est de 0,87.

La fiabilité des 10 en série est de 0,87^10=0,25 --> on multiplie les fiabilités de chaque composant en série.

## > Solution n° 7

Non, car les tbf sont déjà ordonnés de façon croissante, et qu'il n'est donc pas possible de les situer dans un ordre chronologique.

De plus, nous connaissons le MTTR, mais pas le détail des observations des ttr de chaque arrêt machine.

## > Solution n° 8

46,67

## > Solution n° 9

### *Résultat*

9/12 car 9 TBF ont réussi la mission de 25 h sur les 12 TBF observés

## > Solution n° 10

### *Résultat*

5/12 car 5 dispositifs fonctionnent encore à t=50 h sur les 12

## > Solution n° 11

### *Résultat*

2/12 car 2 TBF sont supérieurs à t=75 h sur les 12

## > Solution n° 12

$$D = \frac{MTBF}{(MTBF + MTTR)}$$

soit D=94%

## > Solution n° 13

| t | tc | DN | dt | N(t) | R(t) | f(tc) | la(tc) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 800 | 0 | 1600 | 100 | 1 | 0 | 0,00E+000 |
| 1600 | 1800 | 3 | 400 | 100 | 1 | 0,03 | 7,50E-005 |
| 2000 | 2200 | 2 | 400 | 97 | 0,97 | 0,02 | 5,15E-005 |
| 2400 | 2500 | 3 | 200 | 95 | 0,95 | 0,03 | 1,58E-004 |
| 2600 | 2700 | 14 | 200 | 92 | 0,92 | 0,14 | 7,61E-004 |
| 2800 | 2900 | 25 | 200 | 78 | 0,78 | 0,25 | 1,60E-003 |
| 3000 | 3100 | 28 | 200 | 53 | 0,53 | 0,28 | 2,64E-003 |
| 3200 | 3300 | 12 | 200 | 25 | 0,25 | 0,12 | 2,40E-003 |
| 3400 | 3500 | 5 | 200 | 13 | 0,13 | 0,05 | 1,92E-003 |
| 3600 | 3700 | 5 | 200 | 8 | 0,08 | 0,05 | 3,13E-003 |
| 3800 | 4000 | 3 | 400 | 3 | 0,03 | 0,03 | 2,50E-003 |
| 4200 | | | | 0 | 0 | | |

| N | 100 |
|---|---|

*Tableau 1 src_013.4 : Durée de vie 100 ampoules (corrigé)*

## > Solution n° 14

20 composant sont défaillants avant 5000 heures donc on a un nombre de survivants N(t) ----> N(t=5000) = 4

## > Solution n° 15

24 composants fonctionnent à t=0, donc on a un nombre de survivants à t=0 *N(t=0) = 24*

C'est la probabilité qu'un composant fonctionne plus de 5000 heures : c'est le rapport entre les survivants à t=5000 h sur le nombre de composants en fonctionnement à t=0.

Cette probabilité s'exprime par la fiabilité R(t=5000) = N(t=5000) / N(t=0) = 4/24, soit 17 %.

## > Solution n° 16

### *Calcul détaillé pour la période 400 à 500 heures*

La période étudiée est comprise entre 400 et 500 heures, soit t=400 et *dt=100.*

- à t=400 heures, nous avons encore 21 composants en fonctionnement---> *N(t) =21.*
- à t+dt =500 heures, 20 composants fonctionnent encore ---> *N(t+dt)=20.*

On en déduit donc dN(t) = N(t+dt)-N(t) = 21-20 = 1

on a la probabilité p(dt) qu'un composant sur les 21 soit défectueux pendant les 100 heures qui se sont écoulées entre 400 et 500 heures.

λ(t=400,t+dt=500)=1/(21*100) $h^{-1}$, soit 1 composant défectueux sur 21 pendant 100 heures.

## > Solution n° 17

N(900) = 16, N(1200) = 14, dt=300 heures, donc dN(t=900, dt=300) = 16-14 = 2, soit un taux de défaillance de 2/(16*300) --> 4,17E-4 $h^{-1}$

## > Solution n° 18

| Rang | t | N(t) | R(t) obs. | R(t) méd. | Lambda |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,000000 | 0,000000 | 24,000000 | 1,000000 | 1,000000 | 0,000000 |
| 1,000000 | 100,000000 | 23,000000 | 0,958333 | 0,971311 | 0,000417 |
| 2,000000 | 200,000000 | 22,000000 | 0,916667 | 0,930328 | 0,000435 |
| 3,000000 | 310,000000 | 21,000000 | 0,875000 | 0,889344 | 0,000413 |
| 4,000000 | 440,000000 | 20,000000 | 0,833333 | 0,848361 | 0,000366 |
| 5,000000 | 560,000000 | 19,000000 | 0,791667 | 0,807377 | 0,000417 |
| 6,000000 | 780,000000 | 18,000000 | 0,750000 | 0,766393 | 0,000239 |
| 7,000000 | 880,000000 | 17,000000 | 0,708333 | 0,725410 | 0,000556 |
| 8,000000 | 1000,00000 | 16,000000 | 0,666667 | 0,684426 | 0,000490 |
| 9,000000 | 1150,00000 | 15,000000 | 0,625000 | 0,643443 | 0,000417 |
| 10,00000 | 1350,00000 | 14,000000 | 0,583333 | 0,602459 | 0,000333 |
| 11,00000 | 1500,00000 | 13,000000 | 0,541667 | 0,561475 | 0,000476 |
| 12,00000 | 1700,00000 | 12,000000 | 0,500000 | 0,520492 | 0,000385 |
| 13,00000 | 1880,00000 | 11,000000 | 0,458333 | 0,479508 | 0,000463 |
| 14,00000 | 2210,00000 | 10,000000 | 0,416667 | 0,438525 | 0,000275 |
| 15,00000 | 2450,00000 | 9,000000 | 0,375000 | 0,397541 | 0,000417 |
| 16,00000 | 2580,00000 | 8,000000 | 0,333333 | 0,356557 | 0,000855 |
| 17,00000 | 3040,00000 | 7,000000 | 0,291667 | 0,315574 | 0,000272 |
| 18,00000 | 3420,00000 | 6,000000 | 0,250000 | 0,274590 | 0,000376 |
| 19,00000 | 3750,00000 | 5,000000 | 0,208333 | 0,233607 | 0,000505 |
| 20,00000 | 4300,00000 | 4,000000 | 0,166667 | 0,192623 | 0,000364 |
| 21,00000 | 5030,00000 | 3,000000 | 0,125000 | 0,151639 | 0,000342 |
| 22,00000 | 5780,00000 | 2,000000 | 0,083333 | 0,110656 | 0,000444 |
| 23,00000 | 6400,00000 | 1,000000 | 0,041667 | 0,069672 | 0,000806 |
| 24,00000 | 8250,00000 | 0,000000 | 0,000000 | 0,028689 | 0,000541 |

*src_ 007.4 : Calculs FMD*

## > Solution n° 19

Si vous fixez la garantie à 5000 heures, avec une fiabilité de 17% vous avez de grandes chances que 83 % de composants reviennent pendant la garantie.

## > Solution n° 20

Un échange systématique a un coût non négligeable car on va changer un composant qui a encore une durée de vie parfois du double ou triple de la période choisie pour l'échange.

Par contre, on va procéder à l'échange en se concertant avec la production avec l'objectif de mieux maîtriser les temps TAF.

L'échange systématique doit être vu comme une assurance qui va éliminer le risque d'un CDM.

La période pourra être choisie de façon à s'assurer que la fiabilité soit proche de 90%.

Dans notre cas, nous avons à t=500 heures, 20 composants en fonctionnement et une fiabilité de 83%.

500 heures est donc une période acceptable si on se base uniquement sur les résultats d'une observation sur 24 composants.

*Attention : Taux de défaillance*

Si l'on observe les ttf après 500 heures, on se rends bien compte que nombre de composants ont une durée de vie qui dépasse les 500 heures. Cela montre que l'usure n'est pas flagrante. L'évolution du taux de défaillance démontrera (2C2A-td3) que celui-ci est constant sur la période observée.

La politique de maintenance préventive systématique n'est donc pas rentable ici.

# Solution des exercices

## > Solution n° 1

électronique

Le taux de défaillance est constant (composant électronique), on peut donc appliquer la *loi exponentielle - p. **13*** .

## > Solution n° 2

La fiabilité à t=5000 heures est R(t= 5000 ) = exp (- [ 4,7 .10- 7 ]*[ 5000 ]) = 99,7653 % (à 4 décimales)

$$R(t)=e^{-\lambda . t}$$

*Lexp_ R(t)*

## > Solution n° 3

N(t=5 000)= 19953

N(t=0) = 20 000, donc on applique R(5 000)=N(5 000)/N(0), soit N(5 000)=19953

## > Solution n° 4

A combien de défaillances peut – on s'attendre au bout de 5000 heures de fonctionnement sur un lot de 20000 pièces ---> 47

On a N(t=5 000)=19953 donc dN(0 à 5 000)=N(0)-N(5000) =47

Au pire, si on suppose que les 47 soient défaillants dans les premières heures, on peut en déduire que moins de 1% des composants remplacés seront à nouveau défaillant. Néanmoins, on peut donc choisir 50 pièces à stocker.

## > Solution n° 5

$\lambda$ = 1,08 E- 3 $h^{-1}$. (format x,yy E -z)

R(t=100)= 0,90 (2 décimales)

25 composants seront retournés

En cas d'échec, les exercices 13 et 11 doivent être revus : la démarche est exactement la même.

## > Solution n° 6

a. Calculer la fiabilité et le taux de défaillance à t=50 jours

- R(50) = 5 / 9
- On ne peut pas calculer le taux de défaillance à t=50 jours car la défaillance la plus proche de 50 jours est 58 jours, donc on a $\lambda$(58) = 1 /[ 5 * 13 jours]

Il reste encore 5 composants en fonctionnement après 50 jours de fonctionnement.

Veiller à classer les ttf dans l'ordre croissant pour les questions qui suivent

On a 1 composant défaillant à t=58 sur 5 encore en fonctionnement à t=45 (défaillance précédente), soit 1 défaillance sur 5 sur une période de 13 jours

## > Solution n° 7

b. Calculer la fiabilité et le taux de défaillance à t=100 jours

- R(t=100) = 3 / 9
- λ(101)=0,0 18 jr-1

Il reste encore 3 composants en fonctionnement après 100 jours de fonctionnement.

On a 1 composant défaillant à t=101 sur 3 encore en fonctionnement à t=82 (défaillance précédente), soit 1 défaillance sur 3 sur une période de 19 jours

## > Solution n° 8

c. En utilisant le MTTF déterminer le taux de défaillance expérimental que l'on peut appliquer au modèle exponentiel (on suppose que les composants sont des composants électronique)

MTTF = 76,67 jours (xx,xx)

$\lambda_{\text{expérimental}}$ = 0,013 jr-1 (x,xxx)

Le MTTF observé est la moyenne des 9 ttf

Selon le modèle exponentiel, on a a $\lambda_{obs}$=1/MTTF

## > Solution n° 9

d. En utilisant le modèle exponentiel , avec le taux de défaillance calculé à la question comparez avec les résultats précédents.

- $R_{\text{exponentiel}}$ (t=50j) = 0,52 (x,xx)
- $R_{\text{exponentiel}}$ (t=100j) = 0,27 (x,xx)

On remarque que les résultats sont relativement proches.

En calculant la fiabilité avec la formule des rangs médians, on va tenir compte du fait que lorsque l'on observe un faible effectif, on ne peut pas affirmer qu'à l'issue de la 9 ième défaillance la fiabilité soit nulle : elle tends vers 0

## > Solution n° 10

Ligne par ligne calculer la différence (en valeur absolue) entre la fiabilité calculée selon les rangs médians et la fiabilité calculée selon le modèle exponentiel.

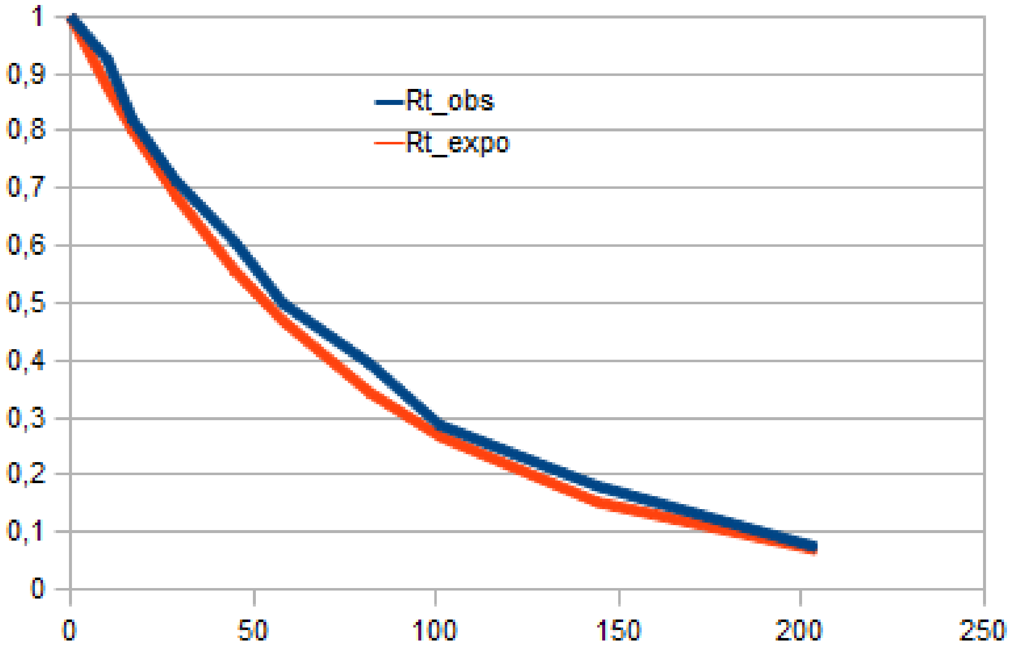
La somme de ces écarts est de 0,28 (à deux décimales près)

| Rang | ttf (en jours) | N(t) | R(t) obs | R(t) expo. | Taux de défaillance | ABS(Rt_expo |
|---|---|---|---|---|---|---|
| i | ttf | Nt | Rt_rg_median | Rt_expo | (en jr-1) | -Rt_rg_median) |
| 0 | 0 | 9 | 1 | 1 | | 0 |
| 1 | 10 | 8 | 0,93 | 0,88 | 0,011 | 0,05 |
| 2 | 17 | 7 | 0,82 | 0,8 | 0,018 | 0,02 |
| 3 | 29 | 6 | 0,71 | 0,69 | 0,012 | 0,03 |
| 4 | 45 | 5 | 0,61 | 0,56 | 0,010 | 0,05 |
| 5 | 58 | 4 | 0,5 | 0,47 | 0,015 | 0,03 |
| 6 | 82 | 3 | 0,39 | 0,34 | 0,010 | 0,05 |
| 7 | 101 | 2 | 0,29 | 0,27 | 0,018 | 0,02 |
| 8 | 144 | 1 | 0,18 | 0,15 | 0,012 | 0,03 |
| 9 | 204 | 0 | 0,07 | 0,07 | 0,017 | 0 |
| | | | | | | 0,28 |

| t (en jour) | N(t) | R(t) obs | R(t) expo. |
|---|---|---|---|
| 50 | 5 | 0,56 | 0,521 |
| 100 | 3 | 0,33 | 0,271 |

| | |
|---|---|
| MTTF | 76,67 |
| Lambda | 0,0130 |

*src 20.2 : Corrigé 2C1-04-n3*




*Graphique 1 cor_src 20.2 : graphe R(t) observée et théorique*

Cet écart permet de juger si l'adéquation au modèle est satisfaisant : il existe des abaques qui permettent de prendre la décision en fonction de la somme des écarts au carrés, de la taille de l'échantillon et d'un niveau de confiance associé.

## > Solution n° 11

Nous avons N = 9 composants mis en service à t=0.

La somme des Ttf est de 5490 heures

MTTF = 610 heures

Il suffit d'additionner tous les TTF et de diviser par le nombre d'observations.

## > Solution n° 12

Survivants

- N (t=450 h) = 6 : comptez le nombre de dispositifs avec une durée de vie supérieure à 450 h
- N (t=850 h) = 2 : comptez le nombre de dispositifs avec une durée de vie supérieure à 850 h

## > Solution n° 13

A t=0, l'étude porte sur 9 dispositifs.

Fiabilité

- Fiabilité de t=0 à t=450 h = R(450) = 6 / 9
- Fiabilité de t=0 à t=850 h = R(850) = 2 / 9

Il y a 6 dispositifs qui fonctionnent encore à t=450, et 2 à t=850

## > Solution n° 14

Données de la période de 0 à 300 heures :

- Nombre de défaillants dN(t) dans la période [0-300] : 1
- Nombre de survivants N à t=0 : 9
- Durée dt de la période : 300 h

Le taux de défaillance [0-300] est donc de 1 défaillant sur 9 survivants pendant 300 heures, soit 3 , 70 E - 4 h$^{-1}$ (2 décimales)

Procédez par analogie pour la période 300 à 600 heures :

Le taux de défaillance [300-600] est donc de 4 défaillants sur 8 survivants pendant 300 heures , soit de 1 , 67 E - 3 h$^{-1}$ (2 décimales)

## > Solution n° 15

Fiabilité

- R (t=450h) = 6 / 9
- R (t=750h) = 3 / 9

Taux de défaillance :

- λ (0 à 450h) = 3 / [ 9 * 450 h ]
- λ (450 à 750h) = 3 / [ 6 * 300 h ]
- λ (750 à 1100h) = 3 / [ 3 * 350 h ]

  Le composant est il en phase d'usure ? répondez O pour Oui ou N pour Non : O

## > Solution n° 16

☐ Le MTTF est une durée de vie "nominale"

*Non, une durée de vie nominale est bien inférieure au MTTF.*

☑ Le MTTF est une espérance mathématique d'un point de vue statistique

*T est la variable étudiée pour définir les caractéristiques la Fiabilité par des études statistiques*

☐ C'est le temps total de l'étude divisé par le nombre de pannes d'un dispositif réparable.

*Non, dans ce cas, on parle de MTBF, même si le parallèle peut être fait entre TTF et TBF*

☑ C'est la moyenne des temps de fonctionnement de n dispositifs non réparables.

*Pour n dispositifs non réparables, le MTTF a pour valeur* $$MTTF = \frac{\sum_{i=1}^{N} Ttf_i}{N}$$

☑ La fiabilité à t=MTTF est proche de 50%

*Oui, si la distribution de probabilité f est centrée sur le MTTF, sinon, la fiabilité peut-être comprise entre 35% et 65% selon la forme de la distribution.*

*Dans le cas du modèle exponentiel, on R(t=MTTF)=0,36.*

## > Solution n° 17

Le MTTF est de 124 mois.

La fiabilité à t = 70 mois est comprise entre 54 % et 55 % (Encadrement à 1% : 97-98 par exemple).

Il suffit de calculer la moyenne des MTTF.

à t=70 mois, nous avons N(t=70)=6 survivants sur 11 dispositifs (N(t=0))

## > Solution n° 18

Le taux de défaillance entre 0 et 60 mois est de 0,00 454 par mois .

Entre 0 et 60 mois, nous avons N(t=0 mois)=11

3 sont défaillants dans la période d'une durée de 60 mois.

Le taux de défaillance est donc de 3/11/60 par mois

## > Solution n° 19

Le taux de défaillance entre 60 et 120 mois est de 0,00 625 par mois .

Le taux de défaillance entre 120 et 250 mois est de 0,00 615 par mois .

Le taux de défaillance entre 250 et 350 mois est de 0,00 100 par mois .

Conclure librement sur l'usure dans le temps de ce système.

Entre 60 et 120 mois, nous avons N(t=60 mois)=8

3 sont défaillants pendant cette période, donc le taux de défaillance est de 3/8/60 par mois

## > Solution n° 20

Calculer le taux de défaillance à l'issue de la première défaillance : 0,0 064 par mois.

Calculer le taux de défaillance à l'issue de la deuxième défaillance : 0,0 166 par mois.

Expliquez quelle solution est la meilleure.

Entre 0 et 60 mois, nous avons N(t=0 mois)=11

3 sont défaillants dans la période d'une durée de 60 mois.

Le taux de défaillance est donc de 3/11/60 par mois

Entre 60 et 120 mois, nous avons N(t=60 mois)=8

3 sont défaillants pendant cette période, donc le taux de défaillance est de 3/8/60 par mois

A l'issue de la première défaillance, on a 1 défaillance sur 11 sur 14 mois, soit un taux de défaillance de 1/11/14 par mois

## > Solution n° 21

261 heures (arrondir à l'entier le plus proche)

C'est un nouvel échantillon constitué des 3 derniers ttf (ceux qui dépassent 200 mois). La moyenne de ces 3 ttf est donc l'espérance de vie moyenne d'un dispositif ayant atteint 200 moisde fonctionnement

## > Solution n° 22

Le MTBF est de 41,3 heures (à 1 décimale, la virgule est le séparateur)

C'est la somme de tous les tbf sur le nombre de périodes observées

## > Solution n° 23

La probabilité de réussir une mission de 10 heures est de 100 %

Aucun tbf n'est inférieur à 10 heures.

A chaque remise en état le temps de bon fonctionnement a toujours dépassé 10 heures.

Ou encore 10 missions réussies sur 10 missions tentées

## > Solution n° 24

- (•) la fiabilité
- ( ) la maintenabilité
- ( ) la disponibilité
- ( ) la sécurité

○ la durabilité

## > Solution n° 25

La probabilité de réussir une mission de 15 heures est de 80 %

La probabilité de réussir une mission de 20 heures est de 70 %

## > Solution n° 26

La disponibilité opérationnelle est de 80,5 % (à 1 décimale près)

## > Solution n° 27

- [x] C'est un système série
- [ ] C'est un système mixte
- [ ] C'est un système parallèle
- [x] Les taux de défaillance s'ajoutent selon le modèle exponentiel
- [ ] Les taux de défaillance se multiplient selon le modèle exponentiel

## > Solution n° 28

La fiabilité du système est de 25 % (à 1% près sans décimales)

Solution 1 :

La fiabilité d'un composant est de 0,87 car R(t=50000)=exp(-2,77.E-6 * 50000)

La fiabilité des 10 en série est de 0,87^10=0,25 --> on multiplie les fiabilités de chaque composant en série.

Solution 2 :

Le taux de défaillance du système est de 10*2,77E-6 (On ajoute les taux de défaillance dans le cas du modèle exponentiel)

La fiabilité du système est de exp(-2,77E-5*50000)

## > Solution n° 29

La fiabilité est 0,94 (à 2 décimales)

B et C en // donne $R_{BC}$=1-(1-0,7)*(1_0,65)=0,9

BC en série avec A donne $R_{ABC}$=0,9*0,9 = 0,81

ABC en // avec D donne $R_{ABCD}$=1-(1-0,81)*(1-0,7)= 0,94

## > Solution n° 30

Spécifiez le nombre de composants en parallèle

1 --> 1

2 --> 2

3 --> 3

4 --> 2

5 --> 1

On prends le composant à la fiabilité la plus faible, la fiabilité équivalente de l'ensemble des composants recalculée, on prends le composant ou l'ensemble à nouveau le plus faible et on ajoute un composant en //, etc.

A chaque étape, la fiabilité du système est recalculée jusqu'à atteindre 0,7

## > Solution n° 31

Fiabilité du système 1 : 96,424 % (à 3 décimales)

Fiabilité du système 2 : 95,122 % (à 3 décimales)

## > Solution n° 32

Calculer la fiabilité du système à t=250 heures.

Comment améliorer la fiabilité de l'ensemble ? Calculer la fiabilité en appliquant votre solution.

Si le taux de défaillance était constant de 0 à 1000 heures en ayant pour valeur 0,0015 par heure, combien resterait-il encore de composant en fonctionnement à t=250 heures.

Estimez le nombre de défaillants que l'on peut attendre entre 250 et 500 h, puis entre 500 et 750, puis entre 750 et 1000.

Comparez la fiabilité à t=1000 heures avec celle de la question 1.

# Glossaire

**Arrêts identifiés (AI)**

Il existe différentes causes d'arrêt généralement identifiées (AI) qui réduisent le temps d'ouverture en temps de fonctionnement :

- les pannes,

- les changements d'outils,

- les réglages

- les attentes diverses (valeur, contrôle, matière, ...),

- la maintenance préventive,

- le contrôle qualité,

- les passations de consignes,

- les pauses

- les délégations

**Coût Défaillance Maintenance (CDM)**

Coût Défaillance Maintenance

Qualifié de Coût indirect car il représente la manque à gagner suite à une défaillance

Il exprime les conséquences induites par les défaillances :

Frais variables non réincorporés (personnel de fabrication en attente, matière perdue, etc.)
Marge bénéficiaire perdue
Perte de confiance du client, et perte possible du client

Très difficile à calculer dans la réalité lorsque l'entreprise ne fabrique pas en continu.

**Densité de probabilité f(x)**

Concerne les variables continues, définie par f(x).dx = proba ( x<= X <= x+dx).

F(x) est l'intégrale de f(x).

Il est intéressant d'observer l'allure de la courbe f, mais les calculs de probabilité seront faits grâce à la fonction de répartition F(x).

D'un point de vue expérimental, lorsque les observations portent sur des périodes, on a :

f_observée [x1, x2] = [ Nb d'observations entre x1 et x2 ] / [ Nb total d'observations ].

F_observée [x1] = [Nombre d'observations entre - et x1 ] / [ Nb total d'observations ].

F est la fonction cumulée de f.

**Dépannage**

Action sur un bien en vue de le remettre provisoirement en état de fonctionnement avant réparation

Le dépannage a pour objectif de minimiser l'arrêt de production et le CDM

**Disponibilité**

Aptitude d'un dispositif à être en état de d'accomplir une fonction requise dans des conditions données, à un instant donné pendant un intervalle de temps donné, en supposant que la fourniture des moyens extérieurs soit assurée (Définition norme X60-500).

On l'exprime par la probabilité A(t).

**Dispositif non réparable**

Un dispositif non réparable est mis en service à t=0, fonctionne pendant un certain temps que l'on appellera TTF ou Durée de Vie.

Ensuite, il est considéré comme "mort", ou mis "au rebut".

Si on considère pour un être humain que vivre le plus longtemps possible est la mission fixée, alors, nous allons étudier l'âge du décès comme référence temporelle, et l'être humain sera alors considéré comme un dispositif non réparable.

L'observation de ces TTF est vu d'un point de vue statistique par l'étude de la variable T : variable de "survie" ou "instant t de la défaillance"

**Dispositif réparable**

1 dispositif réparable est mis en service à t=0, fonctionnera à certains moment (Tbf) et subira des pannes pendant lesquelles il cesse d'accomplir la fonction requise

On peut donc établir un graphe dit Marche-arrêt avec l'état de marche (1) auquel on associe les Tbf et un état de panne (0) auquel on associe les TA ou Ttr.

Lors d'études de fiabilité plus poussées, il sera nécessaire d'envisager un état de marche dit dégradé (votre voiture ne peut excéder les 75 Km/h)

Si on observe la vie de l'être humain, il passe par des périodes de bonne santé (Tbf) et des périodes de maladies (TA). Vous noterez que la notion d'état dégradé s'applique bien à la santé puisqu'il est relativement difficile de déterminer le seuil précis qui nous qualifie de "non-apte", "malade", "souffrant", " fiévreux", etc ...

**Durée de vie**

Lorsque l'on procède à des observations, on utilise la notion de "Instant de la défaillance" ou encore Ttf : "Temps de (bon) fonctionnement avant la panne"

Ttf vient de *Time to Fail*.

Dans une étude statistique, elle est représentée souvent par la variable statistique ou aléatoire T

Elle est associée aux dispositifs non réparables.

Elle se décline en

- durée de vie moyenne : MTTF ou Espérance mathématique E(T).
- durée de vie nominale, notée L10 pour associer un niveau de confiance de 10% tel que R(t=L10)=0,9.

**Durée de vie nominale**

Elle est associée aux dispositifs non réparables.

Une durée de vie nominale est associée à la durée d'une mission que l'on est pratiquement sûr de réussir.

Exemple : La notation L10 associe un niveau de confiance de 90% tel que R(t=L10)=0,9.

Ou encore que 10% des composants dispositifs seront défaillants avant t=L10

**Fiabilité (Reliability)**

Aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise (mission), dans des conditions données, pendant un intervalle de temps donné.

Cette aptitude est exprimée par une probabilité.

Voir les sources : Wikipédia et Guide Fides .

La bonne santé d'un être humain peut se définir simplement par le fait de ne pas être souvent malade. Néanmoins, il serait plus judicieux de juger de la bonne santé par rapport à une période fixe dans des conditions données (climat, région) et de l'objectif que l'on se fixe (activité pratiquée).

**Fiabilité estimée.**

Intervalle de confiance établi d'après la fiabilité observée et du nombre de dispositifs observés.

Les observations débouchent alors sur une proportion de dispositifs ayant réussi la mission fixée par l'intervalle de temps étudié.

**Fiabilité observée**

Étude de N dispositifs non réparables sur un intervalle de temps fixe : on relève (observations) le ttf (durée de vie ou instant t de la défaillance) pour chaque dispositif.

Étude d'un seul dispositif réparable sur un intervalle de temps (TO ou TR) : on relève alors les tbf (temps de fonctionnement entre 2 défaillances) et les ttr (temps de réparation ou de remise à l'état spécifié). Dans ce cas on peut établir un graphe marche/arrêt.

Les techniques de statistiques descriptives permettent d'exploiter les observations.

La fiabilité R(t) est le rapport entre le nombre de missions réussies (nombre de ttf ou tbf supérieurs à t) sur le nombre de missions tentées (nombre de dispositifs étudiés à t=0 ou nombre de tbf)

**Fiabilité Opérationnelle**

Idem à la fiabilité observée mais les observations sont réalisées pendant l'exploitation du matériel. C'est donc l'exploitant qui réalise les observations

**Fiabilité Prévisionnelle**

Modèle Statistique en tout point d'un intervalle de temps.

- Modèle Exponentiel (Taux de défaillance constant)
- Modèle de Weibull (Taux de défaillance variable dans le temps)

D'autres modèles dits discrets permettent d'estimer la proportion de défaillances d'un dispositif si la durée d'observation ou l'intervalle de temps est fixe :

- Loi de Poisson

**Maintenabilité**

La maintenabilité est une caractéristique d'un dispositif qui s'exprime par la probabilité qu'il sera dépanné, dans la limite d'un temps donné, pour être conforme à des conditions spécifiées en retrouvant sa fiabilité initiale.

Les aspects à prendre en compte sont :

- l'accessibilité des organes d'usure.
- la standardisation des pièces ou organes d'usure ou vitaux.
- les plans de maintenance
- la documentation
- la formation

**Maintenance Préventive conditionnelle**

Maintenance subordonnée à un type d'événement prédéterminé (mesure, diagnostic).

ou

Maintenance préventive prévisionnelle (non normalisé)

Ce type de maintenance est de loin le plus intéressant puisqu'il permet de décider du changement de la pièce en fonction de l'évolution de l'usure. De plus, la mesure régulière de l'état de l'usure permet de mieux appréhender le fonctionnement de la machine et ainsi, mieux cerner les problèmes et les solutions à y apporter.

ATTENTION : CONSULTER LES NOUVELLES NORMES POUR MAINTENANCE CURATIVE, CORRECTIVE, PREVENTIVE, PREDICTIVE ET CONDITIONNELLE.

**Maintenance Préventive Systématique**

Maintenance effectuée selon un échéancier établi selon le temps ou le nombre d'unités d'usage.

La maintenance préventive systématique, par principe, est de décider de changer une pièce de façon périodique quelque soit son état. Son avantage, en planifiant des interventions qui regroupent un certain nombre d'échanges, est de favoriser une organisation rationnelle et maîtrisée en diminuant les arrêts de production intempestifs. Par contre, le changement quelque soit l'état du composant engendre des coûts élevés.

Le recours à ce type de maintenance a lieu principalement : :

- lorsque le coût de la pièce est négligeable (sécurité de fonctionnement)

- lorsque la défaillance de la pièce peut engendrer des conséquences sur la sécurité des personnes.

- lorsque le prix de la pièce est inférieur à la pénalité encourue en cas d'arrêt de production.

- lorsque les visites en marche ou sans démontage sont impossibles.

D'autres paramètres sont à envisager, type d'entreprise, méthode de production, importance de la machine dans la production, organisation du service maintenance, sous-traitance.

**Modèle de Weibull**

Modèle théorique permettant d'évaluer la fiabilité prévisionnelle d'un dispositif :

Le paramètre β caractérise l'usure :

$\beta < 1$ : période de jeunesse, λ décroissant
$\beta = 1$ : période de vie utile, λ constant. On retrouve le modèle exponentiel.
$\beta > 1$ : période de vieillesse, λ croissant. A β3,2, on retrouve le modèle de Gauss.

A partir d'un $\beta>2$, on considère que l'usure est forte, et qu'une politique de maintenance conditionnelle est pertinente.

R(t)=EXP[-([(t-gamma)/eta)]^β)]

**Modèle exponentiel**

Modèle théorique permettant d'évaluer la fiabilité prévisionnelle d'un dispositif caractérisé par un taux de défaillance λ constant dans le temps (pas d'usure).

$R(t)=\exp(-\lambda.t)$ et $\lambda=1/MTTF$

**MTBF**

Temps moyen de fonctionnement entre les défaillance pour les dispositifs réparables (de l'anglais *Mean Time between Failure*).

Le MTBF doit être le plus élevé possible, et constitue un indicateur de la fiabilité de l'équipement. Etudié seul sans tenir compte de la dispersion des TBF, il peut être utilisé pour comparer plusieurs machines qui accomplissent des missions similaires.

**MTTF**

Temps moyen de fonctionnement avant défaillance pour les dispositifs non réparables (de l'anglais *Mean Time To Fail*).

Cette durée de vie moyenne est associée à un niveau de confiance proche de 50% selon la répartition des défaillances ou le modèle théorique qui a permis de la définir.

On s'intéressera plutôt à la durée de vie nominale à 90% (90 % des équipement fonctionneront plus de 5000 heures)

**MTTR**

*Mean Time To Repair* : Temps moyen de réparation.

Indicateur exploité par la maintenance : temps moyen pour rendre disponible ou rendre apte la machine à produire.

Au même titre que le MTTF n'est qu'une durée de vie moyenne, c'est l'étude de la dispersion des TTR qui va permettre de donner à un client la durée maximum d'immobilisation de son bien ou équipement. Cette durée maximum est donc aussi soumise à un niveau de confiance --> 90% de changer un embrayage en moins de 3 heures est une information exploitable. Un MTTR de 2 heures signifie que 50 % environ des interventions durent moins de 2 heures.

**Nombre de défaillants dN sur dt**

A un instant t, sur une période de durée dt, ou encore sur une période de t1 à t2, on évalue le nombre de défaillants par N(t+dt)-N(t) ou encore par N(t1)-N(t2).

D'après un modèle théorique, on peut s'attendre sur une période dt à un nombre de défaillances dN(t)=f(t).dt

ou d'après R(t)=N(t)/N et R(t+dt)=N(t+dt)/N, on tire dN(t,t+dt)=N * [R(t)-R(t+dt)]

**Période d'usure**

Le taux de défaillance augmente, et le rythme des défaillances augmente.

La question se pose donc en début de cette phase si il est rentable ou non économiquement parlant de procéder à un échange systématique. Le nombre d'heures de fonctionnement potentiel est faible en rapport à composant neuf. Si on décide de maintenir le composant, la fréquence des opérations de contrôle, de surveillance devra être augmentée si on souhaite anticiper sur la défaillance ou minimiser la probabilité de défaillance

**Période de jeunesse**

Début de la vie de l'équipement, le risque de défaillance précoce est non négligeable, le taux de défaillance décroit dans le temps.

Le constructeur et/ou l'exploitant doivent agir pour l'éliminer (deverminage et élimination des rebuts ou déchets, rodage, tests , contrôles, visites)

**Période de vie utile**

La période dite de "jeunesse" est terminée, l'équipement entre dans une période de vie dite "utile", pendant laquelle le taux de défaillance reste constant ou très légèrement croissant. Les risques de défaillance reste donc faible pendant toute cette période, et les défaillances sont considérées comme aléatoires et non prévisibles. La politique de maintenance est axée sur la prévention permanente, dite de "bon-sens", on veille à respecter les cadences nominales et les bonnes conditions d'utilisation et de fonctionnement.

Si l'équipement est poly-technologie comme un véhicule par exemple, alors il faut descendre au niveau de chaque sous-ensemble pour observer ce phénomène. Un bloc-moteur, un calculateur, un amortisseur n'ont absolument rien de comparable en terme de technologie et de durée de vie. Ils ont chacun une période de vie utile bien différente.

**Prix Unitaire des pièces (PU)**

C'est le prix unitaire des pièces de rechange en stock.

En général, on sait qu'un stock peut provenir de plusieurs commandes avec des prix différents. On utilisera donc le PUMP (Prix Moyen pondéré) pour optimiser le rythme des approvisionnements (CGP) que les logiciels de GMAO peuvent calculer.

**Probabilité**

Toujours comprise entre 0 et 1, c'est le rapport entre le nombre de tentatives réussies et le nombre d'événements.

**Rangs médians (Fiabilité observée)**

Dans le cadre d'un adéquation entre des données observée et un modèle statistique, on utilisera les rangs médians pour calculer la fiabilité observée.

Si i est le rang de la défaillance observée sur N composants et

N est faible (<50) alors on a R(t) =1- (i-0,3)/(N+0,4)
N est > 50 alors on a R(t)=1- [i/(N+1)]

Lorsque N est supérieur à 100 on peut utiliser R(t)=1-(i/N)=N(t)/N

**Réparation**

Intervention définitive et limitée de maintenance après défaillance.

Peut être précédée d'un dépannage (action provisoire de type curatif)

**Survivants N(t)**

Du point de vue probabiliste N(t) est le nombre d'événements réussis.

Dispositif non réparable : sur un lot de N=N(t=0) composants mis en fonctionnement à t=0, on évalue à un instant t le nombre de composants encore en fonctionnement : statistiquement parlant, la variable T est supérieure à t (T>t). N(t) est évalué à partir des ttf observés

Dispositif réparable : sur un nombre N de défaillances observées sur un dispositif réparable , N(t) est le nombre de Tbf > t, ou encore le nombre de missions dont la durée a dépassé le temps t (ou Tbf)

Modèle théorique : dans le cadre de l'application d'un modèle théorique pour R(t), on peut s'attendre à un nombre de survivants ou de missions réussies à t de N(t=0)*R(t).

**Taux de défaillance**

Calculé période par période, il nous informe sur l'usure ou le vieillissement d'un dispositif dans le temps.

Pour une période donnée, on calculera la probabilité de constater une défaillance, et on ramènera cette probabilité à l'unité d'usage (par heure, par kilomètre, par cycle).

Pour l'évaluer à t sur une période de durée dt, on calculera

dn(t)=N(t)-N(t+dt) : nombre de défaillants pendant dt.
p(dt)=dn(t)/N(t) : proportion de défaillants sur la période. ATTENTION, N(t) désigne les dispositifs en fonctionnement au début de la période et non pas N(t=0)
λ(t)=p(dt)/dt : proportion de défaillance par unité de temps.

Si on souhaite calculer sa valeur à partir de la courbe de la fiabilité, c'est le rapport entre la pente de la fiabilité et la valeur de la fiabilité.

**Temps Attente de Fabrication**

Le bien est apte à produire mais

non sollicité ou
ne peut fonctionner pour cause de manque d'énergie.

Ce temps est imputable à la Production.

**Temps de bon fonctionnement**

Le bien est apte à accomplir sa fonction entre deux défaillances, et permets d'évaluer le MTBF.

C'est un temps dédié à la maintenance, et il inclut éventuellement des TAF. Cela signifie que pour la maintenance le bien est apte à produire, et non que la production ai exploité pleinement cette disponibilité.

**Temps Total de Réparation (TTR ou TA)**

De l'anglais "*Time To Repair*"

Temps total de l'intervention ou Temps d'arrêt (TA) nécessaire à la remise en disponibilité de la machine.

Il permet notamment à l'aide du MTBF de calculer la disponibilité opérationnelle.

Une partie de ce temps d'arrêt sera parfois pénalisant (TAP) générant un CDM.

**TRG**

Taux de rendement global ou Taux de rendement synthétique (©Sigle déposé™)

Indicateur intégré à démarche globale décrite par la TPM.

C'est le rapport entre le temps utile (TU) pendant lequel on a fabriqué des pièces de qualité et le temps d'ouverture (TO).

On mesure ainsi un résultat obtenu en fonction d'un objectif fixé.

**TTF**

De l'anglais *Time to Fail*, le TTF désigne le temps de fonctionnement théorique ou observé d'un dispositif non réparable.

Ce sont les valeurs possibles prises par la variable statistique T (elle caractérise l'instant t de la défaillance ou la durée de vie)

**Variable de survie T**

Elle caractérise l'instant t de la défaillance ou la durée de vie.

T est une variable statistique (fiabilité observée) ou une variable aléatoire (fiabilité prévisionnelle)

La fiabilité est donc la probabilité que T>t, soit $R(t)=prob(T>t)=N(t)/N(0)$

# Abréviations

**F.I.D.E.S :** Méthodologie de fiabilité pour les systèmes

# Références

*13. Loi exponentielle*
*(2C1-td-1)*

Le fabriquant d'un composant électronique affirme que le taux de défaillance d'un composant est de 4,7.10-7 h-1.
Un client souhaite acheter 2000 pièces de ce composant et souhaite mettre en stock une quantité de composants suffisante pour assurer 5000 heures de fonctionnement (1 an environ)

*src 7 : Production de*
*Joints à lèvres*

Dans le cas de la production en grande série de joints à lèvres "Nadelle12.30", nous souhaitons donner à nos clients des indications sur la fiabilité des joints.

ttf ordonnés chronologiquement

# Webographie

Guide FIDES 2009 Mai 2009 Méthodologie de fiabilité pour les systèmes électroniques